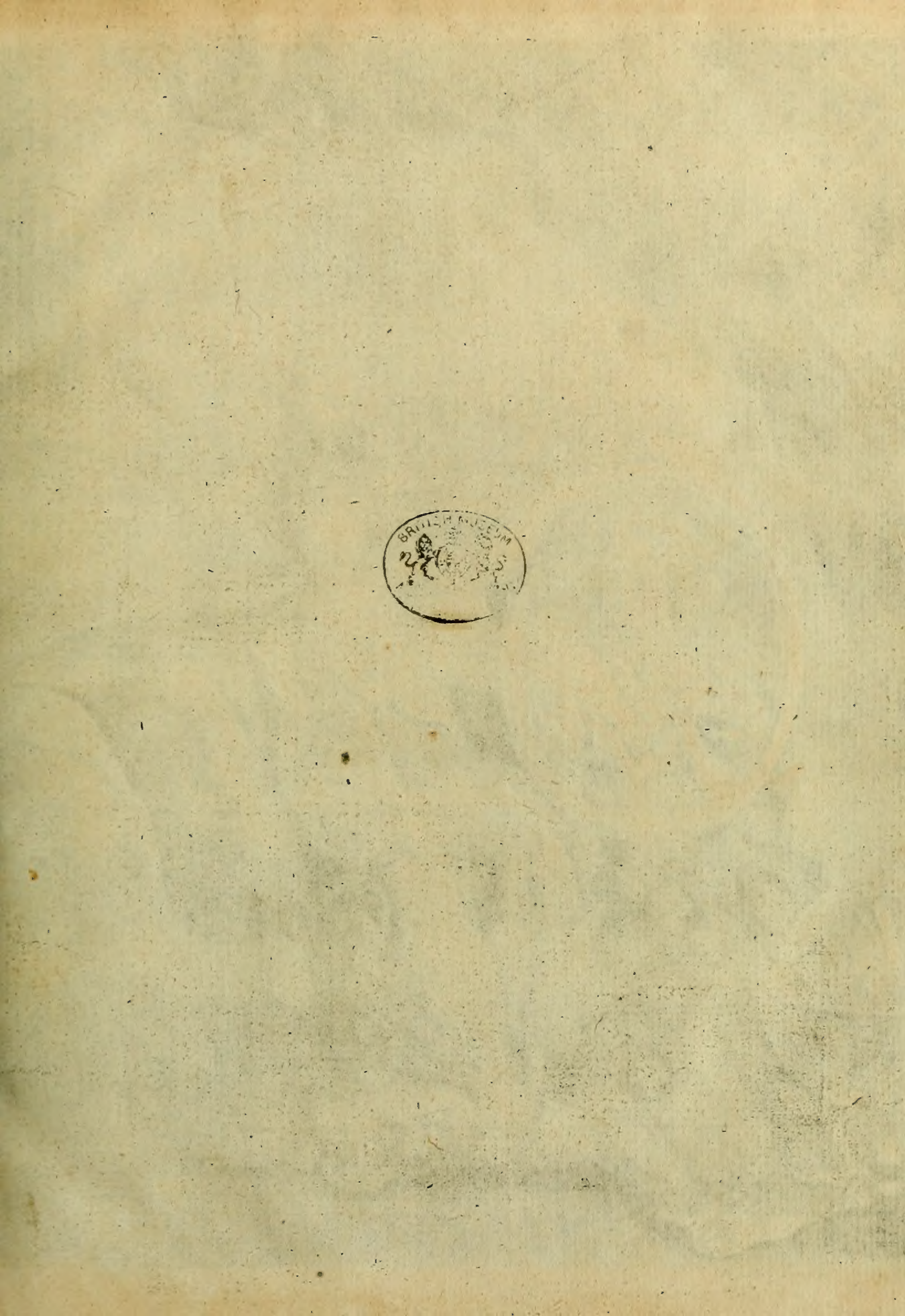

BRITISH MUSEUM


Ant. Coypel Eques pinxit
Carol. Dupuis sculp

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXVI.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phisique, pour la même Année.

Tirés des Regiſtres de cette Academie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXVIII.



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHISIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

GEOMETRIE.

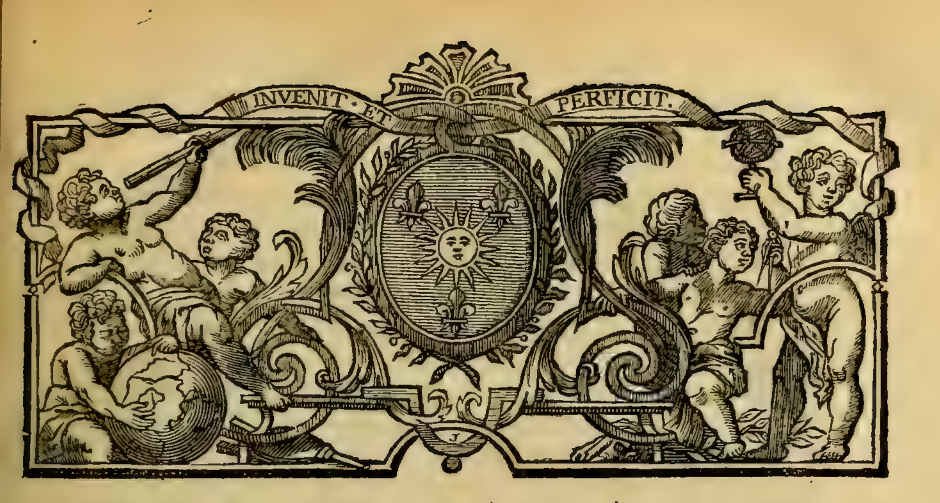
CATOPTRIQUE.

MECHANIQUE.

TABLE POUR LES MEMOIRES.



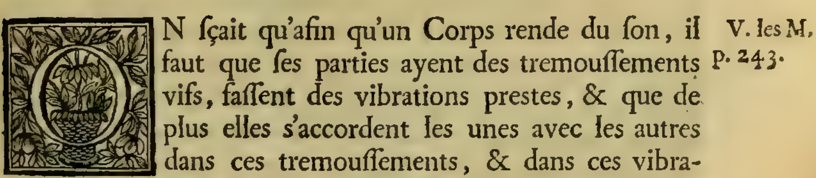
HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
Année M. DCCXXVI.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LE PLOMB SONNANT.



ON ſçait qu'afin qu'un Corps rende du ſon, il faut que ſes parties ayent des tremouſſements vifs, faſſent des vibrations prestes, & que de plus elles s'accordent les unes avec les autres dans ces tremouſſements, & dans ces vibrations, deſorte que le tout enſemble prenne un certain branle reglé; car ſi les mouvements ſe détruiſoient, ſe troubloient, ou enfin ne s'accordoient pas, il n'y auroit point de ſon. La V. les M. p. 243.

vivacité & la prestesse des mouvements demande de la fermeté & de la roideur dans les parties, l'accord des mouvements y demande une certaine liaison, un arrangement qui les dispose en des especes de filets ou fibres assés homogenes. Selon ces principes, quand on a vû que le Plomb ne rendoit point de son, on n'en a point été surpris, la mollesse sensible de ses parties, leur peu de liaison qui le rend si aisément fusible, annonçoient qu'il ne devoit pas être sonore.

Il l'est cependant, & à tel point, & les occasions de s'en appercevoir sont si frequentes, que toute la merveille est que cette proprieté ait été si longtemps inconnuë. M. Lémery la découvrit par hasard dans un Culot de Plomb qui avoit été fondu, & M. de Reaumur la verifia ensuite très facilement. Il n'y a qu'à fondre dans une Cuillier de fer une petite quantité de Plomb, qui ne puisse prendre la figure que du fond de la Cuillier, ce Culot, qui est un segment spherique à peu près, ou Elliptique, rendra sûrement un son assés clair, & assés agreable.

Sans doute la figure du Culot contribuë beaucoup à l'effet. Si au lieu d'être plane d'un côté & convexe de l'autre, elle étoit convexe des deux côtés, le morceau de Plomb, quoique de même poids, seroit très sourd. Il faut même que les bords du Culot, plus minces que le reste, ne le soient que jusqu'à un certain point; au-delà, il les faudroit retrancher pour rendre le Culot sonore. Tout indique qu'il y a une certaine figure précise, des proportions entre les dimensions du Culot, de certaines courbures, plus propres que toutes les autres à produire le son; la figure grossiere qu'on a trouvée d'abord sans la chercher n'est qu'un échantillon fort imparfait de ce qu'on trouveroit en cherchant, & on arriveroit par là à une connoissance plus exacte de la figure qu'il faut donner aux instruments de métal uniquement destinés à rendre du son, comme les Cloches & les Timbres d'Horloges, car selon toutes les apparences la figure qui conviendroit le mieux au moins sonore de tous les Metaux, conviendroit à plus forte raison aux autres. Mais M. de Reaumur n'entreprend

pas ce travail, il avertit ſeulement qu'on le peut faire, & c'eſt ſouvent beaucoup en ces matieres que d'être averti qu'il y a quelque choſe à voir d'un certain côté.

Une choſe auſſi eſſentielle au Plomb pour être ſonore que la figure, c'eſt qu'il ait été ſimplement fondu, & non pas enſuite forgé, ou trop battu par le Marteau; il perdroit abſolument le ſon, apparemment parce que les grains métalliques auparavant arrangés aſſés regulierement par le refroidiſſement ſucceſſif & gradué du métal fondu, ne conſerveroient plus cet arrangement, ou parce que leur reſſort naturellement foible, auroit été encore trop affoibli par le Marteau.

SUR LA LUMIÉRE SEPTENTRIONALE.

LA Lumiére Septentrionale, qui avoit été fort rare, du moins pour nous, dans tout le ſiécle précédent, & dans tout le commencement de celui-ci, n'a point manqué de paroître tous les ans depuis 1716, & tant parce qu'elle devenoit commune ſans aucun changement conſidérable, que parce qu'elle paroiſſoit s'affoiblir, l'Académie n'en a guére parlé dans ſes derniers Volumes. Mais ce Phénoméne, dont on n'attendoit que l'entiére ceſſation, s'eſt remontré cette année avec plus d'éclat, plus de force, plus de durée que jamais, & avec quelques circonſtances toutes nouvelles. Ç'a été le plus beau ſpectacle que le Theatre du Ciel nous euſt encore donné, & s'il n'euſt été preparé depuis dix ans par des ſcénes moins brillantes, la ſurpriſe des Phiſiciens, & la terreur du Peuple, auroient été au plus haut point. V. les M. pag. 198. & 287.

M. de Mairan & M. Godin ont donné chacun une deſcription exacte de cette magnifique repreſentation de la nuit du 19 Octobre au 20; un grand Arc, ou plûtôt un grand ſegment de cercle obſcur, au travers duquel cependant on voyoit quelquefois les Etoiles, poſé ſur l'Horiſon du côté du Nord, étoit la baſe, & comme le Reſervoir de Lumiére, d'où naiſſoit une Zone concentrique lumineuſe, & d'où s'élan-

çoient des colomnes verticales, de la clarté ordinaire de ce phénoméné. Mais de plus elles s'élançoient de presque toute la circonférence de l'Horison, jusqu'assés près du Midi, étenduë qu'elles n'ont pas coutume d'occuper, & ce qui fut encore plus singulier, elles s'élevoient jusqu'assés près du Zenith, mais aucune n'y alloit, & toutes laissoient vers le Zenith un espace circulaire vuide, où elles n'entroient point, desorte que comme elles se succedoient rapidement les unes aux autres, & par là faisoient un effet à peu près continu, il sembloit que tout le Ciel fût une Voute soûtenuë ou formée par des Arcs circulaires lumineux, qui tendoient tous à un centre, mais s'arrêtoient alentour, & lui faisoient une Couronne. C'eût été là l'ouverture de la Coupole d'un Dome. Le phénoméne qui commença avant 8 heures du soir dura plusieurs heures dans cette grande force, & quelques Observateurs ont prétendu qu'il n'étoit pas tout à fait effacé à la naissance du jour.

M. de Mairan, qui s'est extremement appliqué à toutes les circonstances du sujet, remarqua avec soin quelle étoit la position de la Couronne par rapport aux Etoiles fixes, car si heureusement quelque autre Observateur éloigné eust remarqué aussi cette même position, & qu'il l'eust trouvée différente, comme il y a toute apparence, cette différence de position de la Couronne pour les deux Observateurs eust été une Parallaxe, d'où l'on auroit tiré la hauteur du Phénoméne au-dessus de la Terre, la distance des Lieux des deux Observations étant connuë. Que s'il ne s'étoit point trouvé de Parallaxe, on auroit sçû du moins que la distance des deux Lieux auroit été nulle par rapport à la hauteur du Phénoméne. Mais on n'a pas eû jusqu'à present cette 2de Observation necessaire. En attendant M. de Mairan conjecture par d'autres Observations, qui ne sont pas tout à fait suffisantes, que le Phénoméne étoit élevé de plus de 50 Lieuës, ce qui augmenteroit de plus du double la hauteur de l'Athmosphere déterminée par le Barometre. Supposé que le Phénoméne indiquât necessairement une plus grande élevation de l'Athmosphere, ce seroit un nouvel embarras dans la Physique, mais

apparemment cet embarras produiroit de nouvelles connoiſſances.

Preſentement que l'on eſt fourni d'un aſſés grand nombre d'Obſervations, peut-être ſera-t-il permis de haſarder quelques conjectures, & une eſpece de petit ſiſtême ſur la figure apparente, & les principales circonſtances de cette Lumiére. L'air étant certainement plus denſe & plus peſant ſous le Pole, il doit par ſon poids faire monter plus haut les matiéres légéres, qui ſont les exhalaiſons de la Terre, ſulphureuſes, nitreuſes, ferrugineuſes, enfin toutes celles qui ſont propres à s'enflammer. Elles peuvent former un aſſés grand amas, avant qu'il s'y excite une fermentation, qui les allume. Cela poſé, que l'on conçoive ſous le Pole un pareil amas dans l'Athmoſphere, qui, parce qu'il en prend neceſſairement la figure, ſera une Zone ſpherique, dont le Pole ſera le ſommet. On lui concevra une étenduë plus ou moins grande ſelon les faits obſervés. Si l'amas d'exhalaiſons prend feu, & ſi les flames ſortent tant par la partie inférieure que par la ſuperieure de la Zone, les Habitants du Pole verront ſur leurs têtes pendant la nuit une Lumiére, & des E'clairs pareils à ceux de nos Tonnerres. Mais ſi, ces Phénoménes demeurant les mêmes, le ſpectateur s'éloigne du Pole, il verra le ſommet de la Zone s'abaiſſer toûjours vers l'Horiſon, & la Zone ſpherique, qu'il voyoit entiere, ne lui paroîtra plus que comme un Arc, ou plûtôt comme une Zone circulaire, qui aura un point du milieu plus élevé, & ſes deux extremités appuyées ſur l'Horiſon. L'aire apparente de cette Zone circulaire ſera d'un certain degré d'obſcurité à cauſe de la quantité d'exhalaiſons. En même temps le ſpectateur verra les flames qui s'éleveront de la partie ſuperieure ou convexe de la Zone ſpherique, au lieu qu'il ne les auroit pas vûës ſous le Pole, & il n'en verra pas moins celles qui s'élanceront de la partie inférieure ou concave, s'il y en a qui ſortent par-là.

Plus eſt grande la Zone ſpherique, dont le ſommet eſt ſuppoſé au Pole, plus elle embraſſe une grande partie de l'Horiſon du ſpectateur, placé hors de deſſous le Pole. Et il ne faut

pas entendre ici l'Horiſon *intelligible*, qui eſt un grand Cercle, il s'agit de l'Horiſon *ſenſible*, petit Cercle paralléle à l'autre, & plus élevé de 1500 lieuës, qui ſont une grandeur très conſidérable par rapport à la hauteur de l'Athmoſphere, ce qui fait que la Zone circulaire apparente peut quelquefois être aſſés grande pour embraſſer une grande partie de l'Horiſon. Sa grandeur réelle étant poſée, le plus ou le moins qu'elle paroît embraſſer de l'Horiſon ſenſible dépend de l'éloignement où le ſpectateur ſera du Pole, il eſt fort poſſible qu'il la voye terminée à deux points de l'Horiſon, où réellement elle ne l'eſt pas, & alors il voit des colonnes lumineuſes qui partent de différents points de l'Horiſon ſans paroître partir de la Zone obſcure.

Il n'eſt nullement neceſſaire que le ſommet de la Zone ſoit au Pole, il doit être très rare au contraire qu'il y ſoit, un amas fortuit d'exhalaiſons ne ſouffre pas tant de regularité, mais il faut du moins concevoir qu'il s'eſt formé dans une Region de l'Athmoſphere fort Septentrionale, puiſque ſelon toutes les Obſervations le fort de la Lumiére, & la plus grande hauteur de la baſe obſcure d'où elle ſort le plus ſouvent, ſont toûjours vers le Septentrion, & que la Phyſique en peut donner des raiſons très vrai-ſemblables. La premiére connoiſſance qu'on a eûë de cette Lumiére, ç'a été qu'elle paroiſſoit dans les Pays Septentrionaux, tels que l'Iſlande, la Norvege.

Quoi-que ſon origine, quoi-que le reſervoir d'où elle ſort, ſoit en ces Pays-là, il eſt poſſible qu'elle n'y paroiſſe point, tandis qu'elle ſeroit vûë de nos Climats. On la voit ici en Mars, en Avril, en Aouſt, & il eſt certain que ſous le Pole on ne la verroit point à cauſe de la preſence continuelle du Soleil. Les longs Crepuſcules du Pole peuvent auſſi l'effacer, lorſqu'ils ſont d'une certaine force. Cela ſuffira pour faire juger du reſte.

Comme on ne la voit guere ici en Mai, Juin, Juillet, il y a apparence que le Soleil, qui eſt alors preſque continuellement ſur l'Horiſon des Pays Septentrionaux, y attenuë trop les exhalaiſons, & tient leurs particules trop écartées les unes

des autres. Il faut qu'une moindre agitation leur permette de ſe rapprocher, de s'unir, de ſe mêler plus intimement, & c'eſt dans cet état qu'elles fermentent & s'enflament.

Selon ces idées tout paroît dépendre de ce qui ſe paſſe dans l'Athmoſphere du Septentrion, & nullement de la conſtitution de la nôtre. Cependant le Phénoméne ſemble avoir quelque rapport à cette conſtitution de nôtre Athmoſphere, puiſque les 10 années conſécutives dans leſquelles il a paru ont toutes été aſſés ſéches, & que même il n'a guere paru qu'après des temps ſecs. Mais il ſe peut bien que l'incendie ayant commencé dans l'Athmoſphere Septentrionale, il ſe communique à la nôtre, quand elle eſt dans les diſpoſitions neceſſaires, ſans quoi le Phénoméne originaire auroit peut-être été trop foible pour être apperçû. Il eſt même poſſible que nous ne voyions rien du Phénoméne originaire, mais ſeulement quelques feux qu'il aura allumés dans les exhalaiſons de nôtre Climat. L'année 1716 peut devenir une Epoque d'où nous conterons une augmentation conſidérable de connoiſſances ſur le ſujet des Meteores.

SUR UNE PROPRIETE' SINGULIERE DU FER.

JUSQU'ICI on a crû communément que le Fer ne pouvoit prendre que groſſierement la forme d'un Moule, où il étoit jetté en fonte, & qu'il n'en ſortiroit jamais avec la netteté & la vivacité des Ouvrages faits des autres Metaux fondus, d'Argent ou de Cuivre, par exemple. En effet il ne ſe met jamais, ou preſque jamais en fuſion auſſi-bien que ces autres Metaux, & il ne paroît pas douteux qu'une plus grande liquidité ne ſoit neceſſaire pour s'inſinuer plus exactement juſque dans les plus petits recoins d'un Moule. Cependant M. de Reaumur a vû le contraire par des experiences réïterées, auſquelles il a longtemps réſiſté en faveur du préjugé établi, & ſe défiant, comme il l'avouë, de ſes diſpoſitions trop V. les M. p. 273.

avantageuſes pour le Fer, qu'il a tant manié. Il a vérifié que Fer ſe moule plus parfaitement même que les autres Métaux.

La raiſon en ſera bien évidente, s'il eſt averé que le Fer ſe dilate en ſe refroidiſſant, & que les autres Métaux ne le faſſent pas, car alors on concevra aiſément & neceſſairement que Fer qui ſe refroidira dans le Moule & en même temps s'y étendra, en ira chercher les moindres traits pour s'y appliquer avec toute la force de ſon extenſion, & par conſéquent en recevra très vivement l'empreinte, au lieu que l'effet contraire arrivera dans les Métaux qui ſe reſſerreront.

Mais qu'un Corps ſe dilate en ſe refroidiſſant, c'eſt une choſe preſque paradoxe, du moins ſinguliere, & dont on n'a qu'un ſeul exemple, celui de l'Eau, qui conſtamment a plus de volume étant glacée. On ne peut donc pas ſuppoſer hardiment cette proprieté dans le Fer, il en faut des preuves, il faut voir ſi ce qui arrive à l'Eau qui ſe glace, & qui marque ſa dilatation, arrive auſſi au Fer, lorſqu'il paſſe de l'état où il eſt en fonte à ſon état ordinaire de dureté & de ſolidité.

Si l'Eau ſe gele dans un vaſe étroit, ſa ſurface s'éleve ſenſiblement, & de plus devient convexe. La raiſon de la convexité, car celle de l'élevation ſaute aux yeux, eſt que les parties de l'eau, qui touchent les parois du vaſe, ſont les premiéres refroidies ou arrêtées par cet attouchement, elles s'attachent à ces parois par leur viſcoſité naturelle, tandis que les autres ont encore leur mouvement de liquidité, & comme celles-ci ne commencent à le perdre qu'après que les premiéres l'ont perdu tout à fait, & qu'en le perdant elles ſe dilatent, elles ont plus de facilité à élever le milieu de la ſurface de l'Eau que ſes bords, & n'élevent que ce milieu. Il eſt viſible que ſi l'Eau ſe reſſerroit en ſe glaçant, ſa ſurface dans ces mêmes vaſes ſeroit concave par la raiſon contraire, le milieu de l'Eau ſe retireroit en bas, tandis que ſes bords demeureroient attachés & collés plus haut.

Tout le monde ſçait qu'un Glaçon nage ſur l'Eau liquide, ou que ſi ſur un Glaçon mis au fond d'un vaiſſeau on verſe de l'Eau

liquide, il remonte auſſi-tôt, preuves inconteſtables que le Glaçon a moins de peſanteur ſpecifique, & par conſéquent moins de matiere propre ſous un même volume, ou en un mot, plus d'extenſion, & que c'eſt de l'Eau dilatée.

On jugera aiſément que M. de Reaumur a tranſporté au Fer toutes ces experiences connuës ſur l'Eau. Elles lui ont toûjours prouvé que le Fer étoit de même condition que l'Eau à l'égard de la congelation, & de plus quand il les a appliquées aux autres Métaux, elles lui ont prouvé que le Fer étoit le ſeul ainſi conditionné.

Nous ne parlons que des Métaux parfaits. M. de Reaumur, qui trouvoit dans le Fer une proprieté que l'on croyoit n'appartenir qu'à l'Eau, quoi-qu'il ne ſoit guere vrai-ſemblable qu'il y ait des proprietés ſi uniques, ne manqua pas de conjecturer que celle-là pourroit bien s'étendre plus loin, & comme le Fer en l'état de fonte a peu de qualités métalliques & ſe rapproche des Mineraux, & que d'ailleurs quelques Mineraux ont aſſés de qualités métalliques, il conçût que le Fer dont il s'agit étant dans une eſpece de paſſage du Métal au Mineral, la proprieté cherchée pourroit reparoître en quelque Corps placé à peu près dans ce paſſage. Il fit ſes experiences ſur le Zinc, l'Etain de glace, ou Biſmuth, & l'Antimoine, & elles lui apprirent que l'Etain de glace, & l'Antimoine devoient être rangés avec le Fer & l'Eau.

Nous n'entrons point dans le détail, quoi-que curieux & inſtructif, des experiences de M. de Reaumur. Elles donnent plus ou moins ſûrement les concluſions qu'on en attend, ſelon qu'on a pris une route ou une autre par rapport cependant au même but, elles peuvent quelquefois faire illuſion, à moins qu'on n'y apporte des yeux bien attentifs, & bien éclairés par d'autres connoiſſances, &c. mais il ne faut pas oublier une remarque qu'il a faite. Quelques faits indiquoient que le Fer a dû s'étendre dans le Moule où il s'eſt figé, par exemple on voyoit que les Ouvrages de Fer fondu étoient ou égaux aux Modeles ſur leſquels ils avoient été faits, ou même plus grands, & ceux des autres Métaux au contraire

plus petits. Le Fer avoit donc plus exactement pressé son Moule, ou l'avoit fait un peu ceder, mais on s'appercevoit peu de cette différence de grandeur des Ouvrages de différents Métaux par rapport à leurs Modeles, parce qu'on ne songeoit point à ce qu'elle pouvoit prouver, & maintenant qu'on sçait que le Fer s'est étendu, elle sera plus curieusement observée, parce qu'elle prouve cette extension. Les observations font naître les connoissances, & souvent aussi les connoissances font naître les Observations.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

M. De Gentien Capitaine de Vaisseau du Roi avoit fait doubler de Plomb le Coffre de Stribord du Vaisseau qu'il montoit, pour éprouver si la Poudre & les Gargousses de Parchemin s'y conserveroient mieux que dans les Coffres doublés de Planches, dont l'humidité pourrit presque toûjours une partie des Gargousses, & affoiblit la Poudre. Un jour le Vaisseau ayant été extremement agité par une grosse Mer, & les Eaux qui croupissent dans les Façons de derriere ayant exhalé une très mauvaise odeur, cette exhalaison, qui passa par le Coffre doublé de Plomb, porta avec elle une couleur de plomb, qui couvrit une grande partie de la S.te Barbe, & de la Barre du Gouvernail, le second Pont, & les Volets de la Chambre du Capitaine. Trois mois après le Vaisseau étant arrivé à Brest, cette couleur se trouva encore empreinte en plusieurs endroits. Du reste l'experience apprit à M. de Gentien qu'il étoit à propos de doubler les Coffres de Plomb. Dans celui qui l'étoit il n'y eût de Gargousses gâtées que le tiers de ce qu'il y en avoit dans les Coffres doublés de Planches. C'est de M. du Fay que l'on tient cette Relation.

II.

M. Bouguer, Professeur en Hidrographie au Croisic, habile Mathematicien, dont nous avons déja parlé en 1721, * ayant lû les Memoires donnés par M. de Mairan en 1719 & 1721, sur le chaud & le froid de l'Eté & de l'Hiver, chercha les moyens de découvrir par experience le rapport des différents degrés de lumiere du Soleil à différentes élevations, ce qui entroit naturellement dans la Theorie de M. de Mairan, & donnoit la solution d'un Problême qu'il avoit indiqué. Pour cela M. Bouguer avoit besoin de comparer la lumiére du Soleil à quelque autre Lumiére dont on pust disposer, c'est-à-dire, dont on pût faire varier la force selon des distances connuës. Mais la Lumiére du Soleil est trop vive pour être aisément comparée à quelque autre lumiére dont nous disposions, & M. Bouguer conçût avec raison qu'il suffiroit de se servir de celle de la Lune, qui dans ses différentes élevations doit varier selon le même rapport. Il eut encore l'attention de prendre la Lune dans deux élevations qui fussent les mêmes que les deux élevations Meridiennes du Soleil au solstice d'Hiver, & à celui d'Eté, & cela dans deux nuits consécutives, afin que la Phase de la Lune n'étant que très peu différente, elle ne fût pas sensiblement plus lumineuse à une observation qu'à l'autre.

* p. 51.

Le 23 Nov. 1725. vers les 10 heures $\frac{1}{2}$ du soir, il reçut perpendiculairement sur un papier la lumiére de la Lune élevée de 19° 16', & en même temps il fit tomber perpendiculairement aussi sur un autre papier la lumiére de 4 Chandelles, qu'on éloignoit ou qu'on approchoit du papier, jusqu'à ce qu'on jugeast leur lumiére égale à celle de la Lune. Pour arriver à cette égalité il fallut mettre les Chandelles à 50 pieds de leur papier. Le lendemain il repeta la même operation la Lune étant élevée de 66° 11', & il ne fallut mettre les Chandelles qu'à 41 pieds. Or on sçait que la force d'une même Lumiére diminuë selon les quarrés des distances où elle est reçûë, c'est-à-dire, que reçûë 2 fois, 3 fois plus loin, &c. elle est 4 fois, 9 fois, &c. plus foible. Donc la lumiére

de la Lune ayant été dans les deux obſervations égale à celle des Chandelles, la Lune élevée de 66° ou de 19° étoit dans les mêmes cas à l'égard de la force de ſa lumiére, que ſi ſon éloignement avoit été ſucceſſivement 41 & 50. Donc la lumiére de la Lune élevée de 66° ayant été repreſentée par le quarré de 50 ou 2500, celle de la Lune élevée de 19° le ſeroit par le quarré de 41 ou 1631, ce qui eſt environ le rapport de 3 à 2. Ces deux élevations de la Lune étant celles du Soleil dans les deux ſolſtices pour nôtre Climat, on ſçait donc que la lumiere, ou, ce qui en eſt une ſuite, la chaleur du ſolſtice d'Eté eſt à celle du ſolſtice d'Hiver, environ comme 3 à 2, à n'y conſidérer rien de plus.

M. Bouguer a trouvé par la même Méthode, qu'au moment que la Lune ſe couche, & que ſon bord inférieur touche l'Horiſon, ſa lumiére eſt environ 400 fois plus foible, que quand elle eſt élevée de 66°. Ce ſera la même choſe pour le Soleil.

Il a découvert auſſi le rapport de la Lumiére du Soleil à celle de la Lune. Le Soleil étant élevé de 31°, il en a reçû la Lumiére dans une Chambre obſcure par un trou de 1 ligne de diametre, auquel étoit appliqué un Verre concave, qui en vertu de ſa figure écartoit les Rayons & les rendoit divergents. Ces Rayons reçûs ſur un papier à 6 pieds de diſtance, où leur divergence étoit de 9 pouces, étoient, ainſi qu'il eſt aiſé de le calculer, 11664 fois plus diſperſés, & par conſéquent plus foibles, que lorſqu'ils paſſoient par le trou de 1 ligne. Pris dans cet état, leur lumiére étoit égale à celle d'une Bougie placée à 16 pouces de diſtance d'un papier qu'elle éclairoit. Voilà à quoi il faut comparer la lumiére de la Lune dans les mêmes circonſtances. M. Bouguer fit donc paſſer par le même trou, & par le même Verre la lumiére de la lumiére de la Lune en ſon plein élevée de 31°. Mais cette lumiére étant reçûë ſi proche du Verre que la divergence des Rayons n'étoit que de 8 lignes, & que par conſéquent la lumiére n'étoit affoiblie que 64 fois, elle l'étoit déja tant que pour l'égaler en foibleſſe, il falloit mettre la Bougie

à 50 pieds de ſon papier. De-là M. Bouguer a conclu par calcul que ſi on avoit affoibli cette lumiére autant que l'avoit été celle du Soleil, c'eſt-à-dire 11664 fois, il faudroit pour lui égaler enſuite la lumiére de la Bougie mettre la Bougie à 675 pieds du papier. Or la Bougie qui égaloit la lumiére du Soleil 11664 fois affoiblie étoit à 16 pouces ou à 1 pied $\frac{1}{3}$ de diſtance. Donc les quarrés des nombres 675 & 1 $\frac{1}{3}$ repreſenteront la lumiére du Soleil & celle de la Lune. Par pluſieurs autres experiences, toûjours faites en pleine Lune, M. Bouguer a trouvé en prenant un nombre moyen, que la lumiére du Soleil a 300000 fois plus de force que celle de la Lune. Il eſt aiſé de voir combien tout le Phyſique, qui entrera dans cette matiére, y portera de varietés, mais c'eſt beaucoup que d'en avoir le Geometrique, que l'on n'euſt peut-être pas eſperé qui ſe fuſt laiſſé découvrir d'une maniére ſi ſimple, & ſi ſenſible.

III.

M. Coulon l'aîné, Citoyen de Beſançon, a écrit à M. l'Abbé Bignon le fait ſuivant. Un Fermier qu'il a s'apperçut qu'il venoit une tumeur à l'Epaule gauche d'une jeune Vache de 3 ans. Quand il jugea la tumeur aſſés mûre, il la perça, & en tira du pus, mais il fut bien étonné quelques jours après de voir ſortir le bout de la lame d'un petit Couteau, qui naturellement avançoit toûjours de plus en plus. On voulut l'arracher, mais quand elle étoit entierement dehors, on ſentoit qu'elle étoit arrêtée par quelque choſe, comme par un manche, & c'en étoit effectivement un, ainſi qu'on l'a vû depuis. On ceſſa de faire des efforts ſur cela, & la Vache en cet état portant cette lame tantôt plus, tantôt moins ſortie, ne laiſſa pas de faire deux Veaux. Quelque temps après le ſecond, le Couteau ayant entierement diſparu, on ne ſçut s'il étoit tombé, ou rentré tout à fait dans le corps de la bête qui ſe ſeroit couchée deſſus, ou auroit été heurtée en cet endroit. Mais l'incertitude ne dura pas long-temps, on vit la Vache maigrir peu à peu, & enfin elle mourut. On a gardé le Couteau par curioſité, mais il n'eſt point dit en quel

endroit du corps il a été trouvé après la mort. On ſçait ſeulement que la lame ſortoit entre deux côtes de la bête vivante. Tout ce qu'on a pu conjecturer auſſi ſur l'origine de l'accident, c'eſt qu'un petit Berger qui portoit toûjours du ſel dans ſa poche, y aura mis ce couteau dont le manche ſe ſera chargé de Sel, qu'il l'aura laiſſé tomber dans l'Etable, & que la Vache friande de Sel l'aura avalé.

I V.

* P. 1 & 2. Nous avons donné en 1725 * quelques Obſervations de M. Deſlandes ſur la conſtitution particuliére de cette année là tant en Bretagne qu'en quelques endroits de l'Amerique. L'Académie en a reçû depuis du même M. Deſlandes une Relation plus ample. Les Vents de Sud, & de Sud-Oüeſt ont regné pendant preſque toute l'année 1725 ſur les Côtes de Poitou, de Bretagne, & d'une partie de la Normandie, ce qui a beaucoup dérangé le *Cabotage,* c'eſt-à-dire, la petite Navigation qui ſe fait d'un lieu ou Cap à un autre peu éloigné. On a ſouvent manqué du Vent, qui auroit été neceſſaire pour ſortir d'un Port.

Ces Vents, qui ont dominé, ont amené des Pluyes continuelles, parce qu'ils n'arrivoient ſur les terres qu'après avoir parcouru une grande étenduë de Mer. Les Pluyes, ſi neceſſaires dans toute la baſſe Bretagne, y ont été trop abondantes. Ç'a été un Déluge, qui inondoit tout. Les Antilles ont ſouffert de terribles coups de Vent. On y a vû des Montagnes s'écrouler, en pouſſant une fumée épaiſſe, & des flames. Pluſieurs Habitations ont été ſubmergées à la Martinique, à S.[t] Domingue, à la Jamaïque, à la Barbade, &c. & preſque toutes les Cannes de Sucre noyées.

L'Amerique plus Septentrionale a encore plus ſouffert. Le Ciel y a toûjours été *embrumé,* & à peine dans toute l'année a-t-on vû le Soleil 10 ou 12 fois. Les Vaiſſeaux François & Anglois, qui ont navigé dans cette partie de l'Amerique, n'ont pu que rarement prendre hauteur, & reconnoître les Terres qu'ils vouloient approcher. D'ailleurs les Courants ont été plus forts que jamais, & plus irreguliers. Ils ont ſelon

toutes les apparences causé la perte de la flufte du Roi *le Chameau.*

On a vû des Glaces pendant la plus grande partie de l'année jusque par les 58 degrés de latitude Nort. Nous avions déja dit qu'on en avoit vû par les 45 le 15 Juin, & que les Sauvages de la Côte tirent un fort mauvais augure de ces Glaces, qui paroissent si tard. Ils sont si persuadés que l'année sera mauvaise, qu'ils se renferment dans leurs Cabanes, sans se mettre en peine de Chasse, ni de Pesche. Il semble qu'ils saisissent avec plaisir ce pretexte de se livrer à leur paresse naturelle, resolus à souffrir courageusement la faim.

M. Dessandes a fait une observation singuliére sur le Barometre. Il en avoit deux à Brest, dont le Mercure lui a toûjours paru sensiblement fixe à 26 pouces 4 lignes depuis le 2. Fev. jusqu'au 1er Septembre qu'il monta tout d'un coup à 28 pouces 2 lignes, & varia ensuite à l'ordinaire. Voilà une immobilité de sept mois entiers, un étonnant repos dans l'Athmosphere de basse Bretagne.

Le mois d'Août, le plus favorable de tous pour la navigation, & celui où les Grecs disoient, selon la traduction de M. Dessandes, que Neptune *prend ses vacances*, a été le plus mauvais à la Mer, & celui où il est arrivé le plus de naufrages. Pendant tout ce mois les Vents ont été *fous*, c'est-à-dire qu'en moins de 24 heures ils faisoient le tour du Compas. Ils retomboient toûjours au Sud.

A Brest, & dans plusieurs Ports de Bretagne, & de Normandie, on a souvent remarqué qu'environ à une lieuë de la Côte l'eau de la Mer étoit douce, bonne à boire & d'une couleur différente du reste; effet des continuelles & abondantes Pluyes. La même cause produisit apparemment la douceur des eaux du Port de Siracuse l'année de la mort de Denis le Tiran, mais Pline n'en eust peut-être pas parlé si cela n'eust paru avoir quelque rapport misterieux & agreable avec l'évenement qui s'y joignit.

La Pesche a été très mauvaise. On peut croire que la grande agitation de la Mer presque continuelle a empèché le

Poiſſon de frayer, ou qu'elle a du moins empêché les œufs de ſe coller à des corps ſolides, où il falloit qu'ils s'attachaſſent pour éclorre. Il eſt certain que dans les lieux où la Mer eſt fort battuë, comme dans le Pas de Calais, on ne voit point de Poiſſons, quoi-que les Côtes en regorgent. Nous ne repeterons point ce que nous avions déja dit ſur les nouveaux Poiſſons qui parurent à Breſt.

V.

* P. 22. & ſuiv.

Nous avons parlé en 1712 * d'une Grotte à 5 lieuës de Beſançon, qui eſt une eſpece de Glaciere perpetuelle. Sa ſingularité étoit qu'il y fait réellement plus froid en Eté qu'en Hiver; on voit bien que ce *réellement* eſt ajoûté pour les Phyſiciens, car tous ceux qui ne jugeroient de ce fait que par leur ſentiment naturel, n'en ſeroient aucunement ſurpris. Cette ſingularité fondée ſur les obſervations de M. Billerez, habile Profeſſeur dans l'Univerſité de Beſançon, devient maintenant douteuſe par celles que M. des Boz Ingenieur du Roi, & Correſpondant de M. Maraldi, a envoyées à l'Académie.

Il a fait quatre voyages à la Grotte, le 15 Mai & le 8 Nov. 1725, le 8 Mars & le 20 Aouſt 1726, c'eſt-à-dire, dans les quatre ſaiſons de l'année, & il a toûjours trouvé par le Thermometre l'air beaucoup plus froid dans la Grotte qu'au dehors, mais plus chaud dans les temps plus chauds. Enfin elle ſuit la regle ordinaire des Caves, & de tous les lieux où l'air n'a pas une liberté entiere de ſe reſſentir de la variation generale de la chaleur.

La cauſe du grand froid, quoi-que moindre en Eté, qui s'entretient toûjours dans la Grotte, eſt fort naturelle. Son ouverture, ainſi que M. des Boz l'a trouvé par la Bouſſole, eſt directement expoſée au Nord-nord-eſt, & répond ſur cette ligne à une gorge de Montagnes, qui ne laiſſe paſſer qu'un Vent très froid par lui-même, & dont elle augmente encore la froideur en retreciſſant ſon paſſage. Un Rocher en ſaillie couvre encore une partie de l'ouverture de la Grotte, & la défend de l'air exterieur; à la reſerve d'un petit Pré qui eſt au-deſſus.

au-dessus de ce Rocher, tout le reste de la Montagne est couvert de grands Hestres, dont le pied est environné d'Arbrisseaux ou de Broussailles, & par conséquent les rayons du Soleil ne peuvent guere penetrer jusqu'à terre, & encore moins jusqu'au Rocher qui est au-dessous, & qui fait la voute de la Grotte. Des personnes dignes de foi ont assûré M. des Boz, que depuis qu'on avoit coupé quelques-uns de ces grands Arbres du dessus de la Grotte, elle ne fournissoit plus autant de Glace qu'auparavant.

Pour éprouver s'il y avoit quelques Sels, qui fussent la cause de la congelation, il a fait fondre, & évaporer entierement une grande quantité de glace de la Grotte, & il est resté au fond du vaisseau de petits graviers, qui n'avoient d'autre goust que celui des Pierres d'Ecrevisse mises en poudre.

Au reste, il n'y a dans la Grotte aucunes sources, comme quelques-uns l'ont avancé. La glace ne vient que des Pluyes, & des Neiges fonduës, qui se filtrant peu à peu au travers du terrein, & des fentes du Rocher jusque dans la Grotte, s'y congelent tant à la Voute qu'aux parois, & cela, presque sûrement en toute saison de quelque année que ce soit.

CEtte année l'Académie reçût du R. P. Dominique Parennin, Missionnaire de la Compagnie de Jesus à la Chine, un present considérable, très conforme à son goût, accompagné de deux Lettres, l'une du mois d'Aoust, l'autre du mois d'Octobre 1723, elle ne peut mieux marquer sa reconnoissance qu'en exposant au Public la valeur de ce present, quoiqu'elle ne le puisse faire que d'une maniere assés succinte.

Cam-hi Empereur de la Chine, mort en 1722, qui à une grande connoissance des Sciences Chinoises joignoit une grande curiosité des Européennes, dont il sentoit bien les avantages, & une extrême facilité de s'en instruire, ordonna au P. Parennin de lui faire un Traité general d'Anatomie dans la langue des Tartares *Mantcheu*, ou Orientaux, qui ont conquis la Chine il y a plus de 80 ans. Entre tous les Livres d'Anatomie que le P. Parennin avoit portés avec lui,

il jugea que le plus clair & le plus intelligible étoit celui de M. Dionis, & il entreprit de le mettre en Tartare, ayant d'ailleurs tous les ſecours poſſibles, qu'il n'avoit pas eu ſeulement la peine de demander à l'Empereur.

Il fait dans une de ſes Lettres des remarques très curieuſes ſur cette langue Tartare, ſur ſon extrême différence d'avec les nôtres, &, ce qu'on ne ſoupçonneroit peut-être pas ici, ſur ſa richeſſe, ſur ſon élegance, ſur ſa netteté, & ſur le ſoin ſcrupuleux que les Tartares, maîtres de la Chine, prennent pour la rendre invariable & éternelle, & ſur-tout pour l'empêcher de ſe mêler avec la Chinoiſe. C'eſt encore un détail très agreable que celui de l'exactitude preſque ſuperſtitieuſe, avec laquelle furent écrits ces Livres deſtinés pour l'Empereur ſeul; non ſeulement le moindre renvoi, la moindre faute d'écriture, n'étoient pas permis, mais pour un trait d'un caractére trop ou trop peu marqué, on recommençoit la feüille. Il n'y en a aucune qui n'ait été écrite 15 ou 20 fois, & le tout contenoit 8 volumes aſſés gros, dont le P. Parennin a eû la bonté de donner une Copie à l'Académie, un peu moins belle ſeulement que l'original de l'Empereur.

Il eſt à remarquer qu'au rapport du P. Parennin les Medecins Chinois connoiſſoient la circulation du Sang, ou plûtôt la ſuppoſoient dans leur Theorie ſans la connoître, car ils n'avoient nulle idée de la maniére dont elle s'execute. Apparemment elle leur étoit connuë de la maniere confuſe & inintelligible dont elle l'aura été de quelques Anciens, ſi elle l'a été.

L'Académie a l'obligation au P. Parennin d'avoir porté ſon nom juſqu'à l'Empereur de la Chine dans toutes les occaſions qu'il trouvoit de faire valoir ſes travaux & ſes découvertes ſur des ſujets qui pouvoient intereſſer la curioſité de ce grand Prince. Il étoit ſurpris de ce que les Obſervations & les recherches s'étendoient juſqu'aux choſes les plus viles en apparence, & les plus dignes d'être negligées, aux Araignées, par exemple. Il voulut que le P. Parennin lui miſt en Tartare tout ce que M.rs Bon & de Reaumur avoient fait

ſur cette matiére, & que trois des Princes ſes fils l'étudiaſſent avec ſoin, & lui en rendiſſent conte. Ils convinrent que pour avoir une ſi grande ardeur de découvrir, *il falloit être Européen.*

Aux 8 Volumes de l'Anatomie en Tartare, le P. Parennin a joint pluſieurs Drogues medicinales de la Chine, ſoit vegétales, ſoit animales, dont il donne les deſcriptions, ou les préparations ; quelquefois il ajoûte des exemples de Cures conſidérables qu'il en a vûës, qui avoient été manquées par nos Remedes d'Europe. Nous ne parlerons que de deux de ces Drogues, & le Public n'y perdra rien, puiſque tout ce qu'a écrit ce ſçavant Miſſionnaire ſera imprimé dans un Ouvrage qui appartient à ſa Compagnie, dont nous reſpectons le droit legitime.

La Rhubarbe, ſi connuë depuis long-temps par ſon uſage, a été juſqu'à preſent inconnuë en elle-même, on ne ſçait ni en quel Pays préciſément vient la Plante, ni quelle elle eſt. Le P. Parennin fait ceſſer entierement cette ignorance. La Rhubarbe croiſt en pluſieurs endroits de la Chine, celle de la Province de Tie-choüen eſt la meilleure, celle de la Province de Xenſi, & celle du Royaume de Tibet ſont inférieures, on ne fait nul cas & nul uſage des autres à la Chine. Le P. Parennin fait une deſcription de la Rhubarbe, d'après laquelle on la pourroit deſſiner. Il traite au long de la maniere dont les Chinois préparent la Racine, qui eſt la partie medicinale.

La ſeconde Drogue, dont nous parlerons, ſeroit fort ſinguliére, & fort étonnante, ſi ſelon ce qu'on en dit à la Chine elle étoit Plante en Eté, & Ver en Hiver. Son nom Chinois *Hia-tſao-tom-tchom* ſignifie cette merveilleuſe proprieté. C'eſt effectivement une Racine de l'extremité de laquelle ſort une figure parfaite d'un Ver, ſec & jaunâtre, de 9 lignes, où l'on diſtingue très ſenſiblement la tête, les pieds, le ventre de l'Animal, & juſqu'à ſes yeux, & aux plis de ſon dos. Mais cela même qui fait la merveille pour les Chinois, & la feroit bien auſſi pour le commun des François, la détruiſit pour l'Académie, on s'apperçût bien vîte que c'étoit une vraye V. les M. p. 302.

dépoüille de quelque Chenille, & M. de Reaumur s'en assûra pleinement par un examen plus particulier. On prend la figure de Ver pour une partie & un prolongement de la Racine, parce qu'en effet elle y tient étroitement, & par-là on croit que cette portion de la Racine est devenuë Ver, mais en y regardant de plus près M. de Reaumur a fort bien vû que la substance de la Racine, ligneuse à l'ordinaire, étoit toute différente de celle qui reste du Ver. Il juge que la Chenille, preste à se métamorphoser en Nimphe, ou *Aurelia*, ronge l'extremité de la Racine, y fait une cavité où elle introduit sa queüe, qui s'y peut attacher encore par quelque viscosité du corps de l'Animal, & qu'ainsi elle se menage un point fixe, un appui, pour se débarasser plus aisément de l'enveloppe qu'elle doit quitter. Il n'est point singulier qu'un Ver, qui se transformera, vive jusque là sous terre, on en a plusieurs exemples; il y en a aussi qui ne se cachent sous terre que pour se transformer; la Chenille de la Chine sera dans l'un ou l'autre cas.

Le P. Parennin nous a donné une idée generale de la Botanique de la Chine & de la Tartarie Orientale, conforme en partie à la nôtre, & en partie absolument différente. Quel vaste champ pour herboriser! mais les Missionnaires n'en ont pas la commodité qu'on s'imagineroit ici. Il ne faut pas s'arrèter à des regrets sur un sujet si particulier, toutes les Sciences Européennes vont être étouffées à la Chine dans leur naissance, puisqu'on n'y veut plus recevoir les habiles gens qui y portoient la double lumiére de ces Sciences & de la Religion.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

V. les M. page 1. Le Journal des Observations de M. Maraldi pour l'année 1725.

ANATOMIE.

SUR LES YEUX DE L'HOMME ET DE DIFFERENTS ANIMAUX.

IL n'y a encore rien qui ait été aſſés examiné, & peut-être rien ne le ſera-t-il jamais aſſés. Tout eſt infini dans la Nature. M. Petit le Medecin, qui a beaucoup étudié les Yeux, principalement par rapport aux Cataractes, a fait ſur ce ſujet, qui devroit être ſi connu, un grand nombre d'Obſervations nouvelles qu'il annonce, & qu'il traitera plus au long les unes après les autres. Nous ne parlerons ici que de quelques-unes des principales, ou qui ont merité qu'il les accompagnaſt d'avance de quelques refléxions, & de quelques raiſonnements. V. les M. p. 69.

1.° Il a trouvé que les Yeux de Mouton, de Bœuf, de Cheval ont moins de convexité à leur partie poſtérieure, qu'à l'antérieure, ceux des Oiſeaux au contraire, que ceux des Poiſſons ſont applatis tant à la partie anterieure qu'à la poſterieure, que ceux de l'Homme ſont à peu près ronds, auſſi-bien que ceux du Singe, du Chien, du Chat, du Loup. Tout cela doit avoir quelque effet par rapport aux différentes circonſtances, & aux différents beſoins de la Viſion.

2.° En conſiderant avec beaucoup d'attention la Cornée d'un Negre mort, il y apperçût quelques lignes rougeâtres, qui ſe croiſoient, s'entrelaſſoient, & formoient quelquefois de petits Poligones. Ayant enlevé la Cornée, il ne les voyoit point en la regardant contre le jour, mais ſeulement en la tournant vers un lieu obſcur. La raiſon en eſt bien évidente. Dans la premiére poſition de la Cornée, ces lignes très deliées

& très fines ne pouvoient être vûës que par des rayons qu'elles avoient reçûs d'un lieu peu éclairé, & qui par conséquent étoient trop foibles pour se faire sentir en presence de ceux qui venoient du grand jour. C'étoit le contraire dans la seconde position de la Cornée. M. Petit n'a pu voir ces lignes sur la Cornée d'aucun Negre vivant.

Il n'a pu même les appercevoir sur la Cornée d'aucun Blanc après la mort, excepté sur celle d'un homme de 20 ans, où il les trouva de la même couleur, formant les mêmes figures, mais plus grosses. Il les voyoit mieux en regardant cette Cornée du côté convexe, que du concave, & pour en trouver la raison par une experience semblable, il étendit des fils très fins tant sur le côté convexe que sur le concave d'un Verre ordinaire de Montre, & il vit que les fils qui étoient de l'un ou de l'autre côté lui paroissoient plus gros, lorsqu'il les regardoit du côté où ils étoient, ce qui est fort naturel, & conforme aux raisons d'Optique. De-là il conclut que les lignes de la Cornée du jeune homme étoient plus du côté de la convexité que de la concavité.

Mais qu'étoit-ce que les lignes rouges de ces deux Cornées? étoient-ce des Vaisseaux Sanguins? la Conjonctive en a certainement, mais il ne paroît pas que la Cornée en ait. On n'en a jamais pu découvrir avec le Microscope. M. Petit assûre qu'il n'a jamais vû aucune rougeur, & par conséquent aucuns Vaisseaux Sanguins dans la Cornée des Fœtus, quoique d'ailleurs la Sclerotique, & la Choroïde, qui est si déliée, y soient ordinairement rouges, & que la Membrane, qui enveloppe le Cristallin, soit quelquefois rougeâtre; enfin des Injections fort fines passent dans ces deux derniéres Membranes, mais non dans la Cornée, marque qu'elle a des Vaisseaux plus fins, & qui lui sont particuliers. Lorsqu'il y paroît de la rougeur, il faut que ces Vaisseaux-là ayent été dilatés par quelque inflammation, quelque contusion, qui aura forcé quelques gouttes de Sang à y entrer, & c'est à de pareils accidents que M. Petit conjecture qu'il faut rapporter les lignes rouges de la Cornée du Negre, & du jeune homme.

3.° Tout le monde croit que la Choroïde eſt noire dans l'Homme, & l'on n'a pas encore remarqué qu'il faut diſtinguer les âges. Elle eſt tout à fait brune ſous la Retine dans les Enfans, enſuite elle s'éclaircit toûjours & conſidérablement juſqu'à une vieilleſſe avancée. Cette obſervation doit du moins modifier beaucoup les uſages qu'on a tirés de la noirceur de cette Membrane par rapport à la Viſion.

4.° Le Criſtallin eſt ſujet auſſi pendant le cours de la vie de l'Homme à un changement perpetuel, quoi-que très lent. Il ne ceſſe de varier & par la couleur, & par la conſiſtence. Il ne paroît avoir aucune couleur juſqu'à 25 ou 30 ans, qu'il commence à ſe teindre d'un jaune très leger. Dans la ſuite ce jaune devient toûjours plus fort, juſqu'à être enfin celui de l'Ambre. De même le Criſtallin eſt très mou dans l'enfance, & également mou par tout, il ſe durcit enſuite, mais inégalement, plus vers le centre que vers la circonférence, & dans la vieilleſſe il a acquis ſa plus grande dureté, & une dureté par tout égale.

Les Criſtallins des Animaux à quatre pieds, des Oiſeaux, & des Poiſſons n'ont point de couleur, mais ils ſont plus durs ſelon que l'Animal eſt plus âgé, & toûjours plus durs au centre. Jamais la dureté du Criſtallin de l'Homme n'égale celle que M. Petit a obſervée dans quelques Oiſeaux, comme les Dindons. Les Quadrupedes ſurpaſſent encore les Dindons ſur ce point, & les Poiſſons ſurpaſſent tout. Leur Criſtallin eſt quelquefois comme de la Corne. Combien de Rayons ſe perdent là, & combien la Viſion doit-elle être plus foible, à moins qu'elle ne trouve d'ailleurs des compenſations !

5.° Le Criſtallin de l'Homme paroît toujours plus tranſparent par ſa partie poſtérieure, que par l'antérieure, & M. Petit a trouvé que cela venoit de la Membrane ou Capſule qui l'enveloppe, toûjours plus épaiſſe dans ſa partie anterieure. Si on l'enleve, le Criſtallin eſt par tout d'une tranſparence égale. Il eſt à remarquer que M. Petit n'a jamais trouvé cette Membrane opaque dans aucune Cataracte.

Tous ces ſujets, & pluſieurs autres annoncés par M. Petit,

ſeront traités en détail, & il eſt aïſé de voir quel prodigieux nombre de réfléxions & de raiſonnements doivent fournir tant de parties différentes, les rapports de leurs configurations, leurs uſages, ſur-tout dans une Anatomie comparée, où l'on fera entrer les Yeux de pluſieurs ſortes d'Animaux.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

IL n'eſt pas fort rare que des Membranes, des Tuniques d'Artéres, des Tendons, des Cartilages, prennent la conſiſtence d'Os, ſur tout dans les Vieillards, on en a vû pluſieurs exemples dans les Volumes précédents, mais il n'étoit pas encore connu des Anatomiſtes, du moins que l'on ſçache, que des Chairs muſculeuſes fuſſent ſujettes à cette alteration, ſi ce n'eſt lorſque la fracture de quelques Os donne lieu à l'épanchement du ſuc oſſeux dans les interſtices de fibres charnuës voiſines, & que ce ſuc a la force de les oſſifier. C'eſt-là un accident, & ces fibres ne ſe ſont pas oſſifiées d'elles-mêmes, mais voici un cas où elles l'ont fait, & on en doit la connoiſſance à M. Croiſſant de Garengeol Chirurgien de Paris.

On a trouvé un Os long de 4 $\frac{1}{2}$ pouces, large de plus de 1 pouce en quelques endroits, d'une figure ſemilunaire & torſe, convexe dans ſon milieu, & plat ſur ſa ſurface exterieure, entierement enfermé dans la ſubſtance du Cœur d'un R. P. Jeſuite, mort à l'âge de 72 ans. Il n'en ſortoit aucune partie au dehors, & il ne penetroit point dans les Ventricules. Pour mieux comprendre ſa poſition, il faut ſe ſouvenir que le Cœur eſt formé de 3 grands Muſcles, ou portions charnuës très diſtinctes. Deux de ces portions ſont deux Vaſes muſculeux, c'eſt-à-dire les deux Ventricules, adoſſés l'un contre l'autre, & la 3me portion eſt une enveloppe pareillement muſculeuſe, qui s'élevant de la pointe du Cœur va couvrir les deux Ventricules.

Ventricules. L'Os paſſoit entre cette enveloppe commune & les deux Ventricules, deſorte qu'il n'entroit dans aucun, & les embraſſoit par dehors comme une eſpece de Baudrier. Il montoit obliquement en paſſant ſur le Ventricule droit, ſur le gauche, & s'étendoit juſqu'à l'Oreillette gauche.

Des fibres charnuës étoient de tous côtés ſi fortement attachées à cet Os, qu'elles ſembloient y prendre naiſſance. C'étoit au contraire l'Os qui naiſſoit d'elles. Les fibres exterieures des Ventricules, & les interieures du grand Muſcle qui les couvre, qui dans l'état naturel ne faiſoient que ſe toucher, s'étoient confonduës enſemble en ſe durciſſant, & avoient formé cet Os ſi extraordinaire. Les fibres qui y étoient ſi adhérentes alloient encore augmenter ſa ſubſtance.

Malgré cela les gros Vaiſſeaux qui partent de la baſe du Cœur n'étoient point oſſifiés, quoi-qu'ils le ſoient aſſés ſouvent dans les Vieillards, ſeulement approchoient-ils un peu de la conſiſtence de Cartilage.

Il eſt aiſé d'imaginer les maux que devoit produire la difficulté, la gêne qu'apportoit aux mouvements du Cœur cette ceinture oſſeuſe, & l'on ne peut que s'étonner du long âge où le Malade n'a pas laiſſé de parvenir.

II.

Le froid de nôtre Climat interdit la generation à quelques Animaux, tels que les Singes & les Perroquets, venus de Pays beaucoup plus chauds. Cependant un Perroquet a pondu ici, & M. d'Iſnard s'en eſt aſſûré par lui-même. Ce Perroquet eſt aſſés gros, ſon plumage eſt varié de Verd de pré, de Verd jaunâtre, de Rouge ponceau, de Bleu céleſte, & de Violet. Il parle très diſtinctement, & chante fort bien. Il étoit depuis 33 ans dans une Maiſon que l'on connoît, & on contoit qu'il avoit bien 40 ans. On le croyoit mâle, & tout d'un coup il tomba dans un état de ſouffrance, où l'on ne l'avoit point encore vû. Le détail n'en ſeroit pas fort neceſſaire. On le ſecourut au haſard, & enfin un Chirurgien même s'en mêla, qui s'étant apperçû que l'Animal avoit le fondement dur & gros, le preſſa, & en fit ſortir un Oeuf, long de 16 $\frac{1}{4}$ lignes

ſur 14 de diametre dans le fort de ſon épaiſſeur, peſant 5 Gros. La Coquille eſt incruſtée d'une matiére, qui reſſemble à du Plâtre, & par-là rend la ſurface de l'Oeuf inégale & raboteuſe. Cette matiére eſt ſelon toutes les apparences la même dont ſe forme la Coquille. Comme il ne paroiſſoit pas que le mal fût entierement paſſé, on continua les ſecours qui avoient réüſſi, & au bout d'un quart d'heure, vinrent deux autres Oeufs recouverts ſeulement d'une membrane ſans coquille. Après cette ponte, il s'étoit preſque toûjours endormi, tenant ſa tête cachée ſous ſes aîles. Il lui ſurvint un dévoyement qui dura un mois, & l'affoiblit beaucoup, il avoit perdu la parole, & le chant, mais il ſe rétablit enſuite, & les reprit.

M. d'Iſnard ayant ouvert le premier Oeuf pondu, trouva ſa coquille entierement tapiſſée d'une ſimple membrane, fine, blanche, & tranſparente. Le Blanc en étoit très tranſparent, & liquide comme du Blanc d'Oeuf de Poule filtré. Il avoit une eſpece de Germe, quoi-qu'aſſûrément aucun Perroquet mâle n'y puſt avoir eû part. Le Jaune étoit très bien conditionné. Il eſt étonnant non ſeulement que le Perroquet ait pondu à Paris, mais encore au grand âge qu'il avoit, & après une ſi longue ſterilité.

III.

Toutes les Machines Animales d'une même eſpece ne ſont pas exactement ſemblables, & elles le ſont quelquefois ſi peu qu'il ſembleroit qu'il y a eû différentes conformations primitives. M. du Puy, Medecin du Roi à Rochefort, & Beaufrere de M. de Lagni, lui a envoyé pour l'Académie l'obſervation qu'il a faite de deux Muſcles qu'il ne croit pas qu'on ait encore vûs dans aucun ſujet.

Ils ſont tous deux couchés ſur le grand Pectoral de chaque côté, & gros ſeulement comme des tuyaux de Plume à écrire. Celui du côté droit naiſt par un Tendon très fin du bord inferieur du premier Os du Sternum, & deſcendant obliquement ſur le grand Pectoral va s'attacher par une Aponeuroſe large d'un doigt au bord ſuperieur du Cartilage de la 7me Côte vraye à deux doigts du Cartilage Xiphoïde.

Celui du côté gauche naiſt auſſi par un Tendon rond du bord inférieur du Cartilage de la 2me Côte vraye auprès du Sternum, & ſortant parmi les fibres du grand Pectoral deſcend comme l'autre couché ſur ce Muſcle, & s'inſere auſſi au bord ſuperieur du Cartilage de la 7me Côte vraye de ſon côté, un peu plus loin du Cartilage Xiphoïde que l'autre, mais comme lui par une Aponeuroſe large d'un doigt.

Les deux Muſcles Pulmonaires manquoient dans ce ſujet, M. du Puy demande ſi la Nature les auroit tranſportés ſur la Poitrine. Du moins ces deux petits Muſcles les remplaçoient pour le nombre, & à peu près pour le volume, & ce qui eſt plus ſingulier, pour l'expanſion aponeurotique de leur attache inférieure.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

L'Ecrit de M. Winſlow ſur les Mouvements de l'Epaule. V. les M. p. 175.

Celui de M. Petit le Medecin ſur l'endroit où il faut percer l'Oeil dans l'operation de la Cataracte. V. les M. p. 262.



CHIMIE.

SUR L'INFLAMMATION DE CERTAINES LIQUEURS HUILEUSES OU SULPHUREUSES PAR LES ACIDES.

V. les M. p. 95.
* p. 66 & suiv. 2de Ed.

On a déja vû dans l'Hist. de 1701 * que l'Inflammation de certaines Huiles par des Acides est une découverte nouvelle de la Chimie. Beccher l'a donnée le premier, & Borrichius, Chimiste Danois, qu'on en croyoit l'inventeur, n'est venu qu'après lui, ce qui ne l'empêche pas de pouvoir être encore inventeur. Aucun des deux n'a donné des connoissances suffisantes sur cette operation, & les plus habiles Chimistes, qui l'avoient tentée, l'avoient fait sans succés. Nous avons dit que M. Homberg en avoit enfin trouvé le principe general.

Ce n'étoit en effet rien de plus, car quoi-que par un Esprit de Nitre bien déflegmé il enflammast toutes les Huiles essentielles des Plantes aromatiques des Indes, il n'enflammoit pas l'Huile de Terebenthine qui étoit la seule sur laquelle Beccher & Borrichius eussent operé. Comme c'est une Resine sortie d'un Arbre, qui croit dans l'Isle de Chio, en Espagne, en Languedoc, en Dauphiné, Pays moins chauds que les Indes, elle n'a pas ou assés de souffres, ou des souffres assés purs, & assés exaltés.

Cette difficulté de ramener une très belle operation à son institution primitive, & de reduire l'Huile de Terebenthine à se laisser enflammer par des Acides aussi-bien que d'autres

Huiles de Climats plus favorables, a picqué la curiosité de M. Geoffroy le cadet, & après bien des tentatives il a enfin parfaitement réüssi. Ces sortes d'operations demandent un choix si juste des matiéres, & des doses si précises, qu'on ne doit pas être surpris des peines & du temps qu'elles coustent. De l'Huile de Vitriol concentrée & de l'Esprit de Nitre fumant, employés par portions égales, sont les Acides avec lesquels M. Geoffroy allume l'Huile de Terebenthine. Il sort tout à coup, & avec une grande explosion, une très belle flamme, accompagnée d'un Tourbillon de fumée fort épaisse. Ce n'est point un feu de quelques instants, il dure tant qu'il y a de la matiére dans le Vaisseau, il consume tout, à une très petite quantité près d'un Charbon fort leger qu'il laisse.

Il est à remarquer que ces Acides si vifs, & qui sont une espece d'Eau-forte, ne dissoudroient cependant aucun Métal. La raison en est qu'il sont trop vifs, leur extrême subtilité les rend trop disproportionnés à la grossiereté des parties métalliques.

M. Geoffroy allume aussi les Baumes naturels, tels que ceux de Copaü & de la Meque. Ils répandent dans l'air, après avoir brûlé, un parfum qui affoibli à un certain point devient très doux, s'étend loin, & dure assés long-temps. Le Baume de Copaü principalement a cette agreable proprieté.

L'Huile blanche de Petrole ne s'est point encore laissée enflammer, mais en recompense elle jette une vapeur qui sur la fin a une odeur de Musc, ou d'Ambre gris, aussi-bien que la matiere qui reste dans le Vaisseau après la fermentation. Cette matiére parfume tout ce qui y touche, & le parfume pour long-temps.

Mais ce qu'on n'eust jamais osé esperer, c'est que les Plantes aromatiques de nos Climats, le Thin, le Genievre, la Menthe, &c. aussi foiblement aromatiques qu'elles le sont, pussent donner des Huiles qui s'allumassent, car effectivement ces Huiles sont extrêmement légéres, *tenuës*, très peu chargées de substance en comparaison de celles des Plantes étrangéres. Elles s'allument cependant par l'operation de M. Geoffroy.

Les premiers auteurs de cette découverte n'en ont peut-être pas trop été crus d'abord, on la regardoit comme une merveille douteuſe, & la voilà devenuë ſi commune qu'elle va ceſſer d'être une merveille.

SUR LES EAUX DE PASSY.

V. les M. p. 306.

IL eſt bien difficile de ſçavoir quand on eſt au bout d'un ſujet, & peut-être eſt-il impoſſible de le ſçavoir, parce qu'on n'y eſt jamais. Les Eaux de Paſſy, déja ſi examinées, comme on a vû en 1701*, 1720*, 1724*, l'ont encore été par M. Boulduc le fils, & d'une maniere nouvelle.

* p. 62. & ſuiv. 2de Ed.
* p. 42 & ſuiv.
* p. 50 & ſuiv.

Les nouvelles Eaux de Paſſy, car ce ſont les ſeules dont il eſt queſtion, conſiſtent en 4 ſources, toutes ſenſiblement ferrugineuſes, quoi-qu'à différents degrés, & c'eſt par-là qu'on les diſtingue. On appelle la 1re celle qui l'eſt le plus, la 2de celle qui l'eſt le plus après elle, &c. Le gouſt de fer qu'elles ont toutes quatre eſt mêlé d'une legere aſtriction, & de quelque choſe de picquant. Elles ſont fort claires, & conſervent pendant pluſieurs mois leur limpidité & leur gouſt dans les temps froids, & dans des vaiſſeaux bien bouchés. La chaleur du Soleil en Eté, & plus encore celle du feu, quelque douce qu'elle ſoit, les trouble, y cauſe une efferveſcence lente qui fait précipiter le fer en forme d'une roüille, après quoi les eaux redeviennent claires, n'ont plus de gouſt de fer, & n'en ont plus qu'un légérement ſalé.

Pour connoître à fond les matiéres qui entrent dans leur compoſition, & produiſent leurs vertus, M. Boulduc a diſtillé une grande quantité de ces Eaux, afin de groſſir juſqu'au point qu'il jugeoit neceſſaire pour ſes recherches la réſidence, qui devoit reſter dans les Vaiſſeaux. Cet amas de réſidence s'eſt trouvé formé de 3 ou de 4 matiéres différentes, diſpoſées à peu près par lits, le fer en forme de roüille au fond du Vaiſſeau, au deſſus pour les Eaux de la 3me & 4me ſource ſeulement une pouſſiere blanche très fine, enſuite des Criſtaux

tranſparents, & brillants, enfin une maſſe confuſe, blanchâtre, & ſaline au gouſt, qui expoſée quelque temps à l'air s'humecte, & devient en partie fluide.

M. Boulduc a ſéparé ces 4 matiéres, & les a examinées chacune à part, pour voir non ſeulement ce qu'elles étoient, mais ce qu'elles devoient être dans les Eaux, car l'action du feu doit les avoir alterées, du moins quelques-unes, il peut en avoir fait de nouveaux compoſés, & c'eſt leur état naturel qu'il faut connoître, en démêlant tous les changements qu'il aura ſoufferts.

Puiſque les Eaux étoient naturellement limpides, le fer qu'elles contenoient n'y pouvoit être inviſible que par être très finement diſſous, il l'étoit donc par quelque diſſolvant, par quelque Eſprit ou Acide, qui le rendoit inviſible, comme il l'eſt dans le Vitriol, & formoit même un Vitriol; en effet dès que le mouvement de la fermentation excitée par la chaleur, l'a détaché de cet Acide, il tombe au fond du Vaiſſeau en forme de roüille.

Mais la fermentation ne ſe fait que par un combat d'Acides & d'Alkali, & la précipitation d'une matiére ne ſe fait que parce que des Acides qui la tenoient diſſoute l'ont abandonnée pour ſe joindre à de nouveaux Alkalis, avec leſquels ils avoient plus de rapport, plus d'affinité. Quels Alkalis ſont entrés dans ces effets? c'eſt cette pouſſiere blanche & fine que les Eaux des deux derniéres ſources fourniſſent dans leur réſidence. M. Boulduc l'a reconnuë pour très certainement alkaline. Il eſt vrai que les Eaux des deux premiéres ſources ne la donnent pas, & que les fermentations & les précipitations ne laiſſent pas de s'y faire comme dans les autres, mais il eſt très naturel, & preſque neceſſaire de concevoir qu'elle étoit en moindre quantité dans ces premiéres ſources, puiſqu'elles ne différent toutes que par les doſes, & non par la qualité des matiéres.

Le mouvement excité dans les Eaux par la chaleur fait donc que les petites molecules de fer diſſous, & ces Alkalis ſe rencontrant & ſe choquant avec une certaine force, l'Acide,

qui avoit diſſous le fer, l'abandonne pour ſe ſaiſir de ces nouveaux Alkalis plus convenables, & voilà la fermentation & la précipitation.

Delà il ſuit que le Diſſolvant Acide du fer uni aux nouveaux Alkalis doit faire un nouveau Sel moyen, que les Eaux dans leur état naturel ne contenoient pas, & qui ne naiſt que de la décompoſition du Vitriol, qu'elles contenoient. M. Boulduc appelle ce Sel *ſulphureux,* à cauſe de la reſſemblance qu'il lui trouve avec un Sel que l'illuſtre M. Stahl forme par la vapeur du Souffre allumé, & par le Sel de Tartre.

Lorſque ce Sel ſulphureux eſt diſtillé ſans addition à une chaleur mediocre, ſon Acide s'éleve pur dans le Recipient, & laiſſe dans le Vaiſſeau une poudre blanche, que M. Boulduc a reconnuë aiſément pour être encore ſaline. Il en a retiré de vrai Sel de Glauber, qui exiſtoit donc veritablement dans les Eaux, car quoi-que le Sel ſulphureux fuſt un compoſé nouveau, qui n'y exiſtoit pas, les matiéres dont il eſt compoſé y exiſtoient. On croyoit, & on devoit croire que le Sel de Glauber étoit un ouvrage de l'Art, dû à cet habile Chimiſte, & il ſe trouve enfin qu'il peut être un ouvrage de la Nature. On a cet avantage, parce qu'il eſt auſſi ouvrage de l'Art, qu'on ſçait ce que la Nature a mis dans ſa compoſition. C'eſt un Acide Vitriolique tranſporté ſur la baſe ou matrice terreuſe du Sel Marin.

Cela même a fait ſoupçonner à M. Boulduc, qu'il pourroit entrer du Sel Marin dans les Eaux de Paſſy, & il y en a trouvé effectivement, quoi-qu'avec beaucoup de peine, & par des moyens, qu'il n'étoit pas facile d'imaginer. Ce Sel étoit renfermé dans les Eaux naturelles par la même raiſon que celui de Glauber.

Après que M. Boulduc en a eû retiré le Sel Marin, & pouſſé les operations juſqu'où elles pouvoient aller, il lui eſt reſté une Huile, ou Bitume liquide, que les Eaux devoient renfermer auſſi.

Voilà juſqu'où il a été conduit de recherche en recherche, en commençant par la ſimple décompoſition du Vitriol des Eaux.

Eaux. Il reſtoit une curioſité, qu'il n'étoit pas trop vrai-ſemblable qu'on pût ſatisfaire, ſur l'Eſprit Acide qui tient le fer diſſous dans le Vitriol. On avoit ſoutenu que cet Eſprit, très volatil de ſa nature, s'échappoit des Vaiſſeaux, où ces Eaux ſont tranſportées, quelque bien bouchés qu'ils fuſſent; il pouvoit auſſi ſe perdre dans les operations, & il n'y avoit guére lieu d'eſperer qu'on le puſt rendre ſenſible. M. Boulduc l'a fait cependant; il lui a trouvé une odeur de Souffre allumé très penetrante. Cet Eſprit eſt auſſi vif dans le genre des Acides, que celui de Sel Armoniac l'eſt dans le genre des Alkalis.

Par tout ce qui a été dit, il eſt aiſé de voir que des 4 matiéres différentes, qui compoſoient la réſidence des Eaux, la 1re, la 2de, & la 4me ont été examinées, il reſte la 3me, les Criſtaux tranſparents & brillants, qu'il faut faire auſſi connoître.

Ils ont une figure reguliere & conſtante, ils ſont plus longs que larges, & leurs grands côtés ſont aſſés exactement des Rhomboïdes. Comme les Sels moyens affectent tous certaines figures, particuliéres à chacun, c'eſt-là un indice aſſés fort qu'ils ſont de ce genre. Il eſt vrai qu'ils paroiſſent d'abord indiſſolubles à l'eau, ce qui ſeroit bien contraire à la nature de Sel, mais M. Boulduc a éprouvé qu'ils ne le ſont pas réellement, & qu'ils contiennent ſeulement beaucoup de terre, qui les rend difficiles à diſſoudre.

Il y a apparence que ces Criſtaux viennent de la pierre Selenite, qui ſe trouve en grande quantité dans le Côteau de Paſſy, & aux environs des Eaux. Nous avons dit en 1724,* que M. Geoffroy le cadet y a trouvé beaucoup de Talc. * p. 53.

En raſſemblant tout, les Eaux de Paſſy dans leur état naturel contiennent donc du Vitriol, du Sel de Glauber, du Sel Marin, de la Terre alkaline, du Bitume liquide, & de la Selenite.

Et afin qu'il n'y ait pas le plus foible moyen de ſoupçonner qu'aucune de ces matiéres pût être l'effet du feu, M. Boulduc a trouvé après pluſieurs tentatives un ſecret fort ſimple de tirer ſans feu toutes celles qui pouvoient être ſuſ-

pectes. Il n'employe pour cela que de l'Esprit de Vin très bien rectifié, qui étant versé sur les Eaux à différentes reprises fait paroître successivement toutes les matiéres salines qu'on cherchoit.

Ces matiéres, excepté la Selenite, ont des effets connus en Medecine, & de-là M. Boulduc juge que les Eaux de Passy en général doivent être rafraîchissantes, émollientes, aperitives, & en même temps fortifiantes, diuretiques, & purgatives. Quant à la Selenite, comme elle est difficile à dissoudre, & par-là propre à penetrer en son entier jusque dans les plus petits Vaisseaux, que d'ailleurs ses Cristaux ont des angles pointus, il conjecture qu'elle peut par un grand nombre de petits chocs redoublés ranimer le ressort de ces Vaisseaux relâchés, & les mettre en état de reprendre leurs vibrations ordinaires. On est presentement plus que jamais en état de juger, autant qu'on le peut par le raisonnement, à quelles maladies conviendra un Remede, qui sort tout préparé des Laboratoires de la Nature; & l'experience, qui ne laissera pas de décider toûjours, sera moins aveugle, & moins perilleuse.



BOTANIQUE.

OBSERVATION BOTANIQUE.

LE Hestre, Fau, Fouteau, ou Fayant donne des fruits qui se nomment *Faysnes.* On en fait de l'Huile, dont le petit peuple se sert au lieu de Beurre, ou d'autre Huile dans quelques Pays abondants en Hestres. Mais la pluspart de ceux qui en font beaucoup d'usage, se plaignent de douleurs & de pesanteur d'estomac. M. Danty d'Isnard a donné un moyen de prévenir ces incommodités. Il faut verser l'Huile de Faysnes, nouvellement exprimée, dans des cruches de grais bouchées bien exactement, les mettre en terre, & les y laisser un an, après quoi l'Huile aura perdu toute sa mauvaise qualité.

M. Marchant a lû la Description de l'*Angelique, Angelica sativa Casp. Bau.* Pin. 155.

Et celle de l'Angelica Acadiensis, flore luteo. Acad. Reg. Par. 55.

Avec la Critique des Auteurs Botanistes sur l'Angelique.



ARITHMETIQUE.

SUR UNE NOUVELLE PROPRIETE' DU NOMBRE 9.

IL y a long-temps qu'on a remarqué que tous les multiples de 9, qui ſont 18, 27, 36, &c. 108, 117, &c. 1008, 1017, &c. à l'infini ſont tels que les Chiffres qui les expriment étant additionnés, ils font toûjours 9, ou un multiple de 9 moindre que le nombre propoſé ſur lequel on a operé.

M. de Mairan a découvert encore une proprieté ſinguliére de 9. Si l'on change l'ordre des Chiffres qui expriment un nombre, par exemple, de ceux qui expriment 21, ce qui ſera 12, de ceux qui expriment 52, ce qui ſera 25, &c. il ſe trouvera toûjours que la différence de 21 & de 12, de 52 & de 25, &c. ſera 9, ou un multiple de 9. La même proprieté ſubſiſte, quoi-que l'on prenne de plus grands nombres, ſuſceptibles par conſéquent d'un plus grand nombre de changements dans l'ordre de leurs Chiffres, & elle ſubſiſte dans tous ces changements. Tenons-nous-en d'abord aux plus petits nombres.

Ceux qui ont une certaine habitude avec les Nombres ſçavent que ces ſortes de proprietés qui tiennent, non à la nature veritable, & à l'eſſence des nombres, mais aux Chiffres par leſquels ils ſont exprimés, naiſſent du rang, de la place qu'ils ont dans la progreſſion periodique, qu'on a établie pour leur retour. Celle dont nous nous ſervons eſt la progreſſion décuple, qui exprime tout avec 10 Chiffres. Elle eſt arbitraire, & n'eſt peut-être pas la mieux choiſie qu'elle pût être, mais il n'importe, elle produit neceſſairement certaines proprietés,

qui ne se seroient pas trouvées dans d'autres progressions. On a démontré que la premiére proprieté de 9, dont nous avons parlé, vient de ce qu'il est le penultiéme terme de la progression décuple, & selon toutes les apparences il en doit être de même de la proprieté dont il s'agit ici.

Mais il se presente une grande difficulté. M. de Mairan a remarqué que cette proprieté qui se trouve entre deux nombres tels que 21, & 12, 52 & 25 se trouve aussi entre leurs puissances quelconques, c'est-à-dire que les différences de ces puissances sont des multiples de 9, ainsi les quarrés de 21, & de 12, étant 441, & 144, leur différence 297 est un multiple de 9, ce que l'on voit d'un coup d'œil par la 1re proprieté de 9. 441 & 144 sont formés des mêmes Chiffres, & si on précipitoit beaucoup son jugement, on pourroit croire que c'est par-là qu'ils appartiennent à la regle générale, mais 9261, & 1728, cubes de 21 & de 12, appartiennent encore à la regle, leur différence 7533 est un multiple de 9, & cependant ils ne sont point formés des mêmes Chiffres. Les autres puissances de 21 & de 12, toutes celles de 52 & de 25, &c. ne le seront pas non plus, & cependant leurs différences suivront la regle. D'où cela vient-il? il ne paroît plus que les Chiffres y entrent pour rien.

Nous sommes effectivement obligés de remonter plus haut, & voici, selon nôtre pensée, la premiére source de tout. Un nombre quelconque étant posé, 7, par exemple, je prens arbitrairement un autre nombre, 11, par exemple, dont la différence à 7 est 4. Ensuite je prens un multiple quelconque de 7, 35 par exemple & au-dessus de ce nombre un nombre plus grand de la différence 4, déja déterminée, ce nombre sera par conséquent 39, & je dis que la différence de 39 & de 11 sera multiple de 7. En effet elle est 28. Il sera très aisé de se prouver cela à soi-même par Algébre, & en général.

Maintenant que j'éleve au quarré 11 sous la forme de 7 plus 4, & 39 sous la forme de 5 fois 7 plus 4, & qu'ensuite j'ôte le petit quarré du grand, je verrai qu'il ne me reste que

des multiples de 7, parce que les termes, où la différence 4 étoit seule se détruisent, & par conséquent la différence des quarrés ne peut être qu'un multiple de 7. Il en ira de même par la même raison de toutes les autres puissances de 11 & de 39, & cela exprimé en Lettres sera une démonstration générale, ou un Théoréme.

Il y a donc une infinité de nombres tels que 7, 11, & 39; pourvû qu'ils observent les mêmes conditions, c'est-à-dire que le 1er étant posé, & une différence quelconque du 1er au 2d, il faut que le 3me soit un multiple quelconque du 1er, plus cette même différence. Moyennant cela, les différences du 2d & du 3me, & celles de toutes leurs puissances seront des multiples du 1er. Cette proprieté vient de l'essence des nombres, indépendamment des Chiffres arbitraires qui les expriment.

Je puis donc prendre 9 pour le 1er des 3 nombres, 9 plus 3 ou 12 pour le 2d, & 2 fois 9 plus 3 ou 21 pour le 3me; ou 9 plus 4 ou 13 pour le 2d, & 3 fois 9 plus 4, ou 31 pour le 3me, ou 9 plus 5 ou 14 pour le 2d, & 4 fois 9 plus 5 ou 41 pour le troisiéme, &c.

Mais je m'apperçoi qu'en operant ainsi, 9 étant toûjours posé pour 1er terme; j'ai pour les deux autres, 12 & 21, 13 & 31, 14 & 41. Et comme en poussant l'operation plus loin par l'augmentation continuelle & uniforme de la différence constante, & du nombre qui multiplie 9, j'aurai 15 & 51, 16 & 61, 17 & 71, &c. je voi que les deux nombres qui suivent de la position perpetuelle de 9, 1er terme, sont toûjours formés des mêmes Chiffres transposés. Or il n'en va pas ainsi, lorsque tout autre nombre, comme 7, a été posé pour 1er terme. Il est bien vrai que les deux nombres qui suivront seront toûjours tels que la différence de leurs puissances quelconques sera un multiple du 1er terme, mais ils ne seront plus formés des mêmes Chiffres. Cette proprieté singuliére appartient donc à 9 en vertu de nôtre expression arbitraire des Nombres, ou de la progression décuple, & le tout de la proprieté considérée dans 9, peut-être appellé *mixte*, parce qu'il

vient en partie du réel, en partie de l'arbitraire des Nombres.

Toutes les disaines qui forment nôtre progression décuple étant conçûës disposées de suite jusqu'à 90, le nombre 9, parce qu'il est le penultiéme de cette progression, est tel que sa différence à 10, terme de la 1re disaine est 1, que celle de son 1er multiple à 20 est 2, celle de son 2d multiple à 30 est 3, &c. desorte que le nombre qui exprime le quantiéme de la disaine, est aussi la différence de 9, ou de son multiple enfermé dans une disaine au dernier & plus grand terme de cette disaine. Cela posé, quand de 12, qui est 1 disaine plus 2 unités, je fais 21, je change les unités de 12 en disaines, & la disaine de 12 en 1 unité. La différence de 9 à 12 a necessairement 1 unité, à cause de 10 1re disaine, & de plus elle a 2, à cause des 2 unités de 12. Dans 21, qui a 2 disaines il y a un multiple de 9, dont la différence à la 2de disaine ou à 20 est égale à 2, nombre des disaines, & de plus cette différence a 1 unité, à cause de l'unité qui est dans 21. Donc la différence de 9 à 12 est la même que celle du multiple de 9 contenu dans 21 à 21. Or l'égalité de ces deux différences en quoi consiste tout le fin de la proprieté proposée est une suite necessaire de la transposition des Chiffres de 12, donc en renversant 12 pour en faire 21, j'ai fait la même chose qui si ayant posé 9 pour 1er terme, & 12 qui a une certaine différence à 9, j'avois pris un 3me nombre, qui eust la même différence à un multiple de 9.

Mais je n'ai pas eû besoin de poser 9 pour 1er terme ni même d'y penser, parce que la seule transposition des Chiffres a fait le même effet, & comme cette transposition ne fait cet effet que pour 9, elle ne fait appercevoir que dans ce nombre une proprieté generale cachée dans tous les autres.

Ce n'est que pour rendre nôtre explication plus facile que nous avons terminé la suite des disaines à 90. Si on veut la pousser plus loin on trouvera que les différences des multiples de 9 aux derniers termes des disaines recommencent à être 1, 2, 3, &c. & toûjours ainsi de 9 disaines en 9 disaines, desorte que le raisonnement que nous avons fait sur les petits

nombres 12 & 21, subsistera pour les plus grands formés de 2 Chiffres, comme 89 & 98.

Ce qui subsistera toûjours aussi, c'est l'égalité des deux différences dont nous avons tant parlé. Car ces différences sont la même quantité que les deux sommes des nombres qui expriment combien il y a d'unités & de disaines dans les deux nombres que l'on considére. Or ces deux nombres étant formés des mêmes Chiffres, le nombre des unités du 1er est le nombre des disaines du 2d, & le nombre des disaines du 2d est celui des unités du 1er, d'où il suit que les sommes de ces quantiémes sont égales, & par conséquent les deux différences.

Et comme les sommes de ces quantiémes seront encore égales, quand le nombre dont on veut transposer les Chiffres, sera par exemple 235, dont on fera 325, parce qu'il y aura d'un côté 2 centaines, 3 disaines, 5 unités, & de l'autre 3 centaines, 2 disaines, 5 unités, dont les quantiémes font la même somme, & que ce sera encore la même chose pour 523, pour 532, pour 235, &c; que de plus cela se trouvera encore necessairement dans les nombres qui iront au-delà des centaines, & si loin qu'on voudra, il s'ensuit que la proprieté de 9, dont il s'agit, est sans exception, & l'on verra, du moins d'une vûë generale, que les démonstrations que nous en avons données pour de petits nombres, doivent s'étendre à tous.

Nous ne suivrons pas cette matiére plus loin, quoi-que M. de Mairan ait fait quelques autres réfléxions; par exemple, si l'on prend 12 & 21 les deux plus petits nombres par où l'on puisse commencer, ensuite 13 & 31, 14 & 41, &c. on verra que les différences sont 9 multiplié successivement par 1, par 2, par 3, &c. ce qui va jusqu'à 20 exclusivement, & recommence à 23, & 32, car 20 ne se renverse point, 21 & 12 sont la même chose que 12 & 21, & 22 ne se renverse point. 23 & 32 ont pour différence 1 fois 9, 24 & 42 ont 2 fois 9, &c. en general M. de Mairan a trouvé que pour les nombres de deux Chiffres, le nombre qui doit multiplier 9 est toûjours la différence de ces Chiffres; ainsi pour 25 & 52 c'est

c'eſt 3, & en effet leur différence eſt 27. Lorſqu'il y a pluſieurs Chiffres, ce multiple de 9 ſuit encore certaines loix tirées de la différence particuliére de ces Chiffres. M. de Mairan remarque encore que le Zero introduit ne change pas la proprieté, qu'elle peut être utile dans le calcul des Logarithmes, comme l'ancienne proprieté l'eſt quelquefois pour faire reconnoître tout d'un coup un grand nombre multiple de 9, &c. mais il n'a pas lui-même prétendu pouſſer cette Théorie juſqu'au bout. Il ſuffit preſque dans ces ſortes de ſujets d'indiquer aux Lecteurs de quel côté ils doivent tourner leur vûë, ils y verront, s'ils veulent, tout ce qu'il y a à voir, ou ſe contenteront de ſçavoir qu'il y a là quelque choſe qui les attend, & qui ne leur échappera pas, quand ils voudront le chercher.



GEOMETRIE.

SUR DES COURBES PARABOLIQUES QUI AURONT DES AIRES DONNE'ES CORRESPONDANTES A DES ABSCISSES DONNE'ES.

SI l'on trace, ou qu'on ſuppoſe l'Axe d'une Courbe, que depuis ſon origine on en détermine des parties ou Abſciſſes toûjours croiſſantes, & d'une grandeur connuë, que l'on détermine auſſi arbitrairement des grandeurs d'Aires curvilignes qui répondroient à ces Abſciſſes, il eſt certain que dans le nombre infini, & infiniment infini de Courbes poſſibles, il y en aura quelqu'une telle que ſes Aires curvilignes correſpondantes aux Abſciſſes déterminées ſeront celles qu'on a ſuppoſées ou demandées. Mais pour reſoudre ce Problême il eſt évident qu'il faut d'abord le reſtraindre à des Courbes quarrables, car en vain chercheroit-on des aires égales aux données dans des Courbes dont on ne pourroit déterminer les aires.

On ſçait ce que c'eſt que les Paraboles de tous les degrés. Leur nature conſiſte en ce que leur Ordonnée indéterminée élevée à une puiſſance quelconque faiſant ſeule un membre de leur Equation, l'autre membre eſt un produit de la même dimenſion fait de l'Abſciſſe & d'une grandeur conſtante combinées comme l'on veut. Les Paraboles de tous les dégrés ſont quarrables.

Mais il y a d'autres Courbes, qui, ſans être exactement Paraboles ſelon l'idée précédente, ſont du genre Parabolique. L'ordonnée indéterminée élevée à une puiſſance quelconque eſt auſſi toûjours ſeule dans un membre de l'Equation, mais

l'autre eſt composé de pluſieurs termes, où entre l'Abſciſſe élevée à différentes puiſſances, & combinée avec des Coëfficients, qui ſont les dimenſions neceſſaires. Toutes ces Courbes Paraboliques ſont quarrables auſſi, & on a la formule generale de leur quadrature. Elles ont encore cela de commun avec les vrayes Paraboles, qu'elles n'ont jamais d'Aſimptotes.

Ce ſont ces Courbes que M. de Maupertuis employe dans la réſolution du Problême des Aires & des Abſciſſes, qu'il a imaginé, & qu'il s'eſt propoſé. Plus il faut trouver un grand nombre d'Aires données correſpondantes à des Abſciſſes données, plus l'Equation de la Courbe Parabolique, qui ſatisfera, ſe compoſe, c'eſt-à-dire que la puiſſance de l'Ordonnée en monte plus haut, & que les termes où ſe trouve l'Abſciſſe élevée à toutes les puiſſances depuis 1, juſqu'à celle de l'Ordonnée moins 1, enſont en plus grand nombre. Cette Abſciſſe doit être affectée en même temps de certains Coëfficients, qui faſſent le ſupplément de la dimenſion, où tous ces termes doivent monter.

L'Artifice de la ſolution conſiſte à laiſſer indéterminés ces Coëfficients dans l'Equation de la Courbe, qui montera au degré neceſſaire, & à déterminer enſuite par les valeurs des Aires données celles de ces Coëfficients, ce qui donne auſſitôt l'Equation particuliére de la Courbe cherchée. C'eſt-là une application de l'utile & ingénieuſe Méthode des *Indéterminées*, inventée par Deſcartes. Cette application eſt ſouvent longue & penible, comme elle l'eſt ici dans un Exemple de 3 Aires ſeulement.

Si la Queſtion étoit que pour 2 Abſciſſes, dont la premiére ſeroit neceſſairement moindre que la 2de, on trouvaſt 2 Aires égales, il ſemble d'abord que le Probléme ſeroit impoſſible, car la 2de Aire, dont la 1re ne ſera qu'une partie, doit neceſſairement être plus grande. Mais il ne faut pas décider vîte ſur les impoſſibilités. La Courbe parvenuë à l'extremité de la 1re Abſciſſe y coupera ſon Axe, & comme on ſuppoſe qu'elle avoit pris d'abord ſon cours au-deſſus, où elle a formé une Aire ſuperieure, elle deſcendra au-deſſous, & y

formera une Aire inférieure, & par conséquent negative, ou retranchée, qui détruira ce que l'aire superieure & positive auroit de trop.

En suivant cette idée, à l'égard d'une Aire, qui soit toûjours la même pour tant d'Abscisses données qu'on voudra, il est visible qu'on fera serpenter la Courbe autour de son axe à l'infini.

Il est clair aussi qu'il n'est pas necessaire pour cette égalité des Aires que les Abscisses croissent en progression arithmetique, auquel cas seulement toutes les Aires égales curvilignes ont des bases droites égales, comme des demi-Cercles d'un diametre égal. Les Aires égales pourront avoir des bases droites si inégales qu'on voudra.

Une Courbe égale & semblable à celle qui serpenteroit ainsi autour de son axe, & posée à contresens, rempliroit tous les vuides alternatifs que laisse la premiére, & il se formeroit, comme dit M. de Maupertuis, une espece de Caducée. Il ne faudroit que quarrer tous les membres de l'Equation de la premiére Courbe, pour avoir le Caducée, ou la Courbe totale.

Puisque malgré la supposition des Abscisses toûjours croissantes, on peut avoir des Aires toûjours égales, on pourra même les avoir décroissantes selon telle raison qu'on voudra. Des Aires negatives détruiront ce qu'il y auroit eû de trop dans les positives.

Ce Problême de M. de Maupertuis a du rapport avec un beau Problême de M. Neuton, qui a enseigné à faire passer une Courbe Parabolique par autant de points donnés qu'on voudra, ce qui est la même chose que de trouver des Ordonnées de Courbes Paraboliques correspondantes à des Abscisses données. Par-là on peut changer en Courbe Parabolique à peu près, & si près que l'on veut, une autre Courbe, par exemple le Cercle, car si une de ces Courbes passe par 20, par 30, par 100 points, &c. d'un Cercle, elle se confond d'autant plus avec lui, & comme elle est toûjours quarrable, elle donne une quadrature du Cercle toûjours plus approchée. Il

en ira de même de toute autre Courbe non quarrable, qui par ce moyen le deviendra toûjours, pour ainſi dire, de plus en plus, & autant qu'il eſt poſſible qu'elle le devienne.

CEtte année M. l'Abbé de Molieres publia un *Premier Recüeil des Leçons de Mathematique* qu'il avoit *dictées au College Royal.* Ce ſont des Elements d'Arithmetique & d'Algebre déduits avec l'ordre & la clarté neceſſaires à ceux qui commencent, & qu'on leur refuſe pourtant aſſés ſouvent. Il ne laiſſe pas de ſe trouver parmi ces matiéres élementaires des morceaux que les Sçavants mêmes pourront remarquer, par exemple, une Theorie nouvelle des Nombres premiers, & la démonſtration de la formule generale pour l'élevation des Polinomes quelconques à des puiſſances quelconques.

M. Clairaut, fils de M. Clairaut dont nous avons parlé en 1725,* lut à l'Académie un Memoire aſſés ample qu'il avoit fait ſur quatre nouvelles Courbes Geometriques de ſon invention, ſur la maniere dont elles ſe forment, ſur leurs proprietés, ſur leurs uſages. Le principal eſt qu'elles fourniſſent un moyen facile de trouver deux & tel nombre qu'on voudra de moyennes proportionnelles entre deux lignes données. L'Auteur déterminoit par le Calcul Différentiel les Tangentes de ces Courbes, leurs points d'Infléxion, leurs plus grandes ou plus petites Ordonnées, & par le Calcul Integral leurs Eſpaces quarrables, lorſqu'ils l'étoient, le tout avec beaucoup de netteté & d'élegance. Cet Auteur étoit alors âgé de 12 ans 8 mois. Autrefois de pareilles productions auroient fait honneur aux plus habiles Geometres, & aujourd'hui la loüange en eſt à partager entre l'excellence des nouvelles Méthodes, & le genie ſingulier d'un Enfant.

* p. 48.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

L'Ecrit de M. de Maupertuis ſur une Queſtion de *Maximis & Minimis.*

V. les M. p. 84.

ASTRONOMIE.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

V. les M. p. 236. La Comparaison d'Observations faites à Pekin avec les correspondantes faites à Paris, par M. Maraldi.

V. les M. p. 260. L'Observation d'une Eclipse de Mars par la Lune, de M. Cassini.

V. les M. p. 328. & 330. Et celles de l'Eclipse solaire du 25 Sept. par M.rs Cassini, Maraldi, & Godin.

GEOGRAPHIE.

M. Danville presenta à l'Académie une nouvelle Carte generale de la France qu'il avoit dressée. On la trouva aussi conforme aux Observations dans la détermination des Latitudes & Longitudes observées, qu'une Carte générale le puisse être. Elle a paru correctement & proprement dessinée, le détail des Côtes précis, & le choix des positions fait avec connoissance & jugement.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

V. les M. p. 245. L'Ecrit de M. Delisle sur la longitude de l'embouchure du fleuve Mississipi.



CATOPTRIQUE.

SUR LES MIROIRS BRUSLANTS.

IL y a eû un grand nombre de Siécles, où la proposition de mettre en feu un Corps combustible par le moyen d'un Charbon qui en seroit à 20 pieds de distance, par exemple, auroit passé pour Magique, & il y a encore un très grand nombre de Nations où elle passeroit pour surnaturelle, ou pour extravagante. Nous mêmes aujourd'hui nous ne laissons pas d'en voir l'execution avec quelque petite surprise, quoique tous les Geometres sçachent les principes d'où elle dépend. Il est démontré que tous les rayons qui étant parallélés à l'axe d'une Parabole vont frapper sa concavité en quelques points que ce soit, se réfléchissent à son Foyer, & se rassemblent tous en ce seul point, & reciproquement s'ils partent tous du foyer, comme ils feront lorsqu'un point lumineux y est placé, & qu'ils aillent frapper la concavité de la Parabole, ils se réfléchiront tous parallélement à l'axe. De-là il suit que comme ce parallélisme s'étend à l'infini, si on plaçoit une 2de Parabole à une distance infinie de la 1re, de maniere seulement que leur axe fust le même, les rayons réfléchis parallélement par la 1ere, iroient après avoir frappé la 2de s'assembler tous à son foyer, desorte qu'étant partis d'un point ils se réüniroient dans un autre point infiniment éloigné, & comme la lumiére & la chaleur sont la même chose, si le foyer de la 1ere Parabole étoit occupé par un Corps bien chaud tel qu'un Charbon enflammé, toute sa chaleur se feroit sentir au foyer de la 2de Parabole, quoi-qu'infiniment distant. Voilà le pur Geometrique, beaucoup plus merveilleux que ce que nous avons proposé d'abord, mais il est clair

V. les M. p. 165.

que le Phisique doit en rabattre beaucoup, & même infiniment, & que des rayons ne s'étendroient pas à l'infini dans l'Air, ni dans aucun Milieu sans perdre absolument leur force & leur chaleur. On n'aura donc un effet sensible qu'en plaçant les deux Paraboles à quelque distance l'une de l'autre. On entend bien aussi que ce que nous appellons deux Paraboles, parce que c'est dans cette Courbe simple que se trouve la proprieté du foyer, doivent être deux Paraboloïdes, ou Segments concaves d'un Solide formé par la révolution d'une Parabole autour de son axe. Ce seront deux Miroirs de figure Parabolique. Plus ils sont grands, ou, ce qui est le même, de grands segments de leurs Paraboloïdes, plus l'un réfléchit parallélement un grand nombre de rayons partis de son foyer, & plus l'autre en rassemble un grand nombre au sien. On mesure leur grandeur par le diametre de leur ouverture, qui est circulaire. Puisqu'il s'agit de reflexion, il faut que leur surface concave qui réfléchit, soit la plus polie qu'il se puisse.

La Parabole peut être considerée comme une Ellipse infinie, dont un des foyers seroit infiniment éloigné de celui qui est toûjours au quart de son parametre. Le point lumineux placé à ce 2d foyer de cette Ellipse infinie, n'envoyeroit sur toute sa concavité que des rayons paralléles à cause de l'éloignement infini, & par conséquent lorsqu'une vraye Parabole rend paralléles les rayons qui sont partis de son vrai foyer, elle leur donne la même direction que s'ils étoient venus de son autre foyer infiniment éloigné, ou, ce qui est le même, les fait tendre à ce foyer, desorte qu'ils y arriveroient par un chemin infini. Donc selon cette analogie de la Parabole, & de l'Ellipse, la vraye Ellipse doit renvoyer à un de ses foyers les rayons d'un point lumineux placé à l'autre, & c'est aussi une proprieté qu'on démontre qui lui appartient.

L'Hiperbole, ou plûtôt les deux Hiperboles opposées sont une Ellipse infinie coupée en deux moitiés égales posées à quelque distance l'une de l'autre, & de maniere que leurs convexités se regardent, & de-là vient que les rayons d'un point

point lumineux placé au foyer d'une Hiperbole, & réfléchis par sa concavité y prennent la même direction que s'ils venoient tous du foyer de l'Hiperbole opposée, ou, ce qui est le même, les rayons qui tendroient tous au foyer d'une Hiperbole, & iroient avec cette direction frapper la concavité de l'Hiperbole opposée, se réfléchiroient dans son foyer.

Toutes ces Courbes ont des foyers proprement dits, des points uniques où se réünissent exactement tous les rayons d'une certaine direction. Il n'en est pas de même du Cercle, si ce n'est qu'on supposast tous les rayons partis de son centre, & allant frapper sa circonférence, car alors ils retourneroient tous au centre, mais c'est-là un cas presque entierement inutile. Si des rayons paralléles à l'axe d'un demi-Cercle vont frapper sa concavité, la reflexion ne les rassemble pas tous en un point, mais seulement dans une ligne Courbe d'une certaine étenduë, qu'on appelle Caustique, moindre que la circonférence du demi-Cercle sur laquelle les rayons étoient répandus avant la reflexion. Vers le sommet de cette Caustique, qui est au quart du diametre du demi-Cercle, les rayons sont plus rassemblés, & plus serrés que dans tout le reste de la Caustique *, & par cette raison on dit que le foyer du demi-Cercle, ou de la demi-Sphere, qui en seroit formée, ou d'un Segment quelconque de cette demi-Sphere, ou enfin du Miroir concave qui seroit ce Segment, est au quart de son diametre.

* V. l'Hist. de 1700, p. 132, & celle de 1703, p. 70. 2de Ed.

Voilà toute la Theorie necessaire pour entendre les experiences de M. du Fay sur les Miroirs brûlants. Il apprit que les Jesuites de Prague en avoient deux Paraboliques concaves, qui produisoient l'effet dont nous avons parlé d'abord. Ils étoient de bois qu'on avoit doré pour leur donner le poli. On l'avoit seulement assûré qu'en plaçant deux pareils Miroirs à 3 pieds l'un de l'autre, l'experience réüssissoit. Il la repeta, & elle lui réüssit avec les Miroirs qu'il fit, jusqu'à 18 pieds de distance, ce qui est assés considérable, quoi-que certainement ce ne soit pas le plus grand Terme possible.

Il substitua aux Miroirs Paraboliques deux Miroirs Sphe-

riques, l'un de 20 pouces de diametre, l'autre de 17, & trouva qu'ils brûloient éloignés l'un de l'autre de 50 pieds, c'est-à-dire presque 3 fois plus que les Paraboliques. On entend assés qu'un Charbon ardent étant placé au foyer d'un de ces Miroirs sphériques, les rayons qui étoient réfléchis & rendus paralléles par sa surface concave, alloient frapper sous cette direction la surface de l'autre Miroir, & en étoient réfléchis à son foyer, où ils brûloient quelques matiéres combustibles.

On peut conjecturer que cette grande superiorité des Miroirs Sphériques sur les Paraboliques vient d'un endroit qui paroît désavantageux pour les Sphériques. Ils n'ont pas comme les Paraboliques un foyer exact, qui ne soit qu'un point, mais aussi le Charbon qu'on met à un foyer quelconque, n'est pas un point. Si ce foyer est celui d'un Miroir Parabolique, tous les rayons qui ne sont pas partis du seul point du Charbon placé au foyer, ne se réfléchissent point parallélement à l'axe, ne tombent point sous cette direction sur l'autre Miroir, & par conséquent n'étant point bien réünis à son foyer, ils brûlent peu, ou, ce qui revient au même, les deux Miroirs ont besoin pour bien brûler d'être peu éloignés. Mais si le foyer où est le Charbon est celui d'un Miroir Sphérique, l'espace qu'occupe le Charbon peut être en grande partie le même que celui de la Caustique du Miroir; or tout ce qui part de la Caustique se réfléchit exactement parallèle.

M. du Fay a conçû qu'en interposant entre ses deux Miroirs Sphériques différents Milieux que traverseroient les rayons envoyés par l'un sur l'autre, & en observant de combien il faudroit rapprocher les Miroirs pour leur faire produire le même effet qu'avant cette interposition, il auroit une espece de mesure de l'affoiblissement que les Milieux causeroient aux rayons. Il a trouvé que les Miroirs ayant fait un certain effet à la distance de 18 pieds, si ensuite on interposoit une Glace plane des deux côtés, il falloit les rapprocher de 10 pieds, ce qui marque une grande perte ou un grand affoiblissement de rayons causé par la Glace. Son épaisseur augmente très peu

cet effet, & par conſéquent il vient beaucoup plus de la perte des rayons réfléchis à la rencontre de la Glace, que de leur affoibliſſement par leur paſſage au travers de ſon épaiſſeur.

De la Paille allumée entre les deux Miroirs en diminuë conſidérablement l'action, ce qui revient à l'obſervation de feu M. Homberg ſur le grand Miroir ardent du Palais Royal, qui agiſſoit beaucoup moins pendant de grandes chaleurs, que quand l'air venoit d'être rafraîchi par la pluye. Une partie des rayons réünis par le Miroir ardent étoient abſorbés ou détournés de leurs directions par les Souffres répandus dans l'air pendant les grandes chaleurs, il leur arrive la même choſe dans le cas de M. du Fay par les Souffres allumés qui font la flamme de la Paille.

Le Vent, même violent, ne diminuë point ſenſiblement l'action des Miroirs, ſoit que ſa direction ſoit directement contraire à celle des rayons, qui vont d'un Miroir à l'autre, ſoit que les deux directions ſe coupent à angles droits.

Un Charbon étant placé au foyer d'un Verre convexe des deux côtés, d'où les rayons qui l'ont traverſé en s'y rompant ſortent paralléles, & tombent ſur la ſurface d'un Miroir concave qui les réünit à ſon foyer, ces rayons n'ont pu brûler que quand le Verre & le Miroir n'ont été éloignés que de 4 pieds, tant les rayons ſe ſont affoiblis en paſſant au travers du Verre; & il faut bien remarquer que ces rayons ſont ceux d'un Charbon, car ceux du Soleil ou ne s'affoibliſſent pas ainſi, ou s'affoibliſſent beaucoup moins, d'où M. du Fay conclut une grande différence entre eux & nos feux ordinaires, dont les particules doivent être beaucoup plus maſſives, & plus ſujettes à s'embarraſſer dans des paſſages étroits.

La principale experience de M. du Fay eſt celle par laquelle il a voulu voir juſqu'où les rayons du Soleil réfléchis pouvoient s'étendre dans l'air en conſervant encore aſſés de force pour brûler lorſqu'ils ſeroient réünis. Il a reçû ſur un Miroir plan d'un pied quarré l'image du Soleil, & l'a dirigée de façon qu'elle allaſt tomber ſur un Miroir Sphérique concave éloigné, qui réüniſſoit à ſon foyer tous les rayons qu'il

recevoit paralléles, ou presque paralléles, & ces rayons devoient allumer quelque matiere combustible. Le Miroir Sphérique a été porté jusqu'à la distance de 600 pieds, & son foyer a été encore brûlant. Cependant le Miroir plan, qui recevoit le premier les Rayons du Soleil, étoit assés petit, les inégalités inévitables de sa surface faisoient perdre beaucoup de rayons, ceux qui portoient l'image du Soleil du Miroir plan sur le concave étoient si divergents, que cette image étoit peut-être 10 fois plus grande sur le concave que sur le plan, & par conséquent ces rayons étoient fort éloignés du parallélisme, enfin ils étoient tous affoiblis par deux réfléxions consécutives.

Il paroît par-là que les rayons du Soleil, tels qu'ils sont répandus dans l'air, conservent une grande force malgré un grand nombre de circonstances desavantageuses, & peut-être ne seroit-il pas tout-à-fait impossible d'appeller du jugement que Descartes a porté contre la célébre histoire d'Archiméde. Il est vrai qu'afin qu'un Miroir fût capable de brûler à une grande distance, il faudroit, s'il étoit Parabolique, que sa Parabole fust d'une grandeur énorme & impratiquable, puisque le quart de son parametre devroit être égal à cette distance, & si le Miroir étoit Sphérique, il auroit outre cet inconvenient celui d'une grande Caustique proportionnée à la grandeur de sa Sphére. Mais l'experience de M. du Fay prouve qu'on peut porter avec un Miroir plan, à une assés grande distance, l'image du Soleil dont les rayons seront peu affoiblis, & si plusieurs Miroirs plans étoient tous posés ou tournés de façon qu'ils portassent cette image vers un même point, il s'y pourroit faire une espece de foyer artificiel qui auroit de la force. Ce fut ainsi, au rapport de Tsetzés, Poëte Grec, mais fort postérieur à Archiméde, que ce grand Mathematicien brûla les Vaisseaux des Romains.

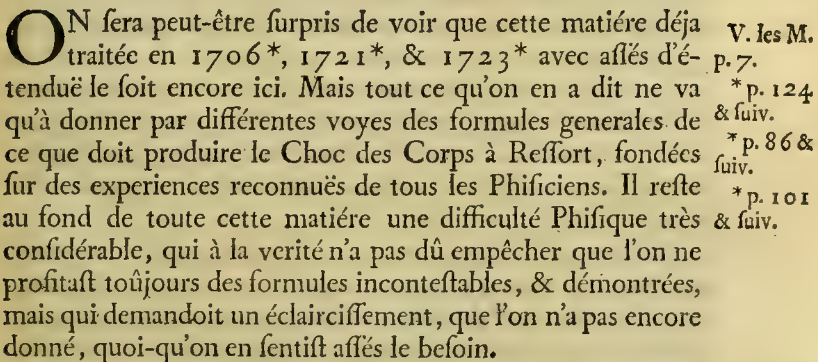
Quoi-qu'il en soit, il est aisé de voir que les experiences de M. du Fay peuvent avoir leur utilité & pour les operations curieuses de Phisique, & dans la pratique ordinaire de la vie. M. Gauger a déja fait voir l'usage de ses Contre-cœurs de-

Cheminée Paraboliques. Il n'y a qu'à obſerver, qu'à raiſonner ſur les obſervations, & tout s'étend.



MECHANIQUE.

SUR LE CHOC DES CORPS A RESSORT.



ON ſera peut-être ſurpris de voir que cette matiére déja V. les M.
traitée en 1706*, 1721*, & 1723* avec aſſés d'é- p. 7.
tenduë le ſoit encore ici. Mais tout ce qu'on en a dit ne va *p. 124
qu'à donner par différentes voyes des formules generales de & ſuiv.
ce que doit produire le Choc des Corps à Reſſort, fondées *p. 86 & ſuiv.
ſur des experiences reconnuës de tous les Phiſiciens. Il reſte *p. 101
au fond de toute cette matiére une difficulté Phiſique très & ſuiv.
conſidérable, qui à la verité n'a pas dû empêcher que l'on ne profitaſt toûjours des formules inconteſtables, & démontrées, mais qui demandoit un éclairciſſement, que l'on n'a pas encore donné, quoi-qu'on en ſentiſt aſſés le beſoin.

Nous avons dit en 1706 * que ſi un corps infiniment *p. 132.
petit, ayant une vîteſſe finie, choque un corps fini en repos (on les ſuppoſe tous deux à Reſſort parfait) le corps infiniment petit conſerve après le choc la même quantité de mouvement ou force, qu'il avoit auparavant, & le corps fini, qui n'en avoit aucune, en prend une double de celle de l'infiniment petit, deſorte que la quantité totale de mouvement eſt triplée par le choc. D'où vient une augmentation ſi conſidérable? d'où naiſt après le choc cette nouvelle force?

Et qu'on ne s'imagine pas que c'eſt la ſuppoſition de l'infini, ou de l'infiniment petit, qui produit ici un effet biſarre. Elle fait ſeulement que la quantité de mouvement eſt préciſément triplée après le choc; car ſi les deux corps ſont finis,

elle ſera moins que triplée, mais toûjours fort augmentée. Si un corps ayant 1 de maſſe & 11 de vîteſſe, & par conſéquent 11 de force ou de quantité de mouvement, choque un corps en repos qui ait 10 de maſſe, la force totale ou des deux corps après le choc, ſera non pas 33, mais 29, & plus, les deux corps étant finis, le choquant ſera petit par rapport au choqué en repos, plus la force totale après le choc approchera d'être triple de ce qu'elle étoit.

On ſentira encore mieux la difficulté, en conſidérant de plus près ce qui ſe paſſe entre les deux corps finis, que nous venons de ſuppoſer. Il n'exiſte avant leur choc que 11 degrés de force; s'ils étoient parfaitement durs, le petit qui eſt le choquant donneroit au grand dans l'inſtant de leur choc, ou plus préciſément de leur contact, un degré de vîteſſe, & par conſequent le grand auroit 10 degrés de force, le petit de ſon côté n'auroit plus qu'un degré de vîteſſe, avec laquelle ils iroient enſemble, & ce petit n'auroit donc plus qu'un degré de force. Voilà 11 degrés de force totale après le choc comme auparavant, il n'y a là nulle ombre de difficulté.

Mais les corps étant à reſſort parfait, le petit n'en donne pas moins au grand le même degré de vîteſſe qu'il lui euſt donnée dans le cas de la dureté parfaite, & de plus comme c'eſt en lui ſeul que réſide la force, puiſque l'autre eſt en repos, c'eſt lui ſeul qui fait la compreſſion & le bandement des deux reſſorts qu'ils ont chacun, ou ſi l'on veut, du reſſort qui eſt ſeulement dans le choqué, car cela revient abſolument au même. Or cette compreſſion eſt une action différente de celle par laquelle le petit corps euſt donné au grand dans l'inſtant du contact 1 degré de vîteſſe, ou 10 de force, il eſt même certain par les Regles établies que le reſſort du grand corps eſt comprimé avec 10 degrés de force, ainſi le petit, qui n'a que 11 degrés de force, fait deux actions dont chacune en demande 10 degrés. Nous pouvons ne pas pouſſer plus loin cette conſidération, & ne la pas ſuivre juſqu'après le choc, car ſi ce que nous venons d'expoſer peut être bien éclairci, le reſte s'enſuivra ſans peine. Voici comment M.

l'Abbé de Molieres développe ce myſtere de la Nature, ſans y employer que les principes les plus communément reçûs en Mechanique.

Une force capable d'imprimer à un corps une certane vîteſſe, celle de 1 pied, par exemple en 1 Seconde, peut agir de deux manieres; ou elle ne fera que le choquer dans un ſeul inſtant, que lui donner un ſeul coup, ainſi que l'on conçoit que les corps durs agiroient les uns ſur les autres, ou elle pourſuivra toûjours le corps pendant un certain temps, en lui donnant toûjours plus de vîteſſe. De la 1ere maniere, dans la Seconde qui ſuit l'inſtant du choc le corps parcourt un pied, de la 2de, il faut, afin que le corps puiſſe parcourir un pied, que la force lui ait été appliquée pendant 1 Seconde, & lui ait fait parcourir $\frac{1}{2}$ pied, après quoi elle n'a qu'à l'abandonner, & il parcourra 1 pied dans la Seconde ſuivante. Cela eſt connu de tout le monde par le ſiſtéme de Galilée ſur les mouvements accelerés.

La même force agiſſant de la 1ere maniere fait dans la Seconde qui ſuit l'inſtant du choc, tout l'effet dont elle eſt capable, puiſqu'elle fait parcourir 1 pied, mais agiſſant de la 2de maniere elle ne fait dans la même Seconde que la moitié de l'effet dont elle eſt capable, puiſqu'elle ne fait parcourir que $\frac{1}{2}$ pied. Elle pourroit donc dans cette même Seconde produire encore un effet égal à celui-là.

On voit bien que cette idée va s'appliquer au choc des corps à reſſort parfait. Le petit corps ſuppoſé pourſuit toûjours le grand en l'applatiſſant, & en comprimant le reſſort que l'on conçoit n'être qu'en lui, & ſi le degré de vîteſſe qu'il lui doit imprimer eſt de 1 pied en 1 Seconde, il ſuffira pour le lui imprimer qu'il le pourſuive ſeulement pendant la 1ere Seconde qui ſuit l'inſtant du choc, & lui faſſe parcourir $\frac{1}{2}$ pied en le pourſuivant. Il lui reſte donc encore la moitié de ſa force qu'il employe à la compreſſion du reſſort du grand corps, effet égal au premier.

Mais il ſe preſente encore ici une difficulté qui renverſeroit tout ce qu'on vient d'établir. Un corps qui a parcouru

un certain eſpace par un mouvement acceleré, qu'a produit une force toûjours appliquée, ne peut parcourir enſuite dans le même temps un eſpace double, lorſqu'il eſt abandonné par cette force, que dans la ſuppoſition que la force pendant tout le temps qu'elle a été appliquée, ait été conſtante, & toûjours égale. Or ici c'eſt le contraire, la force du petit corps qui pourſuit le grand eſt toûjours décroiſſante, puiſque ce petit corps perd toûjours de ſa vîteſſe à meſure qu'il en communique au grand.

M. l'Abbé de Molieres en approfondiſſant davantage le ſujet trouve une ſolution, qui non ſeulement doit ſatisfaire, mais devient un principe neceſſaire dans cette Theorie. Il eſt vrai que la vîteſſe abſoluë du petit corps choquant diminuë toûjours tant qu'il pourſuit le grand, mais ſa vîteſſe reſpective peut demeurer la même, il ſuffit pour cela que la vîteſſe abſoluë croiſſante du corps choqué croiſſe moins à chaque inſtant par les mêmes degrés que celle du corps choquant décroît, car alors puiſque le choquant pourſuit moins le choqué qui fuit moins auſſi, & d'autant moins, la vîteſſe dont ils s'approchent, ou la vîteſſe reſpective eſt toûjours égale. Or il eſt plus que vrai-ſemblable que la choſe ſoit ainſi. Il eſt conſtant par l'experience que plus un reſſort eſt déja comprimé par une certaine force, plus il reſiſte à une nouvelle compreſſion que la même force tendroit à produire, & il eſt naturel que cette reſiſtance augmente par des degrés égaux. Le corps choqué ou ſon centre n'avance & ne fuit qu'autant que ſon reſſort eſt comprimé par le choquant, & il fuira toûjours moins à meſure que le reſſort plus comprimé reſiſtera davantage. La vîteſſe reſpective ſera donc toûjours la même pendant tout le temps que le corps choquant agira ſur le choqué, & par conſéquent une force conſtante appliquée au choqué lui imprimera un mouvement acceleré conforme au ſiſtéme de Galilée, & la moitié de cette force ſuffira pour donner au corps choqué toute la vîteſſe qu'il euſt priſe en un inſtant dans le cas de la dureté parfaite, & qu'il doit prendre encore dans celui-ci, mais par degrés.

Il eſt

Il eſt évident que l'autre moitié de la force du corps choquant, cette moitié qui n'eſt pas employée à donner au corps choqué la vîteſſe qu'il doit avoir, ne demeurera pas inutile. C'eſt elle qui comprime le reſſort, effet égal au précédent, & elle le comprime auſſi par une application continuelle, d'où naiſt le même avantage qu'à l'egard de la vîteſſe imprimée au corps choqué. Tout le monde convient que c'eſt la ſeule vîteſſe reſpective qui comprime le reſſort, & que cette compreſſion lui eſt toûjours proportionnée.

Voilà donc la ſeule force du corps choquant, qui par la maniere dont ſon action a été conduite, a produit deux effets dont elle n'euſt pu produire qu'un ſeul, ſi elle euſt agi autrement. Mais il entre encore dans ce choc une autre force différente, & dont il faut tenir conte. M. l'Abbé de Molieres diſtingue la compreſſion du reſſort, & ſon bandement. La compreſſion conſiſte en ce que des parties ſe ſont approchées, & le bandement en ce qu'elles ont par-là acquis une certaine roideur, une réſiſtance à s'approcher davantage, une tendance à ſe remettre dans leur premier état. C'eſt la vîteſſe reſpective des deux corps qui fait la compreſſion, mais le bandement ne vient que de la cauſe du reſſort, cauſe encore inconnuë, & que M. l'Abbé de Molieres ſuppoſe ſans prétendre l'expliquer. Il eſt clair que cette même cauſe doit faire enſuite le débandement. En prenant ces idées, on verra aiſément quels ſont, pour ainſi dire, les fonds que M. l'Abbé de Molieres a trouvés pour cette ſurprenante augmentation de force ou de quantité de mouvement dans le cas du choc propoſé. Les autres cas ſe déduiront des mêmes principes, & de-là naiſſent des formules Algebriques, qui avec des expreſſions différentes de celles des formules déja établies donnent les mêmes reſultats.

Il ſeroit inutile de parler des cas du reſſort imparfait, après ce que nous en avons dit en 1723. D'ailleurs il ſuffit preſque toûjours de mettre les Theories dans le cas de la perfection ou de la préciſion geometrique, & l'on voit aſſés enſuite ce que la Phiſique en rabattra neceſſairement.

SUR LA FORCE DES REVETEMENTS
QU'IL FAUT DONNER
AUX
LEVÉES DE TERRES,
DIGUES, CHAUSSÉES, REMPARTS, &c.

V. les M. p. 10.

SI l'on éleve des Terres, comme pour faire une Chaussée, une Digue, un Rempart, ces Terres, que je suppose qui auront la figure d'un Parallélepipede, ne se soutiendront point en cet état, mais s'ébouleront, desorte que leurs 4 côtés verticaux posés sur le plan horisontal, & qui étoient des parallélogrammes, deviendront de figure triangulaire, ou à peu près, parce que la pesanteur des terres, jointe à la facilité qu'avoient leurs parties à rouler les unes sur les autres, les a obligées à se faire une base plus large que celle du Parallélepipede primitif. Pour empêcher cet effet, on les soûtient par des *Revétements,* qui sont ordinairement de Maçonnerie.

Comme c'est par une certaine force que les terres élevées en Parallélepipede élargissent leur base, il faut que cette force, qu'on appelle leur *poussée*, soit combattuë & reprimée par celle du Revétement, qui par conséquent doit être du moins égale. Pour proceder par regles dans la construction d'un Revétement, il faudroit avoir déterminé cette égalité, ou cet Equilibre, mais jusqu'ici on n'a point eû cette connoissance dans la pratique de l'Architecture, & l'on s'est conduit assés au hasard. Seulement deux Auteurs François ont écrit sur cette matiére, mais M. Couplet fait voir que non seulement ils se sont trompez chacun dans leur Theorie, mais même dans le calcul des forces qu'ils prétendoient trouver. Il est vrai qu'ici les vrais principes sont assés difficiles à découvrir; on possedera bien toute la Mechanique speculative, & on se trouvera embarrassé dans l'application qu'on en voudra faire à un sujet particulier, où les différentes Puissances, leurs actions, leurs

directions ne se montreront pas à découvert, comme dans les figures qu'on traçoit, & seront au contraire très cachées, & très enveloppées. Voici comment M. Couplet demêle celles, dont il s'agit presentement.

Il faut connoître d'abord la force de la poussée des Terres. Il suffit de considérer dans le Parallélepipede une seule face ou côté qui s'éboule, & prend une figure triangulaire, ou forme un *talut,* ligne inclinée à l'horison, dont la base s'appelle *fruit* chés les Architectes. Il est visible que moins les parties de la terre sont liées les unes aux autres, ou plus leurs surfaces sont polies, plus elles ont de facilité à s'ébouler, ou plus le talut qu'elles prennent a un grand fruit. M. Couplet suppose cette facilité à son plus haut point, telle qu'elle est dans des Boulets de Canon tous égaux, ou dans de Balles de Mousquet, ainsi quand il connoîtra la poussée de Terres conditionnées de la même maniere, il connoîtra la plus grande force possible en ce genre, une force plus grande qu'il ne la pourra trouver dans la realité. Les Revétements qui luy resisteront, resisteront donc à tout.

Quand on soûtient des Terres par des Revétements, on veut empêcher, & on empêche ce talut, ce triangle de se former. C'est donc à ce Triangle qu'on a affaire, & il est besoin de connoître quel il est, quelles en sont les conditions.

Puisqu'on a supposé que les parties des Terres étoient comme des Boulets de Canon, il faut voir quel sera l'arrangement de Boulets posés les uns sur les autres, de maniere qu'ils se soûtiennent d'eux-mêmes en faisant un talut. On posera, par exemple, un Boulet sur 3 autres. Ils feront 3 taluts naturels, qui n'auront aucun besoin de Revétement. Si du centre du Boulet superieur on tire des droites aux centres des 3 inférieurs, il se formera à cause de l'égalité des 4 Boulets 4 Triangles équilateraux & égaux, dont 3 auront leurs sommets concourants en un point qui sera le centre du Boulet superieur, & le 4eme sera couché sur le plan horisontal, & portera sur ses 3 côtés les bases des 3 autres. Cette figure est un *Tetraëdre,* ou Piramide reguliére, dont toutes les faces, & la base sont égales.

Soit que des 3 Boulets qui portent le Boulet superieur, on en ôte 1 ou 2, ce superieur s'éboulera, ou tombera, il est seulement à propos de remarquer que si on ôte 2 Boulets inférieurs, on les aura ôtés du côté d'une des faces du Tetraëdre, & que si on n'en ôte que 1, ce sera à la pointe d'un de ses angles, ou *arrestes.* Dans l'un & l'autre cas, on ne peut empêcher le Boulet superieur de tomber que par un Revétement, ou plus generalement par quelque puissance qui le retienne, & il est clair que pour cela cette puissance doit agir contre lui selon une direction horisontale, ou, ce qui est le même, quand elle lui sera appliquée il agira contre elle selon cette direction.

Maintenant pour mesurer cet effort horisontal du Boulet, ou trouver son rapport à sa pesanteur, la seule force connuë; il faut imaginer que du sommet du Tetraëdre il tombe une perpendiculaire sur sa base. Elle ne peut tomber que sur un point de la ligne qui partage en deux moitiés égales cette base triangulaire, & de plus ce point est aux $\frac{2}{3}$ de cette ligne, à conter du sommet de l'angle d'où elle part. Si l'on conçoit que la perpendiculaire qui tombe du sommet du Tetraëdre represente la pesanteur du Boulet, les deux parties inégales de la ligne de la base sur laquelle elle tombe, representeront necessairement deux efforts horisontaux du Boulet, l'un par lequel il pousseroit du côté de 2 Boulets inférieurs, s'il n'étoit pas soûtenu par eux, & l'autre par lequel il pousseroit du côté du 3eme, s'il n'étoit abandonné que par ce 3eme. Or comme la ligne dont les deux parties representent ces deux efforts, est partagée par la perpendiculaire qui y tombe en $\frac{1}{3}$, & $\frac{2}{3}$, ou desorte que ses deux parties sont entre elles comme 1 & 2, il se trouve necessairement que la partie 1 est du côté des deux Boulets inférieurs, & d'une face du Tetraëdre, la partie 2 du côté du seul Boulet, ou d'une arrête, d'où il suit que l'effort horisontal 1 du Boulet superieur poussant 2 Boulets, & son effort horisontal 2 n'en poussant que 1, l'effort total de part & d'autre est le même, & que s'il faut un Revétement ou une puissance pour soûtenir le Boulet superieur, auquel on aura

ôté l'appui ou de deux Boulets inférieurs du côté d'une face du Tetraëdre, ou d'un ſeul du côté de l'arrête, cette puiſſance ne devra être que la même.

Si l'on conçoit un plus grand nombre quelconque de Boulets, mais dont l'arrangement faſſe toûjours une figure ſemblable à celle des 4 premiers, ce ſera encore le même rapport de la peſanteur aux efforts horiſontaux, puiſque les deux figures ſont ſemblables, & encore ce même rapport, ſi au lieu de Boulets ce ſont des terres dont les particules ſoient rondes, égales & polies. Il eſt clair que de tout le Tetraëdre ſolide il ſuffit d'en conſidérer une lame qui ſera le Triangle, dans le plan duquel ſont la perpendiculaire que nous avons déja tirée du ſommet du Tetraëdre, & la ligne de la baſe ſur laquelle elle tombe. Cette même ligne eſt auſſi la baſe de ce nouveau Triangle, un de ſes côtés fait l'arrête du Tetraëdre, & l'autre côté eſt une ligne qui part du ſommet du Tetraëdre, & en coupe une face en deux parties égales. Comme la baſe de ce Triangle eſt diviſée par la perpendiculaire en deux parties, dont l'une eſt double de l'autre, ſi l'on prend la petite partie pour 1, ce qui rend l'autre 2, on trouvera aiſément que la perpendiculaire tirée du ſommet du Triangle ou du Tetraëdre, eſt la racine de 8, c'eſt-à-dire un peu moindre que 3, deſorte que le rapport de la peſanteur de la lame triangulaire de terre à l'effort horiſontal dont elle pouſſe, eſt comme la racine de 8 à 1 d'un côté, & à 2 de l'autre, propoſition fondamentale de toute la Théorie de M. Couplet, & dont les conſéquences ſont extremément différentes de tout ce qu'on avoit imaginé juſqu'à preſent.

Soit un Priſme triangulaire de terre poſé horiſontalement ſelon ſa longueur, & tel que ſa dimenſion verticale ſoit à l'horiſontale, comme la racine de 8 eſt à 1, il eſt viſible qu'il ne s'éboulera point, & qu'il n'a nul beſoin de Revétement qui le ſoûtienne, puiſque tout ſon effort horiſontal pour s'ébouler eſt déja ſatisfait & rempli par l'étenduë que ſa baſe ou ſon fruit a par rapport à ſa hauteur. Mais ſi à ce Priſme triangulaire de terre on en ajoûte un égal & ſemblable, deſorte

que le tout fasse un Parallélepipede, il est certain que le 2d Prisme triangulaire, renversé par rapport au 1er, ne se soûtiendra pas en cet état, & qu'il faudra l'empêcher de s'ébouler. C'est assés de considérer une lame parallélogrammique du Parallélepipede. La moitié de cette lame dont la base est en bas, se soûtient seule en vertu de ses deux dimensions, l'autre moitié dont la base est en haut, ne se soûtient pas, & elle a pour s'ébouler un effort horisontal qui est à sa pesanteur, comme 1 à la racine de 8.

Ici il peut sembler d'abord que si on avoit un Parallélepipede, ou une lame parallélogrammique dans d'autres dimensions, ce ne seroit plus la même chose. Mais tout se reduira aisément au cas proposé. Si la base est trop petite, c'est-à-dire plus petite que n'est 1 par rapport à la racine de 8, on concevra la hauteur du parallélogramme diminuée, desorte que sa hauteur soit à sa base comme la racine de 8 à 1, & il restera un petit parallélogramme que l'on considérera comme un poids étranger, dont sera chargé tout le parallélogramme formé dans le rapport requis, & on aura égard à ce poids dans l'estimation des forces. Si au contraire la base est trop grande, cela n'empêchera pas qu'on ne puisse toûjours former selon le rapport requis le triangle qui sera à soûtenir, & ce triangle étant retranché du parallélogramme total, il y restera un Trapeze que l'on verra évidemment, qui se soûtiendra seul. Il faut donc toûjours conter que l'on a à soûtenir un Triangle renversé qui est dans le rapport posé.

La pesanteur des terres étant connuë, on a en termes connus par la proportion trouvée l'effort horisontal ou la poussée du Triangle à soûtenir, mais ce n'est pas assés, il faut sçavoir contre quoi cet effort doit s'exercer, ce qu'il tendra à faire, & comment il y tendra.

On oppose au parallélogramme, ou au Triangle renversé de terre, un Revétement vertical, dont la hauteur est ordinairement égale à celle du Triangle. La poussée du Triangle tend à renverser ce Revétement, c'est-à-dire à le faire tourner sur son extremité inférieure, ou sur son pied, desorte qu'il se jette

& tombe de l'autre côté. Ce pied du Revétement doit être consideré comme le point d'appui d'un Levier, & tout l'effort du Triangle qui pousse étant réüni dans son Centre de gravité, l'action de ce Centre doit être considérée par rapport au point fixe du Levier, car plus elle s'appliquera à un point qui en sera éloigné, plus elle sera forte.

Le Centre de gravité d'un Triangle est aux $\frac{2}{3}$ de sa hauteur contés depuis son sommet. Le Triangle dont il s'agit étant renversé, une ligne horisontale tirée de son Centre de gravité sur le Revétement y détermine un point dont la distance au point fixe du Levier est les $\frac{2}{3}$ de la hauteur du Triangle ou du Revétement, & les $\frac{2}{3}$ de cette hauteur sont donc le bras de Levier par lequel le Triangle qui pousse agit contre le Revétement. Il faut multiplier par ce bras l'effort horisontal déja trouvé, & ce produit égal à la 12eme partie du Cube de la hauteur des terres, est toute l'*énergie* du Triangle ou des terres, car c'est ainsi que M. Couplet avec quelques autres Mathématiciens appelle une action, un effort, consideré avec la maniére dont il est appliqué, considération necessaire & indispensable.

Cela fait, il ne faut plus que trouver l'énergie du Revétement, égale à celle des terres que l'on connoist, car le Revétement a aussi une certaine force, appliquée d'une certaine maniere par rapport au point fixe commun, ou à certaine distance de ce point. Ces bras de Levier avoient été absolument oubliés par les deux Auteurs, qui ont traité cette matiére.

Comme l'on n'a consideré qu'une lame de terre qui pousse, il ne faut considérer qu'une lame du Revétement qui résiste. La force absoluë de cette lame sera le poids de la matiére dont elle sera faite, comparé au poids de la terre, & la grandeur de sa surface, mais de plus cette force étant réünie dans le Centre de gravité de la lame, agira par un bras de Levier, qui sera la distance de la direction horisontale de ce Centre au point fixe. Or on voit que ces déterminations dépendent de la hauteur, & de la figure de la lame du Revétement. La

hauteur eſt ordinairement égale à celle des terres qu'on veut ſoûtenir, & la figure eſt celle d'un parallélogramme ou d'un triangle, dont on a ſans peine les aires, & les Centres de gravité, & par conſéquent les bras de Levier dans le ſujet preſent.

Cependant les Problémes que l'on a à reſoudre, & que M. Couplet reſout ſur l'énergie du Revétement, celle des terres étant toûjours connuë, ne laiſſent pas d'être en grand nombre, & aſſés ſouvent difficiles & compliqués. La hauteur du Revétement devant être égale à celle des terres, il ſera ou parallélogrammique, & en ce cas il faut déterminer ſa largeur, ou triangulaire, & il faut déterminer ſa baſe, ou fruit, ou parallélogrammique & triangulaire en même temps, c'eſt-à-dire qu'un triangle ſera appuyé contre un parallélogramme, & alors il faut déterminer ou la baſe totale, ou ſeulement celle du parallélogramme, ou ſeulement celle du triangle. Le Revétement parallélogrammique & triangulaire en même temps peut ne pas commencer dès le haut à être triangulaire, mais ſeulement à une certaine hauteur, & il faudra déterminer la baſe, ſoit du parallélogramme, ſoit du triangle, ou la largeur du parallélogramme une des baſes étant donnée. Enfin le Revétement peut être plus haut que les terres, ce qui doit diminuer ſa baſe à un certain point. Tout cela demande beaucoup d'application des Méthodes que la Geometrie fournit pour réſoudre les Problemes, ou pour déterminer en lignes les grandeurs dont l'Algebre ne donne que des expreſſions aſſés enveloppées. Les Architectes trouveront ici quantité de déterminations préciſes, qui manquoient à leur Art, ſi cependant il n'arrive pas encore que l'on préfére des Regles faites au haſard, qui ont l'avantage d'être établies.

Dans toute cette Recherche M. Couplet a ſuppoſé que les Revétements avoient des ſurfaces verticales parfaitement planes & polies, où les terres trouvent des appuis horiſontaux, & c'eſt ainſi que ce ſujet a été pris par les Auteurs précédents. Mais les Revétements réels ont des ſurfaces graveleuſes & inégales, ce qui apporte dans la Theorie des changements, dont M. Couplet traitera dans la ſuite.

SUR

SUR LA FORCE DES CEINTRES.

QUAND on conſtruit une Voute, une Arche de Pont, &c. il eſt évident qu'il la faut commencer par poſer de chaque côté les Pierres ou *Vouſſoirs*, qui doivent être ſur les deux *Piédroits*. On pourroit continuer ainſi juſqu'à une certaine hauteur, parce que le premier Vouſſoir n'étant nullement incliné à l'Horiſon, & ne faiſant nul effort pour tomber, & les ſuivants qui commencent à être inclinés, l'étant encore peu, ainſi qu'il a été dit en 1704*, ils ſe ſoûtiendroient ſans peine, ou par la force du Ciment, ou par celle du frottement ſeul qui les arrêteroit. Mais cela ne pourroit pas aller loin, & les Vouſſoirs ſeroient bientôt ſi inclinés, qu'il ſeroit impoſſible qu'ils ſe ſoûtinſſent, & que la conſtruction avançaſt. L'expedient qu'on a trouvé eſt de conſtruire un Ceintre de Charpente de la même figure ou courbure par ſa convexité, dont la Voute doit être par ſa concavité, & d'élever la Voute ſur ce Ceintre qui la porte & la ſoûtient toûjours, juſqu'à ce qu'enfin la Clef, ou dernier Vouſſoir du milieu étant poſé, elle ſe ſoûtienne par ſa conſtruction ſeule & ſans Ceintre.

V. les M. p. 216.

* p. 93 & ſuiv.

Un Ceintre ſeul ne porte pas toute la Voute. On en conſtruit pluſieurs ſelon ſa largeur, tous égaux & ſemblables, diſpoſés parallélement les uns aux autres à diſtances égales, qui ſont ordinairement de 6 pieds, deſorte que le poids eſt également partagé entre eux. S'il y en a 5, chacun n'en porte que la 5ème partie. La force neceſſaire à un Ceintre, c'eſt ce que M. Pitot a entrepris d'examiner & de calculer geometriquement.

Il faut d'abord connoître la valeur du poids qu'on a à ſoûtenir, la peſanteur de la Voute, ce qui dépend & de ſa figure, & des materiaux dont elle eſt faite.

Une Voute peut être en demi-Cercle, ce qu'on appelle *plein ceintre*, ou n'étant point en demi-Cercle, elle ſera plus

ou moins haute que ſelon cette figure, ce qu'on appelle Voute *ſurhauſſée*, ou *ſurbaiſſée*. M. Pitot ne traite que des Voutes en plein ceintre, ou ſurbaiſſées, qui ſont les plus ordinaires.

Il donne à cette occaſion une Méthode geometrique qu'il a trouvée de tracer une eſpece particuliére de Voute ſurbaiſſée, qui merite qu'on la prefere aux autres, parce qu'elle eſt fort agreable à la vûë, & ne fait point de *jarret*, c'eſt-à-dire que tout ſon contour eſt doux, & aſſés uniforme, & n'a point d'endroit qui ſoit marqué par une courbure plus ſenſible & plus rude que les autres. Elle eſt formée de 3 arcs circulaires qui ont chacun 60 degrés, celui du milieu eſt pris dans un certain Cercle à volonté, les deux autres ſont pris dans deux Cercles égaux différents du premier, & qui ont d'autres centres. M. Pitot avoit remarqué que dans la pratique commune, qui eſt fort ſujette à être aveugle, & mal reglée, on prenoit mal les centres de ces deux 2ds Cercles. Il en donne une autre exactement démontrée. C'eſt cette Voute ſurbaiſſée ainſi décrite que M. Pitot compare toûjours à la Voute en plein ceintre.

Selon que la Voute aura l'une ou l'autre figure, ſa ſolidité ou peſanteur ſera différente. Mais il faut faire attention à ce que ſelon ce qui a été dit en 1704. les Vouſſoirs ne tendent pas par toute leur peſanteur abſoluë à tomber, ils ſont ſoûtenus en partie les uns par les autres, & le Ceintre n'eſt chargé que du reſte de leur effort qui ſera déterminé par les Regles de Mechanique. Après cela, la peſanteur de la Voute ſera différente auſſi ſelon la Pierre qu'on employera. Il y a un moyen fort aiſé de trouver la peſanteur de toute ſorte de Pierre, ou de Corps plus peſant que l'eau. On en peſe un morceau quelconque dans l'air, enſuite dans l'eau. Il peſe moins dans l'eau, & ce moins eſt le poids d'un volume d'eau égal au morceau peſé. On a donc le rapport de ſa peſanteur à celle de l'eau, dont on ſçait qu'un pied cube peſe 72 liv.

Le poids de la Voute étant connu, reſte à connoître la force du Ceintre, qu'il ſuffiroit geometriquement qui fuſt égale, mais qui dans la pratique doit être ſuperieure.

Le Ceintre eſt un aſſemblage de Charpente, dont nous n'entreprendrons pas la deſcription, & d'autant moins que la conſtruction en peut être différente ſelon le genie ou les habitudes des Architectes. En general ce ſont des pieces de bois, qui ayant à ſoûtenir le poids de la Voute dont elles ſont preſſées & pouſſées en embas, doivent être diſpoſées entre elles de façon qu'elles s'appuyent les unes les autres, ſe *contre-butent,* & ne puiſſent ceder. Cela dépend de la force abſoluë des bois, & de la poſition des pieces.

Une piece de bois étant poſée verticalement, ſi on attache à ſon bout inférieur un poids dont l'effet ſera de tirer ſes fibres en embas, & de tendre à les ſéparer les unes des autres, de façon que la piece rompe, elle ſoûtiendra un très grand poids avant que cet effet arrive. La longueur de la piece n'y fait rien, il n'y a que ſa groſſeur ou baſe. M. Pitot a éprouvé que le bois de Cheſne ſoûtient environ 60 liv. par ligne quarrée de ſa baſe, & c'eſt le bois de Cheſne dont on ſe ſert le plus ſouvent dans la Charpente. Les piéces dont un Ceintre eſt compoſé n'ont pas à ſoûtenir un effort qui les tire de haut en bas, mais au contraire un effort qui les pouſſe de haut en bas, & tend à les écraſer, ou à les faire plier. M. Pitot a trouvé qu'elles font encore une réſiſtance un peu plus grande à ce ſecond effort, & ne prend les deux réſiſtances que pour égales, car il vaut toûjours mieux ſe tromper en ſuppoſant trop peu de force au Ceintre.

Quant à la poſition des pieces, dont la pluſpart ſont neceſſairement inclinées, ce qui modifie & affoiblit leurs réſiſtances abſoluës ſelon que les angles d'inclinaiſon ſont différents, M. Pitot en fait le calcul par la Theorie des Mouvements compoſés, ou, ce qui eſt la même choſe, par les Diagonales de feu M. Varignon. Ces Diagonales ſont en nombre d'autant plus grand, & ſe compliquent d'autant plus les unes avec les autres, qu'il y a plus de pieces dans le Ceintre. Au moyen de cette Theorie, la peſanteur de la Voute étant toûjours connuë, ſi de plus les groſſeurs & les poſitions des pieces du Ceintre, c'eſt-à-dire ſi la conſtruction du Ceintre,

ou plûtôt le Ceintre même est donné, on trouvera le rapport de sa force à celle de la Voute, & cela tant pour la Voute demi-Circulaire, que pour la surbaissée telle que nous l'avons décrite.

On voit assés par-là combien la certitude & la précision que M. Pitot met dans cette matiére, l'emportent sur de simples usages, toûjours incertains, & souvent faux, que suivent les Ouvriers, & même leurs Maîtres.

M. Pitot insinuë que tout l'Art de la Charpente est encore très peu connu, un seul Auteur en a traité, encore n'a ce été que pour donner les noms & les définitions des différentes pieces. Il seroit à souhaiter que la Geometrie s'en mêlât pour en déterminer les forces, le moindre nombre possible, l'assemblage le plus avantageux, & en quelques occasions le plus agreable à la vûë, &c. La Geometrie est certainement poussée fort loin, & n'est pas encore assés appliquée.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE EN M. DCCXXVI.

I.

UNE Pendule de M. Duchesne Horloger, qui marque par un Cadran fixe l'heure moyenne, & par un autre concentrique & tournant l'heure vraye. Les Minutes & Secondes des deux temps sont marquées aussi, & de plus les jours du Mois, & les Signes. Une Courbe Elliptique fait mouvoir les Cadrans qui appartiennent au temps vrai, & la façon dont elle les fait mouvoir a paru nouvelle, & assés bien imaginée. Si la Pendule étoit arrêtée ou dereglée, il suffit de la remettre à l'heure par l'Aiguille du temps moyen, & tous les Cadrans se placent aussi-tôt dans la disposition où ils doivent être. On a trouvé cet ouvrage conduit avec entente, & executé avec beaucoup d'habileté.

I I.

Une Horloge du S.r Mathieu Kriegſeiſſen, qui eſt à Rochet, & à Pendule comme à l'ordinaire, mais qui marque, outre tout ce qu'on pourroit demander à une Horloge, tout ce qu'on demanderoit à un Calendrier, le temps moyen & le vrai en Minutes, tout ce qui appartient à la revolution du Soleil & à celle de la Lune, même avec ſes phaſes, & ſa figure apparente, le paſſage du 1er degré d'Aries par le Meridien, l'heure des principales Villes du Monde, tant moyenne que vraye, le quantiéme du Mois, avec la différence de ceux qui ont plus ou moins de jours que les autres, ſans qu'il ſoit beſoin d'y toucher, qu'aux années Biſſextiles, l'Epacte, le Nombre d'Or, le Cycle Solaire, &c. cette Pendule a paru ingenieuſement imaginée, & malgré la grande quantité de choſes qu'elle marque, on a trouvé ſes mouvements arrangés avec beaucoup d'ordre & d'intelligence, & autant de ſimplicité qu'il eſt poſſible.

I I I.

Une eſpece de Moulin à vent, pour labourer la terre ſans Bœufs, ni Chevaux, inventé par le S.r Laſſiſe Menuiſier de Farmoutier en Picardie. Il eſt différent du Chariot à voiles que M. du Quet a voulu employer au même uſage. La Machine du S.r Laſſiſe a été trouvée ſimple, & propre à produire l'effet propoſé, & on a crû que l'Auteur avoit le genie neceſſaire pour y faire quelques ſuppléments qu'elle demanderoit. Mais toutes les Machines de cette eſpece ont des inconvenients ſans remedes. On n'eſt pas ſûr d'avoir toûjours du Vent; elles ne pourroient ſervir que dans des lieux plats & découverts, & celle du S.r Laſſiſe en particulier dans de grandes étenduës de terrain continu, appartenant à un même Maître. Il ne faut point diſpenſer les Gens de la Campagne de nourrir autant de Bœufs, & de Chevaux qu'ils font preſentement.

I V.

6 Machines de M. Dubois Ingenieur & Officier Reformé, qui ont à peu près rapport aux mêmes objets.

La 1ere pour nettoyer des Ports, ou des Canaux, ou pour enlever de la terre déja remuée. Elle consiste en deux especes de Baquets, ou Cuilliers de fer, qui s'approchant avec force enlevent la Vase ou la terre. On tourne ensuite toute la Machine sur un Pivot vers l'endroit où l'on veut vuider les Cuilliers, ce qui se fait par une espece de Bascule, qui est au fond. 4 hommes y sont employés, mais il a paru qu'il y avoit beaucoup de frottements, & que quelques Piéces faisoient un effort considérable.

La 2de est une espece de Mouton armé de coins de fer pour ébouler la terre dans une Tranchée commencée avec les Outils ordinaires.

La 3eme est une Cuillier, qui se meut par 2 hommes pour enlever la terre abbatuë avec la Machine précedente, & la jetter dans un grand Baquet, qui s'enleve avec une 4eme Machine, & porte la terre où l'on veut.

La 5eme est un autre Mouton fort pesant, composé de plusieurs masses à côté l'une de l'autre, pour battre & affaisser la terre.

La 6me est une espece de double Bascule, que 2 hommes font mouvoir pour applanir, & égaler la terre.

Ces derniéres Machines, qui sont très simples, ont paru ingenieusement executées. Elles peuvent servir dans les travaux de terre, comme Excavations, Transports, Constructions de Terrasses, Glacis, & autres ouvrages pareils.

V.

Une Pendule du temps vrai inventée par M. Thiout Horloger. Une Courbe qui en est la principale piece est tracée avec tant de justesse, que quand même on place avec la main à différents jours de l'année une Rouë d'un an d'où dépend le mouvement vrai, on trouve toûjours un parfait accord avec la Table des Equations.

L'Académie a déja vû plusieurs Pendules construites sur le même principe, & qui marquent la différence de l'heure moyenne, & de la vraye par une Courbe pareille, mais celle-ci a paru fort simple, & ingenieusement imaginée. Il est vrai

qu'elle ne marque les ſecondes du temps vrai que de 10 en 10, mais cela eſt compenſé par ſa ſimplicité, & la facilité de ſa conſtruction.

V I.

Une application des Vis propoſée par M. le Maire Ingenieur en Inſtruments de Mathematique, pour élever ou abaiſſer des Poids parallélement. Dans cette Machine le mouvement imprimé à une Vis ſe communique neceſſairement à d'autres en tel nombre qu'on veut, par le moyen d'autant de Roües, dont chacune eſt attachée au collet de chaque Vis, & qui s'engrainent immediatement, ce qui oblige de faire les pas des Vis, alternativement priſes, en ſens contraires. Par-là, ſi on imprime à une Vis une certaine force, elle ſe trouve diſtribuée également à toutes ſelon leur nombre, ce qui eſt l'avantage de cette Machine, & n'eſt pas dans toutes les Machines à Vis. On s'eſt ſouvenu que M. Petit, Intendant des fortifications, avoit donné une ſemblable application des Vis pour la conſtruction & l'uſage du Micrometre.

V I I.

Une Machine de M. Auger à battre le Tan, & à élever des fardeaux. Nous avons parlé aſſés au long en 1717 * de la Courbe développante du Cercle; c'eſt par ſon moyen que M. Auger a rendu les forces toûjours égales dans ſa Machine, & les élevations des poids égales, ce qui eſt un avantage conſidérable. On a trouvé d'ailleurs qu'il a apporté dans la conſtruction toute l'intelligence, & toutes les attentions qu'on pouvoit deſirer, pour rendre ſa Machine ſolide, & les mouvements doux par la diminution des frottements, & pour mettre à profit la force de l'Eau.

* p. 70 & ſuiv.

V I I I.

Une Machine pour élever l'Eau executée à Paſſy par M.rs Mey & Meyer Anglois. On ne ſçait point le nom de l'Inventeur, qui étoit Anglois auſſi. Elle eſt employée en Angleterre, principalement pour épuiſer l'eau des Mines de Charbon. Elle eſt extrêmement ingenieuſe, très ſimple, & capable de grands effets. Elle a l'avantage de ſe procurer à

elle-même, par ſa conſtruction, tous les mouvements dont elle a beſoin. Deux forces mouvantes y agiſſent alternativement, l'une eſt la vapeur d'une Eau chaude, qui s'élevant ſous un Piſton de fer enfermé dans un Tuyau, l'oblige de s'élever, ce qu'il ne peut ſans faire deſcendre en même temps d'autres Piſtons dans des Corps de Pompe. Cela fait, non ſeulement l'entrée dans le tuyau de fer où s'élevoit la vapeur chaude, lui eſt fermée, mais ce tuyau eſt rafraîchi dans le moment par de l'eau froide, qui y coule, deſorte que le Piſton élevé par la vapeur, retombe preſſé par tout le poids de l'Athmoſphere, qui eſt l'autre force mouvante. Alors les Piſtons des corps de Pompes ſont obligés de s'élever, & l'Eau qu'ils ont puiſée, & qui les a ſuivis dans leur élevation, ſe verſe où l'on veut. Cette Machine éleve en une Minute à plus de 30 pieds de haut 116 pieds cubes un pouce $\frac{1}{2}$ d'Eau, ce qui fait en 24 heures 20925 Muids. Il eſt vrai que pour cet effet il faudroit dans ces 24 heures brûler 5 voyes de bois environ, mais le même effet couteroit davantage par d'autres moyens. Dans les Lieux, où le bois ne ſera pas cher, on aura un grand avantage avec peu de dépenſe. On pourra même ſe ſervir de Charbon de terre au lieu de bois. On a crû que cette Machine pouvoit encore être perfectionnée.

IX.

Deux Machines aſſés ſemblables de M. Boulogne pour remonter les Bateaux, par le moyen ordinaire d'un Cordage, qui les tire vers un point fixe. Ce qu'on a trouvé de nouveau, & d'ingenieux, c'eſt la maniere dont ſe fait la direction du Cordage, ſa reception, ſon devidage autour des Tambours, & ſon échappement.

Cette direction eſt telle que par le moyen de pluſieurs Rouleaux verticaux, le Cable en paſſant toûjours entre deux de ces Rouleaux eſt forcé à s'appliquer d'abord ſur le milieu d'un Tambour, & toujours enſuite ſur les mêmes endroits, deſorte que jamais un tour ne peut toucher aucun des autres, & qu'on peut porter le Cable devidé à un autre point fixe ſans perdre de temps. Cette façon de direction du Cordage pourroit

pourroit être employée utilement aux Machines à Tambour, aux Cabestans, aux Treüils. Du reste comme on a trouvé par experience que les Machines de M. Boulogne seront lentes, on pourroit s'en servir dans les occasions qui ne demanderoient pas de vîtesse, par exemple, entre les Ponts de Paris, où le tirage des Chevaux sur les Quais fait un embarras incommode, sauf cependant les inconvenients qu'on ne peut apprendre que de l'experience.

X.

Une nouvelle Méthode d'écrire ou noter le Plein-Chant, inventée par M. Demotz Prêtre du Diocese de Geneve. Son dessein a été non seulement que le Plein-Chant fust plus aisé à apprendre & à executer, mais encore qu'on ne fût pas obligé de l'écrire en de si gros Volumes, qui coustent beaucoup, & souvent trop pour un grand nombre de pauvres Eglises. Dans le systeme de l'Auteur chaque sillabe est suivie de sa Note, ce qui épargne l'espace que tiennent les 5 Lignes ordinaires, chaque Note est ronde, quarrée, ou en losange selon qu'elle appartient à l'Octave moyenne, superieure, ou inférieure, elles ont toutes une Queüe, dont la direction très sensible vers un des côtés ou un des angles de la Page marque le ton de la Note, & la variation de la figure de cette Queüe marque si la Note est breve ou longue. Il y a eû des experiences faites sur la facilité d'apprendre le Plein-Chant par cette Méthode, & il y a déja des Livres d'Eglise imprimés sur la foi de ce qu'on en attend.

X I.

Un assemblage que le S.r Joseph Lespiniere a fait de 20 Machines différentes, toutes muës par un même mouvement; 1° un Moulin à poudre, 2° un Moulin pour lisser la poudre, 3° une Machine pour écraser le Souffre, 4° un Moulin à papier, 5° un Moulin à Tan, 6° un Moulin à Foulon, 7° un Moulin à Farine, 8° un Mouvement pour élever des Pistons semblable à celui de la Machine de Marli, 9° une Scierie à bois, 10° une Scierie pour la pierre, 11° une Machine à broyer les couleurs, 12° une Machine pour raper du Tabac, 13° une autre pour le sasser, 14° une Machine

pour mouvoir des Rames, 15° un Chapelet pour l'élevation de l'eau, 16° un Mêtier de Tisseran, 17° des Marteaux de forges à fer, 18° une Machine pour remonter les Batteaux, 19° un Cric, 20° une Machine à polir. On jugera assés que l'Auteur n'a pas pensé à la pratique ou à l'usage, il n'a voulu que donner dans un Modele portatif une idée d'un grand nombre de Machines à la fois. Il a fallu de l'industrie pour les disposer de façon que le mouvement de la main appliqué à la Manivelle d'un Arbre les fist agir toutes ensemble, aussi aisément qu'il le fait.

X I I.

Une Méthode de M. de Gamache pour le Jaugeage des Tonneaux. Il regarde un Tonneau comme ayant été formé par la revolution d'une Ellipse autour de son grand axe, après quoi les deux bouts du Solide Ellipsoïde ont été retranchés. Il a à son milieu un Cercle plus grand que tous les autres, & des deux côtés des Cercles paralléles, égaux, & décroissants jusqu'à ceux des deux fonds. Pour la solidité ou capacité de cet Ellipsoïde tronqué, le Calcul geometrique donne les $\frac{2}{3}$ du grand Cercle, & $\frac{1}{3}$ d'un Cercle du fond multipliés par la longueur du Tonneau, ou distance des deux fonds. Il est visible que l'Ellipsoïde seroit égal à un Cilindre de même longueur ou hauteur, dont la base circulaire seroit égale à $\frac{2}{3}$ & à $\frac{1}{3}$ des deux Cercles supposés. Sur ce principe M. de Gamache calcule quelles seront différentes bases circulaires égales aux $\frac{2}{3}$ d'un grand Cercle, & à $\frac{1}{3}$ d'un petit, ce grand Cercle & ce petit, ou plûtôt leurs diametres variant toûjours, car en prenant une certaine étenduë depuis le plus petit Cercle possible d'un Tonneau jusqu'au plus grand, les deux Cercles du Tonneau dont il s'agira ou leurs diametres se trouveront dans une Table, & on aura l'aire d'un Cercle égale aux $\frac{2}{3}$ d'un des Cercles, & à $\frac{1}{3}$ de l'autre. Il ne faudra plus que la multiplier par la longueur du Tonneau. Ce n'est-là qu'une simple ébauche de la Méthode. On l'a trouvée très bien démontrée en toutes ses parties, & très facile dans l'execution.



ELOGE
DE M. DELISLE.

GUILLAUME DELISLE nâquit à Paris le dernier Fevrier 1675 de Claude Delisle, homme très celebre par sa grande connoissance de l'Histoire, & de la Geographie, & qui les enseignoit dans Paris avec beaucoup de succés à tous ceux, qui faute de loisir, ou pour s'épargner de la peine, ou pour aller plus vîte, avoient besoin d'un Maître. Tous les jeunes Seigneurs de son temps, & heureusement son temps a été très long, ont appris de lui; feu M. le Duc d'Orleans fut son disciple, & comme il se connoissoit dés lors en hommes, il conserva toûjours pour lui une bienveillance particuliére. M. Delisle n'étoit pas de ces Maîtres ordinaires, qui n'en sçavent qu'autant qu'il faut pour débiter à un Ecolier ce qu'il ne sçavoit pas, il possedoit à fond les Sciences dont il faisoit profession, & je l'ai assés connu pour assûrer que la candeur de son caractere étoit telle qu'il n'eût osé enseigner ce qu'il n'eût sçû que superficiellement.

Le pere reconnut bientôt dans son fils toutes les dispositions, qu'il pouvoit souhaiter, & il étoit impossible que l'éducation manquast à la nature. M. Delisle presque enfant, à l'âge de 8 ou 9 ans, avoit déja dressé, & dessiné lui-même sur l'Histoire ancienne des Cartes que M. Freret a vûës, car il est bon d'avoir pour cette espece de prodige un témoin illustre par une grande érudition. Ce fut vers la Geographie que M. Delisle tourna toutes ses études, déterminé de ce côté-là par son inclination, aidé de toutes les connoissances, & conduit avec toute l'affection d'un Pere.

Communément on n'a guere d'idée de ce que c'est qu'une Carte Geographique, & de la maniére dont elle se fait. Pour peu qu'on lise, on voit assés la différence d'une Histoire à

une autre du même ſujet, & on juge les Hiſtoriens; mais on ne regarde pas de ſi près à des Cartes de Geographie, on ne les compare point, on croit aſſés qu'elles ſont toutes à peu près la même choſe, que les modernes ne ſont qu'une repetition des anciennes, & ſi dans l'uſage on en prefere quelques-unes, c'eſt ſur la foi d'une reputation dont on n'a pas examiné les fondements. Les beſoins ordinaires ne demandent pas dans les Cartes une grande exactitude. Il eſt vrai que pour celles qui appartiennent à la Navigation, il en faut une qui ne peut être trop parfaite, mais il n'y a que les Navigateurs qui ſentent cette neceſſité, il y va de leur vie.

Si lorſqu'un Geographe entreprend de faire une Carte de l'Europe, par exemple, il avoit devant lui un gros Recüeil d'Obſervations Aſtronomiques bien exactes de la Longitude & de la Latitude de chaque Lieu, la Carte ſeroit bien-tôt faite, tout viendroit s'y placer de ſoy-même à l'interſection d'un Meridien & d'un Parallele connus. Jamais cette Carte n'auroit beſoin de correction, à moins qu'il n'arrivaſt des changements Phiſiques, qu'elle ne garentiſſoit pas. Mais on a juſqu'ici très peu d'Obſervations des Longitudes des Lieux, on ne peut guere en avoir que depuis que feu M. Caſſini a calculé les mouvements des Satellites de Jupiter, & que l'on obſerve à l'Academie les Eclipſes des Fixes par les Planetes, car avant cela on n'avoit pour les Longitudes que des Eclipſes de Lune, qui ſont rares, qui juſqu'à l'invention des Lunettes n'étoient pas aſſés bien obſervées, & qui même encore aujourd'hui ne donnent pas aiſément des déterminations aſſés préciſes. On a toûjours pu obſerver les Latitudes, & les Obſervations pourroient être en grande quantité, mais il faut des Obſervateurs, & il n'y en a que depuis environ 200 ans, & en très petit nombre, ſemés dans quelques Villes principales de l'Europe. On n'a donc pour la Carte qu'on en feroit que quelques points déterminés ſûrement par obſervation aſtronomique, & où prendre tous les autres en nombre infini? on ne peut avoir recours qu'aux Meſures Itineraires, aux diſtances des Lieux, répanduës en une infinité d'Hiſtoires, de Voyages, de Relations, d'Ecrits de toutes eſpeces, mais peu

exactement, &, ce qui est encore pis, différemment presque dans tous. Il faut peser l'autorité de cette multitude de différents Titres, & on ne le peut qu'avec le secours de beaucoup d'autres connoissances subsidiaires, il faut accorder les contradictions qui ne sont qu'apparentes, il faut faire un choix bien raisonné, quand elles sont réelles. Enfin les Mesures, comme les Lieuës, qui varient tant, non seulement d'un Etat à un autre, mais d'un petit Pays du même Etat à un autre voisin, doivent être si bien connuës du Geographe qu'il les puisse comparer toutes entre elles, & les rapporter à une Mesure commune, telle que la Lieuë commune de France. Tout cela est d'un détail immense, & capable de lasser la patience la plus opiniâtre. On ne plaindroit pas ceux qui employeroient autant de temps, & de travail à quelque Theorie brillante, & peut-être inutile, ils seroient recompensés & par le plaisir de la production, & par un certain éclat qui frapperoit le Public.

Les parties des Cartes qui representent les Mers, ou seulement les Côtes, ont encore leurs difficultés particuliéres. On ne peut trop ramasser, trop comparer de Journaux de Pilotes, & de Routiers; les distances y sont marquées selon des Rhumbs de Vent, ausquels on ne peut se fier s'ils ont été pris sans la Boussole, & qu'il faut corriger si la variation de l'Aiguille n'a pas été alors connuë, ou ne l'a pas été exactement. Quelle ennuyeuse, & fatigante discussion! il faut être bien né Geographe pour s'y engager.

Aussi n'avoit-on pas pris jusqu'à present toutes les peines necessaires, & peut-être ne sçavoit-on pas même assés bien toutes celles qu'il y avoit à prendre. Nicolas Sanson a été dans le siécle passé le plus fameux de nos Geographes, cette science lui doit beaucoup, cependant ses Cartes étoient fort imparfaites, soit par la faute de son siécle, soit par la sienne. Il n'avoit pas encore assés d'observations, & il n'avoit pas assés approfondi, ni assés recherché. Lorsque le temps amena de nouvelles connoissances, il aima mieux les negliger que de corriger ses premiers ouvrages par les derniers, & de mettre entre eux une discordance qui le blessoit. La source de son Nil fut toûjours sous le Tropique du Capricorne à 35 degrés

de diſtance de ſa veritable poſition, parce qu'il en avoit crû Ptolomée, qui en avoit jugé ainſi. Sa Chine, ſa Tartarie, ſa Terre d'Yeço s'obſtinoient à demeurer mal placées, & mal diſpoſées contre le temoignage de Relations indubitables.

M. Deliſle vint dans le temps où tout ſembloit annoncer que la Geographie alloit changer de face. Le Zele de la Religion, & l'amour des Richeſſes, principes bien oppoſés, s'accordoient à augmenter tous les jours le nombre des découvertes dans les Climats lointains, & l'Aſtronomie, beaucoup plus parfaite que jamais, fourniſſoit de nouveau les Longitudes par les Satellites de Jupiter, d'autant plus ſûrement que les Lieux étoient plus éloignés. Pluſieurs points de la Terre prenoient enfin des places qu'ils ne pouvoient plus perdre, & auſquelles les autres devoient s'aſſujettir.

A la fin de 1699, M. Deliſle âgé de 25 ans, donna ſes premiers Ouvrages, une Mappemonde, quatre Cartes des quatre parties de la Terre, & deux Globes, l'un Céleſte, l'autre Terreſtre, dédiés à S. A. R. feu M. le Duc d'Orleans. Le tout, & principalement les Globes avoient été faits ſous les yeux, & ſous la direction de feu M. Caſſini, ce qui ſeul auroit répondu de la bonté & de l'exactitude du travail.

L'ouverture du ſiécle preſent ſe fit donc à l'égard de la Geographie par une Terre preſque nouvelle que M. Deliſle preſenta. La Mediterranée, cette Mer ſi connuë de tout temps par les Nations les plus Sçavantes, toûjours couverte de leurs Vaiſſeaux, traverſée de tous les ſens poſſibles par une infinité de Navigateurs, n'avoit que 860 Lieües d'Occident en Orient au lieu de 1160 qu'on lui donnoit, erreur preſque incroyable ; l'Aſie étoit pareillement raccourcie de 500 Lieuës, la poſition de la Terre d'Yeço changée de 1700; une infinité d'autres corrections moins frappantes & moins ſenſibles ne ſurprenoient que les yeux ſçavants; encore M. Deliſle avoit-il jugé à propos de reſpecter juſqu'à un certain point les préjugés établis, & de n'uſer pas à toute rigueur du droit que lui donnoient ſes découvertes, tant le faux s'attire d'égards par cette ancienne poſſeſſion où il ſe trouve toûjours.

Les Globes, & les Cartes eurent une approbation generale, & un homme, qui avoit le titre de Geographe du Roi, voulut en partager le fruit par une Mappemonde en 4 feüilles, qu'il publia aussi-tôt après, fort semblable à ce qui venoit de paroître. M. Delisle, muni d'un Privilege, se plaignit en Justice d'avoir été entierement copié, à l'exception des fautes qu'on avoit mises dans la nouvelle Mappemonde, ou par ignorance, ou pour déguiser le larcin. Le Conseil d'Etat privé du Roi nomma deux Experts en cette matiére, où il y en a peu, feu M. Sauveur, & M. Chevallier, tous deux de cette Académie. Le détail de l'exactitude scrupuleuse qu'ils apporterent à cette affaire est imprimé, ils se convainquirent parfaitement que l'Adversaire de M. Delisle étoit un Plagiaire. L'Arrest du Conseil fut conforme à leur avis, mais le procés dura six ans. M. Delisle perdit à s'assûrer ce qui lui étoit dû une grande partie de ces six années, qu'il eust employées entieres à s'enrichir utilement pour le Public. Il usa genereusement de sa victoire, il avoit droit par l'Arrest de faire casser les Planches du Geographe condamné, il lui en laissa tout ce qui n'appartenoit pas précisément à la Geographie, des Ornements assés agréables, des Cartouches recherchés, qui pouvoient faire ailleurs l'effet de prévenir & d'amuser les yeux de la pluspart du monde.

La Mediterranée, plus courte de plus d'un quart qu'on ne l'avoit crû jusque-là, avoit fort étonné, & quelques-uns ne se rendoient pas encore aux observations Astronomiques. M. Delisle, pour ne laisser aucun doute, entreprit de mesurer toute cette Mer en détail, & par parties sans employer ces Observations, mais seulement les Portulans, & les Journaux de Pilotes, tant des routes faites de Cap en Cap en suivant les Terres, que de celles qui traverseroient d'un bout à l'autre, & tout cela évalué avec toutes les précautions necessaires, reduit, & mis ensemble s'accordoit à donner à la Mediterranée la même étenduë, que les Observations Astronomiques, dont on vouloit se défier.

Il devoit publier une *Introduction à la Geographie,* dans laquelle il eust rendu conte de tous les changements dont il

étoit Auteur. Il ne l'a point publiée, occupé par d'autres travaux, & cependant on s'étoit accoûtumé peu à peu à prendre en lui une confiance, qui euſt pu le diſpenſer de ce grand appareil de preuves. Il eſt vrai qu'en pluſieurs occaſions particuliéres il en avoit donné qui marquoient tant de capacité, & d'exactitude, tout ce qui ſortoit de ſes mains étoit ſi bien d'accord avec ce qui en étoit déja ſorti, que cette confiance du Public ne pouvoit paſſer pour une grace.

Peut-être penſeroit-on que l'extrême difficulté des diſcuſſions Geographiques, & le peu d'apparence que des Critiques s'y embarquent, donnent à un Geographe une liberté aſſés ample de regler bien des choſes à ſon gré. Mais ſur les matiéres les moins maniées par le gros des Sçavants, il y a toûjours, du moins ſi on prend toute l'Europe, un petit nombre de gens à craindre, & qui n'attendent qu'un ſujet de cenſure, même leger. D'ailleurs un veritable Sçavant prend un amour pour l'objet perpetuel de ſes recherches, & ſe fait à cet égard une conſcience, qui ne lui permettent pas d'impoſer. On pouvoit conter que M. Deliſle étoit ſinguliérement dans cette diſpoſition, il avoit la candeur de ſon Pere.

Des Mappemondes, des Cartes generales de l'Europe, de l'Aſie, de l'Afrique, de l'Amerique, ne ſont que des ébauches de la repreſentation de la Terre. Les Cartes particuliéres demandent une nouvelle étude, & une étude d'autant plus penible qu'elles ſont plus particuliéres. L'objet croiſt toûjours à meſure qu'il eſt regardé de plus près, & il y faut voir ce que l'on n'y conſidéroit pas auparavant. Le nombre des materiaux neceſſaires devient toûjours plus accablant pour le Geographe, & s'il ſe picque de préciſion, tous ceux qu'il peut recouvrer lui ſont neceſſaires.

Encore une difficulté qui n'appartient guere qu'à la Geographie, c'eſt d'être fort changeante. Je ne parle pas des changements Phiſiques, ils ſont peu conſidérables. Que les Mers s'éloignent de leurs rivages, ou gagnent ſur les terres, que de grandes Rivieres ſe faſſent d'autres embouchures, qu'il naiſſe de nouvelles Iſles, un mediocre ſçavoir embraſſe ſans peine ce petit nombre d'évenements rares; mais les limites civiles

civiles des Royaumes, des Provinces, des Gouvernements, des Diocéſes, ſont ſujettes à de grandes variations dans certains intervalles de temps, & de plus la langue de la Geographie change preſque abſolument, tout prend de nouveaux noms, & c'eſt malheureuſement dans les ſiécles les plus ténébreux, les plus dépourvûs de bons Auteurs. Il n'y a perſonne qui n'en ſçache un petit nombre d'exemples, mais qu'eſt-ce que ce petit nombre en comparaiſon de ce qu'un Geographe en doit ſçavoir? les conqueſtes des Barbares du Nord dans l'Europe, celles des Arabes & des Tartares dans l'Aſie, défigurérent les anciens noms, ou les effacerent, & leur en ſubſtituerent d'autres, & Ptolomée ne reconnoîtroit qu'à peine aujourd'hui ſur nos Cartes l'Empire Romain.

M. Deliſle a embraſſé la Geographie dans toute ſon étenduë, il l'a ſuivie dans toutes ſes branches, & l'a prouvé au Public par des Cartes de toutes les eſpeces, qui ſont au nombre de 90. Nous en indiquerons ſeulement quelques-unes de chaque ſorte, qui ſerviront d'exemples.

Une Carte intitulée, *le Monde connu aux Anciens*, & celles de l'Italie, & de la Gréce, &c. Nous avons rapporté en 1714* qu'il avoit fait voir combien les Meſures Itineraires des Romains étoient juſtes, & conformes aux Obſervations Aſtronomiques qu'on a cûës depuis, & combien l'Italie & la Grece étoient différentes de ce qu'elles paroiſſoient ſur toutes les autres Cartes. Par-là ſe juſtifioient certaines choſes que les Anciens avoient avancées, & que les Modernes rendoient par leur faute trop abſurdes, & trop incroyables.

*p. 80 & ſuiv.

Une Carte des Evêchés d'Afrique, qui a paru au-devant d'une nouvelle Edition d'Optat de Mileve. Elle avoit toutes les difficultés de la Geographie ancienne, & de la Geographie la plus particuliére, car il y avoit en Afrique plus de 600 Evêchés, dont une partie n'étoient que de gros Bourgs, & même des Châteaux, & il n'y a pas juſqu'à leurs noms qu'il ne ſoit ſouvent très mal aiſé de déterminer ſûrement.

Une Carte de l'Empire Grec du moyen âge, tirée de la Deſcription qu'en fit l'Empereur Conſtantin Porphirogenete dans le 10eme ſiécle. C'eſt-là plus que par tout ailleurs, qu'on

trouve une Langue toute nouvelle. L'Empire est divisé en *Themes,* expression inoüie jusque-là, & tout est une espece d'Enigme, qui semble faite pour le supplice des Geographes. Après cela il ne faut presque pas conter d'autres Cartes du moyen âge, comme celle du Diocése de Toul, nommé alors *Civitas Leucorum.*

Une Carte de la Perse absolument nouvelle, & très détaillée. On y retrouvoit enfin ce grand Pays, qui jusque-là n'avoit ressemblé ni aux Histoires des Anciens, ni aux Relations des Modernes. On n'avoit point encore la veritable étenduë ou figure de la Mer Caspienne, que l'on doit aux conquestes, & aux découvertes du feu Czar*, mais M. Delisle en avoit approché autant qu'il étoit possible par ses seules conjectures, & par son art singulier de mettre en œuvre, & de combiner tous ses différents matériaux.

* V. l'Hist. de 1725. p. 121.

Une Carte d'Artois pour mettre au-devant des Commentaires de M. Maillart sur la Coutume de cette Province. Qui croiroit que dans les Cartes d'un petit Pays, si proche de nous, & si connu, il y avoit des Rivieres omises, & en recompense d'autres supposées, 40 Villages créés, ou du moins transportés de si loin, & avec des noms tellement défigurés, qu'ils ne pouvoient être reconnus par ceux qui demeuroient sur les lieux?

M. Delisle entra dans l'Académie en 1702, Eleve en Astronomie du grand M. Cassini, quoi-qu'il ne fust, ni ne voulut être Observateur, mais on conta que l'usage qu'il sçavoit faire des Observations lui devoit tenir lieu de celles qu'il ne faisoit pas, & quoi-que dans le plan de l'Académie il n'y eust point de place de Geographe, on lui en laissa occuper une, qui selon les apparences devoit redevenir après lui place d'Astronome, faute d'un Geographe tel que lui. Il passa ensuite au grade d'Associé, mais le plus glorieux évenement de sa vie a été d'être appellé pour montrer la Geographie au Roi. Alors il commença à faire des Cartes uniquement par rapport à l'étude que ce jeune Prince feroit de l'Histoire. Il en dressa une generale du Monde en 1720, où les Cartes generales par où il avoit débuté en 1700 étoient déja rectifiées, tant

parce qu'il avoit acquis de nouvelles lumiéres, que parce qu'il avoit acquis aussi plus de hardiesse à ne point menager les préjugés ordinaires, & en même temps plus d'autorité. Les Auteurs, ainsi que ceux qui gouvernent, doivent un peu se regler sur l'opinion qu'ils sentent que l'on a d'eux. La Carte de la fameuse Retraite des Dix Mille, necessaire pour entendre l'Histoire que Xenophon en a écrite, parut en 1721. Elle lui produisoit une difficulté très considérable, qu'il ne pouvoit lever que par une supposition hardie, que nous avons déja exposée au Public. * Quelquefois les Sçavants ne sont pas fâchés de se trouver dans ces sortes de Détroits, d'où ils ne peuvent sortir qu'à force de sçavoir.

* V. l'Hist. de 1721, p. 78 & suiv.

Dès l'an 1718 il fut honoré par Brevet du titre de premier Geographe du Roi, que personne n'avoit encore porté, ni ne porte encore après lui. S. M. y joignit une Pension.

Il avoit entrepris plusieurs Ouvrages pour le Roi; une Carte de l'Empire d'Alexandre, dont il rendoit l'étenduë beaucoup moindre, & par conséquent plus vrai-semblable par ce même principe paradoxe, dont il se servoit pour la Retraite des Dix Mille; l'Empire des Perses sous Darius, l'Empire Romain dans sa plus grande étenduë, la France selon toutes ses différentes divisions, tant sous les Romains que sous les trois Races de ses Rois. Toutes ces Cartes particulierement destinées à l'Histoire & aux Histoires les plus interessantes, étoient des secours & des avantages, qui de l'éducation du Roi devoient passer à celle des Particuliers, mais ces travaux, quoi-qu'apparemment fort avancés, ne sont pas finis.

On croit aussi qu'il a fort avancé une Carte de la Terre Sainte, Theatre des plus grands évenements, qui ayent jamais été, & qui puissent jamais être. Il y travailloit depuis long-temps avec un soin si scrupuleux, & si difficile à contenter, quil semble que la Religion y eust part. Il joignoit à la Terre Sainte l'Egypte, Pays très fameux, & trés peu connu.

Il ne paroissoit presque plus d'Histoire ou de Voyage que l'on ne voulust orner d'une Carte de M. Delisle. Ces sortes

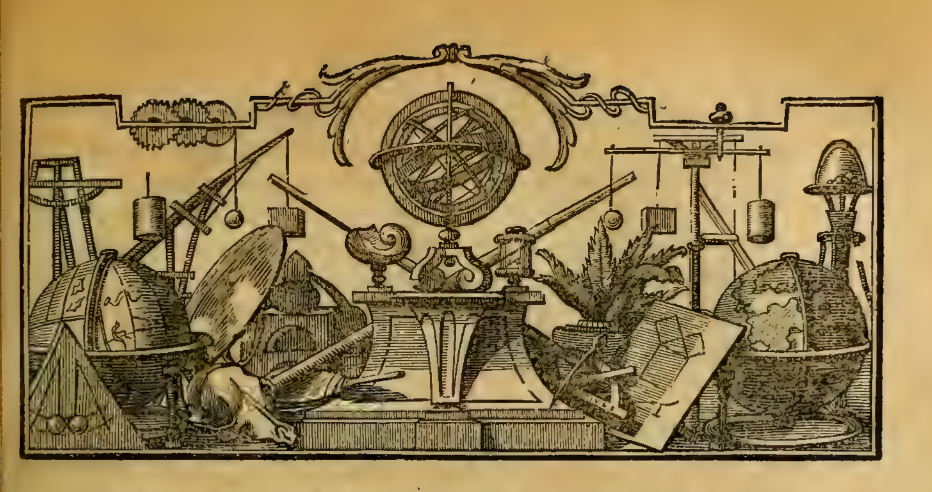
de modes prouvent du moins les grandes reputations. Il avoit promis une Carte à M. l'Abbé de Vertot pour son Histoire de Malte qui va paroître, il la finit le 25 Janvier 1726 au matin, & étant sorti l'aprèsdinée, il fut frappé dans la ruë d'une Apoplexie, dont il mourut le même jour sans avoir repris connoissance.

Quoi-que le nom d'un Sçavant ait bien du chemin à faire pour aller jusqu'aux oreilles des Têtes couronnées, & même seulement jusqu'à celles de son Maître, le nom de M. Delisle avoit frappé les Puissances étrangeres. Le Roi de Sardaigne, alors Roi de Sicile, fit examiner par d'habiles gens la Carte de la Sicile publiée par cet Auteur, & elle fut trouvée si exacte & si correcte, que S. M. l'honora d'une Lettre accompagnée d'un present, que la Lettre rendoit presque inutile. L'Ambassadeur qui lui remit l'un & l'autre avoit ordre en même temps de faire tous ses efforts pour l'engager à passer dans les Etats de ce Prince, où il auroit tous les avantages & tous les agréments qu'il demanderoit, mais l'amour de la Patrie le retint, & peut-être aussi l'esperance qu'elle n'auroit pas l'ingratitude assés ordinaire à toute Patrie. D'autres Puissances lui ont fait les mêmes sollicitations. Le Czar alloit le voir familierement pour lui donner quelques remarques sur la Moscovie, & plus encore, pour connoître chés lui, mieux que par tout ailleurs, son propre Empire.

Deux de ses freres, tous deux de cette Academie & Astronomes, ont été appellés à Petersbourg. Un autre avoit pris l'Histoire pour son partage. Il est rare qu'un Pere sçavant ait quatre fils qui le soient aussi, & avec succés. Cette inclination n'a pas coûtume de se communiquer tant, & encore moins le genie.



MEMOIRES



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXXVI.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES de l'année 1725.

Par M. MARALDI.



A Lumiére boreale, qui depuis 1715 a paru tant de fois tous les ans, n'a été visible que deux fois en 1725. Cela est arrivé le 9 Janvier & le 6 Octobre à 8 heures du soir. Elle occupoit environ 60 degrés de l'horison, & s'élevoit au-dessus trois ou quatre degrés, faisant une apparence

9 Janvier 1726.

ſemblable au crepuſcule du matin, un quart d'heure après qu'il a commencé.

Obſervations de la quantité de Pluye.

	lignes		lignes
En Janvier	$13\frac{1}{2}$	En Juillet	15
Fevrier	0	Août	31
Mars	$6\frac{5}{6}$	Septembre	$11\frac{1}{6}$
Avril	$8\frac{1}{2}$	Octobre	13
Mai	$34\frac{1}{2}$	Novembre . . .	$3\frac{1}{6}$
Juin	$45\frac{2}{3}$	Decembre	28

Somme totale de la quantité de Pluye pendant toute l'année, 210 lignes, qui font 17 pouces $6\frac{1}{3}$ lignes; ce qui eſt un pouce & demi moins que la quantité moyenne établie par les Obſervations de la plus grande & de la plus petite, obſervée dans l'eſpace de trente ans, compris entre 1689 & 1718; car la plus grande ayant été en 1711 de 25 pouces 2 lignes, & en 1718 la plus petite de 13 pouces une ligne, on a la moyenne entre deux de 19 pouces. Mais en 1723 la quantité de Pluye n'a été que de 7 pouces 8 lignes, ce qui a été la moindre obſervée depuis 37 ans qu'on fait ces Obſervations. Si l'on compare cette quantité avec la plus grande de 25 pouces 2 lignes, il en réſultera une autre quantité moyenne de 16 pouces 5 lignes, moindre de $2\frac{1}{2}$ pouces que la précédente. On pourroit établir une autre quantité moyenne de la maniére ſuivante.

J'ai conſideré que parmi les Obſervations faites depuis 37 ans, il y en a 18 qui donnent une quantité de Pluye moindre de 17 pouces 6 lignes, & autant qu'en donnent une plus grande; on pourroit donc prendre 17 pouces 6 lignes pour quantité moyenne. Suivant cette détermination, la Pluye tombée en 1725 ſera comme une année moyenne.

Sans ces Obſervations, on auroit crû que cette année auroit été des plus abondantes en pluye, car depuis le commencement de Mai juſqu'à la fin de l'année les Pluyes ont été très

frequentes, & il s'eſt paſſé peu de jours de ſuite ſans qu'il en ſoit tombé, mais les gouttes en étoient le plus ſouvent très fines, & n'ont pas produit beaucoup de pluye, auſſi la Riviére de Seine n'a-t-elle pas été groſſe que ſur la fin du mois de Decembre, durant lequel il en eſt tombé 28 lignes. Il eſt vrai que dans les mois de Mai, Juin & Août il en eſt tombé plus qu'en Decembre, mais ces pluyes d'Eté ne ſont pas pour l'ordinaire ſi univerſelles que celles d'Hiver, & par conſéquent ne font pas groſſir les Riviéres.

Sur la fin de Fevrier 1711 il y eut un débordement de la Seine, & c'eſt le dernier que nous ayons eu. Il arriva après une fonte de Neiges, & des Pluyes ſi abondantes, que durant le même mois il en tomba 51 lignes, au lieu que dans le mois de Decembre de 1725 il n'en eſt tombé que 28 lignes, auſſi la Seine n'a-t-elle pas débordé comme elle avoit fait en 1711.

Le Ciel preſque toûjours couvert & les pluyes frequentes de 1725 ont été cauſe que l'année a été tardive, & que dans les parties ſeptentrionales du Royaume, où la recolte des Grains ſe fait ordinairement au mois d'Août, n'a pû être faite qu'au mois de Septembre & d'Octobre, les Pluyes ont été cauſe qu'on n'a pas pû ſerrer tous les Grains ſecs, ce qui en a fait germer une partie dans les Campagnes & dans les Granges. Les Pluyes abondantes de Mai & de Juin ont fait couler les Raiſins, & celles qui ont continué en Août, Septembre & Octobre ont empêché la parfaite maturité de ceux qui reſtoient.

Obſervations ſur le Thermometre.

Le Thermometre qui eſt toûjours placé dans le même endroit que les années précédentes, n'eſt deſcendu qu'à 26 parties le 23 & le 26 de Fevrier, ce qui marque un degré de froid moderé; il faiſoit pour lors un grand broüillard, & l'air étoit tranquille. Ces Obſervations ont été faites un peu avant le lever du Soleil, qui eſt l'heure du jour où il fait le plus grand froid. Pendant l'Eté le plus haut degré où il ſoit monté le matin, a été à 60 parties, ce qui arriva le 5 Juillet,

le 10, le 11, le 12, le 13 & le 14; les mêmes jours à 3 heures après midi, qui est celle de la plus grande chaleur, il est monté à 70 parties, & le 13 à la même heure il s'éleva à 76. Les autres jours de Juillet & d'Août le Thermometre a été plus bas, ce qui marque une chaleur moderée & de peu de durée.

Observations sur le Barometre.

Le Barometre simple a été fort élevé depuis la fin de Janvier jusqu'au commencement de Mars, durant lequel temps le Ciel a été le plus souvent couvert avec beaucoup de broüillard, sans avoir pleu durant ce temps-là, il descendit de 2 lignes le premier & le 2 Mars par un temps de pluye, il s'éleva ensuite le 3 & le 4 du même mois à la hauteur de 28 pouces 4 lignes par un temps serein & tranquille, c'est la plus grande élevation qu'il ait eu cette année.

Le 18 Decembre au matin il fit un oragan mêlé de pluye & de tonnere, alors le Barometre descendit à 27 pouces; le jour suivant 19 il descendit encore deux lignes, s'étant trouvé à 26 pouces 10 lignes, qui est le plus bas où il est descendu cette année, ainsi la variation entre la plus grande & la plus petite hauteur a été un pouce & 6 lignes.

Les vents d'Oüest & de Sud-oüest ont regné les plus souvent, & nous ont amené les pluyes & les nuages, dont le Ciel a été couvert une grande partie de l'année. Le 9 & le 10 Octobre il y eut un vent de Sud-sud-oüest violent, & le 18 Decembre un oragan qui a causé beaucoup de dommage aux Maisons de Paris, & nous avons appris par des Lettres particuliéres de Dijon qu'il s'y étoit fait sentir aussi, & y avoit désolé beaucoup de Châteaux, & des campagnes.

Déclinaison de l'Aimant.

Le 6 Novembre & le 30 Decembre 1725, la déclinaison de l'Aimant observée avec une Aiguille de 4 pouces, comme les années précédentes, a été de 13 degrés 15 minutes Nord-oüest. Dans l'espace de cinq ans, compris depuis 1720 jusqu'en 1724, inclusivement nous l'avons observée toûjours

de 13 degrés ; donc l'année précédente l'Aiguille a recommencé de s'avancer vers le Nord-oüest comme elle faisoit auparavant, après avoir été stationaire pendant cinq ans.

Observations de la quantité de Pluye, faites à Bergues proche de Dunquerque.

M. Guillin, Ingenieur en chef de Bergues St Vinoch, a envoyé à M. Cassini les Observations de la quantité de Pluye, qu'il a faites dans la même Ville en 1722, 1723, 1724 & 1725, sur le modelle de celles qui se font à l'Observatoire. Voici ces Observations.

	1722.			1723.			1724.			1725.		
	p.	l.	36^e	p.	l.	36^e	p.	l.	36^e	p.	l.	36^e
Janvier...	0	3	32	1	10	5	3	0	36	1	11	32
Fevrier...	1	3	28	1	9	18	2	3	6	0	0	0
Mars.....	1	10	18	1	4	35	3	5	12	0	8	33
Avril.....	1	7	25	0	2	20	0	9	30	1	5	19
Mai	1	8	28	0	9	6	0	11	27	2	5	26
Juin.....	2	3	26	1	3	12	1	1	23	3	3	0
Juillet....	3	1	12	2	4	31	2	2	25	1	11	17
Août	2	7	11	3	8	15	1	2	9	1	10	15
Septembre	3	1	28	1	9	31	2	0	0	1	4	18
Octobre..	0	8	30	1	4	20	3	0	24	3	8	24
Novembre	1	3	0	3	1	27	2	6	6	1	1	31
Decembre	4	10	27	3	3	28	2	10	24	2	1	32
Somme	24	11	$\frac{11}{12}$	23	0	$\frac{8}{9}$	25	7	0	22	2	

Par la comparaison de ces Observations avec les nôtres il paroît qu'à Bergues il est tombé une quantité de Pluye beaucoup plus grande qu'à Paris, car en 1722 à Paris elle a été de 14 pouces 6 lignes, à Bergues elle a été de près de 25 pouces, ce qui est 10 pouces & demi plus qu'à Paris. En 1723 à Bergues il a pleu 23 pouces, à Paris 7 pouces 8 lignes, c'est 15 pouces 4 lignes moins qu'à Bergues. En 1724 à Bergues, la Pluye a été de 25 pouces 7 lignes, à Paris 12 pouces 4 lignes, ce qui est 13 pouces 3 lignes moins qu'à

Bergues. En 1725 il a pleu à Bergues 22 pouces 2 lignes, à Paris 17 pouces 6 lignes, ce qui eſt 4 pouces 8 lignes moins qu'à Bergues. Pendant tout le mois de Fevrier 1725 il n'a point pleu à Bergues, non plus qu'à Paris.

Quoi-qu'il ait pleu ſouvent à Bergues en 1725, il paroît cependant que la quantité de Pluye y a été moindre que les trois années précédentes, ce qui vient de ce que la Pluye étoit fine.

Il n'eſt pas ſurprenant que Bergues, & les Pays qui ſont proches de la Mer, ayent une plus grande quantité de Pluye que ceux qui en ſont éloignés dans les terres, comme Paris; car comme les nuages qui cauſent les Pluyes, ſont chaſſés par les vents qui nous viennent de la Mer, ces nuages étant plus chargés proche de la Mer, y doivent laiſſer une plus grande abondance d'eau que celle qu'ils portent plus avant dans les terres. Il en faut reſerver les Pays proches des Montagnes, car dans ce cas les nuages y étant arrêtés, & ſe fondant en pluye, y en doivent donner une plus grande quantité que dans les plaines, où les nuages ne ſe déchargent qu'en paſſant.

M. Guillin remarque que le plus grand froid de 1723 a été le 10 Fevrier; celui qui a été marqué par nôtre Thermometre eſt auſſi arrivé ce jour-là, car il deſcendit à 17 parties. La plus grande chaleur de l'Eté eſt arrivée à Bergues le 27 Août, à Paris elle arriva le 20 du même mois.

Le plus grand froid de l'année 1724 eſt arrivé à Bergues le 27 Fevrier, nous l'avons trouvé par nôtre Thermometre à peu-près les mêmes jours, car il ſe trouva au degré plus bas où il ſoit deſcendu depuis le 25 juſqu'au 27 du même mois. Il ſe trouva encore au même état depuis le 11 Mars juſqu'au 15. La plus grande chaleur de 1724 à Bergues a été le 23 Août: ce jour-là à Paris le Thermometre monta à 80 parties & demie, qui eſt la plus grande où il ſoit arrivé dans les mois de Juillet & d'Août, mais le premier de Septembre il monta à 82 parties. Par cette comparaiſon on voit que les chaleurs de l'Eté & le froid de l'Hiver arrivent dans ces deux Villes à peu-près les mêmes jours.

Outre ces Obſervations, M. Guillin en a envoyé quel-

ques-unes ſur le Barometre & ſur les Vents, qu'il a faites depuis le mois de Septembre 1724 juſqu'à la fin de Mars 1725. Ces Obſervations, comparées avec les nôtres, font voir que le Barometre s'eſt trouvé dans ces deux Villes à la plus grande hauteur le 10 Decembre, & que le 19 Decembre il s'eſt trouvé à Bergues à 26 pouces 4 lignes, ayant deſcendu depuis le 10 juſqu'au 19 de 2 pouces moins une ligne à Bergues comme à Paris. Le 18 Decembre il regna de part & d'autre un vent furieux, qui étoit tantôt Sud-oüeſt, tantôt Oüeſt-ſud-oüeſt.

EXPLICATION PHISIQUE ET MECANIQUE DU CHOC DES CORPS A RESSORT.

Par M. l'Abbé DE MOLIÉRES.

PREMIÉRE PARTIE.

Où l'on établit l'état de la queſtion, & où l'on détermine le point précis de la difficulté.

DEMANDES.

I. IL n'y a point d'effet ſans cauſe, & l'effet eſt égal à la cauſe qui le produit. 17 Fevrier 1723.

II. Un corps en repos continuë de lui-même de demeurer en repos, & n'apporte aucune reſiſtance poſitive au mouvement.

III. Un corps en mouvement continuë de lui-même à ſe mouvoir uniformément en ligne droite, ou à parcourir en temps égaux des eſpaces égaux & droits.

IV. D'où il ſuit que le tranſport d'un corps ou de ſes parties n'uſe ou ne diminuë point la force qui le tranſporte.

V. La force d'un corps eſt le produit de ſa maſſe par ſa vîteſſe, c'eſt-à-dire, qu'un corps a d'autant plus de force, le reſte étant égal, qu'il eſt plus grand & qu'il a plus de vîteſſe, ou qu'il parcourt plus d'eſpace en moins de temps.

VI. Lorſque deux corps ſpheriques parfaitement durs, & qui ſe meuvent dans la ligne de direction qui paſſe par leurs centres, ſe choquent, ces corps vont de compagnie après le choc;

Ou avec la *ſeule* force du choquant, ſi le choqué eſt en repos:

Ou avec la *ſomme* de leurs forces, s'ils vont de même ſens avant le choc:

Ou avec la *difference* de leurs forces, s'ils vont en ſens contraires avant le choc.

VII. D'où il ſuit que les forces contraires des mobiles ſe détruiſent mutuellement par le choc, & que leur *vîteſſe commune* après le choc eſt égale:

Ou à la *ſeule* force du choquant, ſi le choqué eſt en repos:

Ou à la *ſomme* de leurs forces, s'ils vont de même ſens avant le choc:

Ou à la *difference* des forces (s'ils vont en ſens contraires avant le choc) *diviſée* par la ſomme des maſſes.

VIII. D'où il ſuit que dans tous les cas du choc de deux mêmes corps, ou la *vîteſſe reſpective* (c'eſt-à-dire, la *ſeule* vîteſſe abſoluë du choquant, ſi le choqué eſt en repos, la *difference* des vîteſſes, lorſque les mobiles ſe meuvent de même ſens, la *ſomme* des vîteſſes, lorſqu'ils ſe meuvent en ſens contraires avant le choc) eſt toûjours la *même* vîteſſe; (c'eſt-à-dire, ſi l'eſpace que le corps choquant a à parcourir en même temps avant le choc, eſt d'autant plus grand ou moindre, qu'il a plus ou moins de vîteſſe abſoluë) la force du choc ſera toûjours la même.

Ainſi ſi un corps A, avec un certain nombre x de degrés de vîteſſe, choque B en repos, & que ſelon la loi generale du choc (*art. 6 & 7*) A doive perdre ou communiquer à B la vîteſſe u; la même choſe arrivera, ſi A avec la vîteſſe $x+1$ choque B, qui ait la vîteſſe 1 de même ſens: ou ſi A, avec la vîteſſe

vîteſſe $x + 2$, choque *B* qui ait la vîteſſe 2 de même ſens, & ainſi de ſuite.

Ou encore ſi *A*, avec la vîteſſe $x - 1$, choque *B* qui ait la vîteſſe 1 en ſens contraire : ou ſi *A*, avec la vîteſſe $x - 2$, choque *B* qui ait la vîteſſe 2 en ſens contraire. Et ainſi de ſuite.

Ou enfin ſi *A*, avec la vîteſſe x, choquant *B* qui ait la vîteſſe y de même ſens, doit perdre la même vîteſſe u, il la perdra également ſi *A*, avec la vîteſſe $x - 1$, choque *B* qui ait la vîteſſe $y - 1$: ou ſi *A*, avec la vîteſſe $x - 2$, choque *B* qui ait la vîteſſe $y - 2$, & ainſi de ſuite.

Ou, ce qui revient au même, ſi *A* manquant de parcourir une partie p de l'eſpace qu'il auroit parcouru dans la premiére ſuppoſition, *B* manque en même temps de parcourir le même eſpace p. Ce qu'il faut bien remarquer.

IX. D'où il ſuit qu'aucun mouvement *commun* réel ou imaginé qu'on puiſſe attribuer aux deux mobiles avant le choc (tel qu'eſt celui de la Terre vers l'Orient, ou d'un Bateau ſur une Riviére) ne peut produire aucun effet *phiſique* & réel dans le réſultat du choc des corps, & ne doit par conſéquent jamais y être conſideré comme cauſe efficiente d'aucun effet qui appartienne à ce choc, puiſque ce mouvement ne peut qu'ajoûter ou retrancher aux vîteſſes de chacun de ces corps avant le choc qu'un même nombre de degrés de vîteſſe, ce qui, par l'article précédent, n'augmente ou ne diminuë rien du mouvement qu'un des mobiles doit perdre ou communiquer à l'autre. Ainſi je ne ferai dans la ſuite aucun uſage de ce moüvement *relatif* ou arbitrairement relatif, & je conſidererai un mobile qui ne changera point de ſituation par rapport au vaiſſeau qui le contient, comme s'il étoit abſolument en repos & ſans force par rapport au mobile qui vient le choquer, auquel je n'attribüerai auſſi que la force & la vîteſſe qu'il a par rapport au premier ; par la raiſon encore une fois que le mouvement *commun* qu'on pourroit leur attribuer, quel qu'il puiſſe être, ne peut, ſelon la loi generale du choc, rien changer dans l'effet du choc de ces corps, ce qui eſt confirmé par l'experience. Car quoi-

que l'on ſuppoſe que la Terre ou le Bateau ſe meuve vers l'Orient, le réſultat du choc de deux mobiles, fait dans les mêmes circonſtances, eſt toûjours le même, ſoit que la direction de leurs mouvements regarde l'Orient, ou l'Occident, ou le Septentrion, ou le Midi, ou quelqu'autre point que ce ſoit de l'horiſon.

X. L'experience apprend que lorſqu'on laiſſe tomber une Boule d'yvoire ſur une Enclume dont on a terni la ſuperficie avec un peu de ſuif, ce corps s'applatit d'abord par le choc, ce que l'on reconnoît par un petit cercle que l'on voit empreint ſur l'enclume, & qui eſt d'autant plus grand que le corps tombe de plus haut ; qu'enſuite ce corps reprend auſſi-tôt ſa premiére figure, ce qui le fait remonter preſque juſqu'au point d'où il eſt tombé.

On a donné le nom de *reſſort* à cet effet, & on a dit qu'un corps étoit à reſſort *parfait*, lorſque par le rétabliſſement de ſa figure il remontoit juſqu'au point d'où il étoit deſcendu. Qu'il étoit à reſſort *imparfait*, lorſqu'il ne remontoit pas juſqu'à ce point. Et qu'il étoit *mou*, lorſqu'il demeuroit ſur le point de la ſuperficie de l'Enclume ſur lequel il étoit tombé.

Je n'entreprendrai pas ici de déterminer précíſément quelle eſt la cauſe du rétabliſſement de la figure des corps à reſſort, ce qui m'éloigneroit trop de mon ſujet. Mais je ſuppoſerai, ſi l'on veut, avec M. Deſcartes que ce rétabliſſement eſt produit par la matiére ſubtile qui rentre dans les pores du corps, dont elle a été chaſſée durant ſon applatiſſement avec la même impetuoſité qu'elle en eſt ſortie, ou que cet effet arrive par quelqu'autre cauſe que ce puiſſe être, que je nommerai la *cauſe generale du reſſort*, & que je regarderai ici comme donnée. Ainſi je ſuppoſerai

1°. Que le débandement du reſſort, étant une ſuite de ſon bandement, le reſſort ne peut ſe débander avec une force plus grande que celle qu'il a acquiſe durant ſa compreſſion.

2°. Qu'un corps à reſſort parfait tend ſans ceſſe à ſe débander avec une force égale à celle qui a été employée à le

bander, & qu'il doit produire, en ſe bandant & en ſe débandant, autant d'effet dans l'un que dans l'autre corps qui ſe choquent.

XI. Maintenant pour déterminer l'effet précis que j'entreprends d'expliquer dans ce Memoire, je me ſervirai d'un exemple.

A, B, (Fig. 1.) ſont deux corps ſpheriques, dont l'un *B* eſt en repos & décuple de l'autre *A* ou *a*. *A* ſe meut vers *B* dans la ligne de direction *cd*, qui paſſe par les centres *CD* de ces corps avec une vîteſſe quelconque *x*.

Selon la loi generale du choc *(art. 6 & 7.)* on voit que ſi ces corps étoient parfaitement durs, la vîteſſe du corps choquant *A* étant diſtribuée par la penſée en 11 parties égales ou degrés, le corps *A*, qui n'a qu'un de maſſe & 11 de vîteſſe, & par conſéquent 11 degrés de force, perdroit dès l'inſtant du choc 10 degrés de ſa force & de ſa vîteſſe, & en conſerveroit *un*; & que le corps choqué *B* recevroit en même temps 10 degrés de force & *un* degré de vîteſſe; c'eſt-à-dire, que dès l'inſtant du choc toute la force & la vîteſſe du corps *A* ſe diſtribüeroient également dans la maſſe commune de ces corps, & qu'ils iroient enſemble chacun avec la vîteſſe d'*un* degré.

Mais l'experience apprend que lorſque les corps ſont d'yvoire, de verre de jaſpe, &c. en un mot à reſſort parfait, le corps choqué *B* prend après le choc une vîteſſe double de la précédente; c'eſt-à-dire, qu'au lieu d'un degré de vîteſſe qu'il auroit pris, il en prendra deux, & par conſéquent ce corps *B* aura 20 degrés de force en avant, en même temps que le corps choquant *A*, qui auroit conſervé *un* degré de force & de vîteſſe en avant, le perdra, & reculera en arriére avec 9 degrés de force & de vîteſſe.

De ſorte qu'au lieu que ces mobiles n'avoient avant le choc que 11 degrés de force, ils en ont 29 après le choc, ce qui eſt preſque le triple de ce qu'ils avoient avant le choc. Et c'eſt de cette augmentation ſurprenante de force qui ſurvient après le choc des corps à reſſort parfait, dont j'entreprends de déterminer la cauſe phiſique & mécanique, ſans y

employer d'autres principes que ceux que j'ai d'abord ſuppoſés, & qui ſont reçûs generalement de tout le monde.

XII. Le corps choqué *B* recevant 20 degrés de force durant le bandement & le débandement du reſſort, & le débandement du reſſort étant l'effet de ſon bandement, il eſt viſible qu'il ne peut recevoir plus de force durant le débandement qu'il en a reçû durant le bandement. D'où il ſuit que le corps choqué *B* ne peut recevoir plus de 10 degrés de force durant le débandement du reſſort, qui eſt la moitié des 20 degrés qu'il reçoit en tout.

D'ailleurs le reſſort parfait, en ſe débandant, devant donner autant de force à l'un qu'à l'autre des corps qui ſe choquent, & donnant 10 degrés de force en arriére au corps choquant, il eſt viſible qu'il n'en a pas moins donné au corps choqué.

D'où il ſuit qu'on ne peut s'empêcher de conclurre :

1°. Que durant le bandement du reſſort, le corps choqué *B* a reçû tous les mêmes 10 degrés de force & le même degré de viteſſe qu'il auroit reçû, ſi les mobiles avoient été durs, & qu'il n'y eut point eu de reſſort à bander.

2°. Que neantmoins durant le même temps, le reſſort s'eſt au moins bandé avec 10 degrés de force, & qu'à la fin du bandement du reſſort, le corps choquant *A* a dû conſerver un degré de ſa vîteſſe, & de ſa force parconſéquent, puiſqu'il n'a pû agir ſur le corps *B* que durant tout le temps qu'il a eu plus de vîteſſe que *B*, & qu'il n'a pû ceſſer de pouſſer le corps *B* qu'au moment que ces mobiles ont eu une égale vîteſſe. D'où il ſuit clairement que les 10 degrés de force & de vîteſſe que le corps choquant *A* a perdu durant le bandement du reſſort, ont produit deux effets égaux en force aux 10 degrés de force qu'il a perdu.

3°. Que le reſſort bandé avec 10 degrés de force, a produit, en ſe débandant, encore 10 degrés de force & un degré de vîteſſe en avant dans le corps *B*.

4°. Et qu'en même temps il a encore produit 10 degrés de force & de vîteſſe en arriére dans le corps *A*, dont un de

ces degrés a été employé à détruire le degré de force & de vîteſſe qu'il lui reſtoit en avant à la fin du bandement du reſſort.

Il s'agit donc de concevoir comment le corps choquant *A*, qui avant le choc n'avoit que 11 degrés de force, & qui n'en a pû perdre que 10 durant le bandement du reſſort, a pû d'abord produire deux effets égaux chacun à la force de 10 degrés ; l'un de procurer au corps *B*, décuple de *A*, la vîteſſe d'un degré qui exige tous les 10 degrés de force que le corps *A* a perdu, & l'autre de bander le reſſort avec 10 degrés de force, tout comme s'il n'en avoit point communiqué au corps *B*.

Enſuite comment il peut ſe faire que le reſſort n'étant bandé qu'avec 10 degrés de force, ait pû produire, en ſe débandant, deux effets égaux chacun à la même force, ſçavoir 10 degrés de force au corps *B* en avant, & 10 degrés de force au corps *A* en arriére.

Quelques-uns ont penſé que quoi-que le corps *A* ne perde que 10 degrés de force des 11 degrés qu'il a avant le choc, le reſſort ne laiſſe pas neantmoins de ſe bander avec 20 degrés de force. Mais cette hipotheſe, par le moyen de laquelle on rend aiſément raiſon de l'effet qui arrive durant le débandement du reſſort, augmente ſi exceſſivement l'effet du bandement du reſſort, qu'on ne peut plus y rien comprendre, de ſorte qu'il paroît qu'en voulant éviter une difficulté, on tombe dans une plus grande.

On ſuppoſe ici que quoi-que le corps choquant *A* ne perde durant le choc que 10 des 11 degrés de force qu'il a avant le choc, le reſſort ne laiſſe pas de ſe bander avec 20 degrés de force. J'avouë qu'il eſt aiſé enſuite de rendre raiſon comment le reſſort étant bandé avec 20 degrés de force, il en donne, en ſe débandant, 10 au corps *A*, & 10 au corps *B*. Mais comment pourra-t-on enſuite concevoir que le corps choquant *A* ne perdant que 10 degrés de ſa force durant le bandement du reſſort, & le corps choqué *B* fuyant ſans ceſſe durant tout ce temps, & recevant à la fin 10 degrés de force,

ces 10 degrés de force que le corps choquant a perdu, & que le corps choqué a acquis en même temps, n'ayant pas laissé de bander le ressort avec 20 degrés de force, il est visible qu'on rend par-là l'effet du bandement triple de la cause, & qu'en voulant simplifier l'effet du débandement, on complique outre mesure celui du bandement.

D'autres, pour mieux concevoir comment le ressort pouvoit se bander avec une force double de celle que le corps choquant perd, ont pensé que durant tout le temps que dure le bandement du ressort, le centre du corps choqué demeure immobile, & qu'il ne commence à se mouvoir qu'à l'instant du débandement; mais cette hipothese, bien-loin de faciliter l'explication du phenomene, nous jette dans de plus grandes difficultés. Car outre que dans cette supposition l'effet du bandement est toûjours double de sa cause, comment concevoir ensuite que durant le seul débandement du ressort le corps choqué prend 20 degrés de force en avant, & le corps choquant 10 degrés de force en arriére. Cet effet est tout-à-fait contraire à ce que l'on connoît du ressort, qui ne donne jamais, en se débandant, plus de force à l'un des mobiles qu'à l'autre. Ainsi de quelque côté que l'on se tourne, on trouve toûjours des difficultés qui paroissent insurmontables.

XIII. Mais il ne faut pas ici que j'oublie de remarquer qu'il y a un cas du choc des corps à ressort, dont l'effet paroît d'abord beaucoup plus simple, quoi-qu'il soit en effet le plus composé de tous. Ce cas est celui où les mobiles se choquent en sens contraires avec des forces égales, ou des vîtesses réciproques à leurs masses. Alors il arrive que durant le bandement du ressort, les mobiles perdent tous deux toutes leurs forces & leurs vitesses, & durant le débandement du ressort ils reçoivent les mêmes forces & les mêmes vîtesses qu'ils avoient avant le choc.

Par exemple, si le corps *A* se meut vers *B* avec 10 degrés de force & de vitesse, & que le corps *B*, décuple de *A*, se meuve vers *A* avec un degré de vîtesse, & 10 degrés de force; alors on voit par l'experience que ces mobiles qui

avoient chacun 10 degrés de force en ſens contraires avant le choc, ne recevront après le choc que les mêmes degrés de force & de vîteſſe qu'ils avoient avant le choc. Ce qui a fait penſer à quelques-uns que le reſſort ſe bandoit dans ce cas avec la ſomme des forces des mobiles, c'eſt-à-dire, avec 20 degrés de force; & qu'en ſe débandant, il redonnoit 10 degrés de force à l'un, & 10 degrés de force à l'autre. Ce qui ne renfermeroit aucune difficulté, puiſqu'on ſuppoſe, comme une choſe donnée, que le reſſort doit ſe débander avec la même force qu'il a été bandé.

Mais cette extrême facilité de rendre raiſon dans ce cas particulier du phenomene du choc des corps à reſſort, dont l'explication paroît ſi difficile dans les autres cas, bien-loin de me ſéduire, me l'a renduë ſuſpecte, & m'a engagé à examiner avec attention ſi elle ne renfermoit pas quelque illuſion.

Pour cet effet j'ai comparé ce cas du choc à d'autres qui y avoient du rapport, & par cette ſeule comparaiſon je me ſuis aiſément apperçû que dans ce cas le reſſort ne ſe bandoit en effet qu'avec la ſeule force d'un des mobiles, & que la force contraire de l'autre ne faiſoit que lui ſervir de point d'appui, & ſe détruiſoit abſolument ſans produire aucun autre effet phiſique dans le bandement: ou bien, ce qui revient au même, que le reſſort ne ſe bandoit qu'avec la moitié de la force de l'un, & la moitié de la force de l'autre, & que les deux autres moitiés de ces forces ne faiſoient que ſervir de point d'appui aux précédentes, & ſe détruiſoient abſolument par le choc.

Car (pour commencer la comparaiſon par le cas dans lequel le corps *A* avec un de maſſe & 11 de vîteſſe choque *B* en repos, décuple de *A*) n'eſt-il pas viſible que dans ce cas la ſomme des forces n'eſt que de 11 degrés? Cependant l'experience apprend que dans ce même cas le reſſort, en ſe débandant, produit dans les mobiles la même quantité de force que dans le cas précédent, c'eſt-à-dire, 10 degrés de force dans l'un, & 10 degrés de force dans l'autre. Il eſt donc déja évident que le reſſort ne s'eſt pas plus fortement bandé dans

le cas proposé que dans celui-ci. D'ailleurs dans ce cas-ci le corps choquant ayant conservé un de ses 11 degrés de force & de vîtesse par lequel il a poursuivi le corps choqué dans sa suite, il paroît encore évident que ce degré de force n'a pas pû contribuer à bander le ressort, & que par conséquent le ressort n'a été bandé dans ce cas que par les 10 degrés de force que le corps choquant a perdu.

Or nous venons de voir que le ressort ne s'est pas plus fortement bandé dans le cas proposé que dans celui-ci.

Il est donc évident qu'il n'y a eu, dans le cas où les mobiles se choquent avec des forces contraires, que 10 des 20 degrés de force qu'ils avoient avant le choc, qui ayent contribués à bander le ressort, & qu'il faut par conséquent penser à l'égard de ce cas que le ressort n'y a pas été bandé par une force plus grande que dans le cas où le corps choqué est en repos, & où le choquant ne peut le choquer qu'avec la force de 10 degrés.

XIV. Pour confirmer de plus en plus cette démonstration experimentale, & qui n'est fondée uniquement que sur la comparaison des effets de divers chocs, au lieu de distribuer la vîtesse du corps *A* en 11 degrés, distribuons-là en 110.

Et nous verrons que dans ce cas, où le corps *B* est en repos, le corps *A* doit, selon la loi generale, perdre par le choc 100 degrés de force, & le ressort se bander par une certaine force qui ne peut pas surpasser la somme des forces des mobiles qui est ici de 110 degrés.

Donnons maintenant 109 degrés de vîtesse au corps *A*, & un degré de vîtesse au corps *B* en sens contraire. Et le corps *B* étant décuple du corps *A*, aura 10 degrés de force, & la somme des forces des mobiles sera donc de 119 degrés; mais le corps *A* ne perdra, comme dans le cas précédent, selon la même loi generale, que 100 degrés de force, & par l'experience le ressort ne se bandera qu'autant qu'il s'est bandé dans le cas précédent, puisqu'on verra qu'en se débandant, il ne produira que le même effet qu'il a produit dans le cas précédent.

Donnons

Donnons ensuite 108 degrés de vîtesse au corps *A*, & 2 degrés de vîtesse au corps *B*, toûjours en sens contraire. Et le corps *B* aura 20 degrés de force, & par conséquent la somme des forces des mobiles sera de 128 degrés ; mais le corps *A* ne perdra, comme dans les cas précédents, que 100 degrés de force & de vîtesse selon la même loi generale, & par l'experience le ressort ne se bandera qu'autant qu'il s'est bandé dans les cas précédents.

Et ainsi de suite, jusqu'au cas où ayant donné 100 degrés de vîtesse au corps *A*, & 10 degrés de vîtesse au corps *B*, les mobiles auront chacun une égale force de 100 degrés, la somme des forces sera de 200 degrés, le corps *A* ne perdra que 100 degrés de force selon la loi generale, & par l'experience le ressort ne se bandera qu'autant qu'il s'est bandé dans les cas précédents.

Or peut-on dire après cela avec la moindre apparence de raison, que la somme des forces des mobiles qui va toûjours en augmentant de 110 degrés à 119, de 119 à 128, de 128 à 137, de 137 à 146, de 146 à 155, de 155 à 164, de 164 à 173, de 173 à 182, de 182 à 191, de 191 à 200 ; & la force que le corps choquant *A* a perduë par le choc, étant toûjours demeurée de 100 degrés dans tous ces chocs, sans que le ressort se soit plus fortement bandé dans l'un que dans l'autre, peut-on soutenir, dis-je, que la somme des forces de 200 degrés que les mobiles ont perdu dans ce dernier cas ait été totalement employée à bander le ressort ? Au contraire, ce qu'on en doit conclurre est que la force du bandement du ressort, qui est un effet constant dans tous ces cas, a été produit par la cause constante de 100 degrés de force que le corps *A* a perdu aussi-bien dans le dernier cas que dans le premier ; & que le corps choquant *A* devant perdre tous ses 100 degrés de force selon la loi generale du choc, & devant rester en repos, il convient de dire :

1°. Que durant le bandement du ressort, le corps *B* doit recevoir comme dans le premier cas tous ces 100 degrés de force, & perdre, en les recevant, les 100 degrés de force

qu'il a dans ce cas-ci en ſens contraire, ce qui le réduira auſſi au repos, ſans que ces 100 degrés de force qu'il perd contribüent poſitivement à bander le reſſort.

2°. Que le reſſort ſe bande en même temps avec 100 degrés de force.

3°. Que pendant le débandement du reſſort, le corps *B* reçoit encore 100 degrés de force en avant.

4°. Enfin que le corps *A* reçoit 100 degrés de force en arriére.

Ainſi quoi-que les mobiles n'ayent fait dans ce cas-ci que reprendre après le choc les mêmes forces & les mêmes vîteſſes qu'ils avoient avant le choc, cela n'empêche pas que les mêmes effets que nous avons remarqués dans le cas que le corps choqué eſt en repos, ne ſe rencontrent dans celui-ci, & que ce cas ne renferme par conſéquent toute la difficulté qui ſe rencontre dans les autres : que ſi les effets de ce choc paroiſſent plus ſimples à l'exterieur, ce n'eſt que parce que les forces que le reſſort produit, & qui ſe manifeſtent en tout ou en partie dans les autres cas, ſe détruiſent mutuellement dans celui-ci : qu'enfin ce cas qui ſemble ne renfermer par ſes effets exterieurs ni communication de mouvement, ni augmentation de force, mais ſeulement une deſtruction totale & une reproduction auſſi totale du même mouvement, quoi-que le plus ſimple en apparence, eſt en effet le plus composé de tous à cauſe de la complication des forces contraires, qui, ſelon la loi generale du choc, doivent ſe détruire abſolument par le choc.

D'où il ſuit enfin que ce ſeroit s'expoſer viſiblement à l'illuſion que de ſe prévaloir de la facilité apparente que l'on trouve à rendre raiſon de ce cas, en ſuppoſant temerairement que le reſſort s'y bande avec la ſomme des forces, & qu'il vaut bien mieux éviter ce danger, en commençant nos recherches par le cas qui renferme à découvert toute la difficulté.

XV. On peut donc juger, par toutes les remarques que nous venons de faire, de l'extrème difficulté qu'il y a de rendre raiſon du phenomene du choc des corps à reſſort. C'eſt

auſſi ce qui a porté la pluſpart des Philoſophes de ce temps, & ceux-là même qui ont acquis le plus de réputation, d'imaginer de nouveaux principes du Mouvement en general, d'où ces effets puſſent ſe déduire avec plus de facilité, que de ceux qui étoient communément reçûs avant qu'on eut une connoiſſance diſtincte de ce phenomene. Mais comme c'eſt une maxime reçûë de tout temps, que dans l'explication d'un effet on ne doit jamais avoir recours à la Metaphiſique, tant qu'on peut eſperer de pouvoir en trouver une raiſon Phiſique, & le déduire des principes déja établis ſur la raiſon & ſur l'experience, quelque longue, difficile & cachée que puiſſe être cette déduction, ce que l'on peut toûjours eſperer de faire, lorſque le phenomene eſt composé, ou qu'il dépend de la combinaiſon de pluſieurs cauſes, tel qu'eſt viſiblement celui dont nous traitons, je me ſuis enfin déterminé à examiner avec plus de ſoin les differences qui ſont entre le choc des corps que l'on ſuppoſe être à reſſort parfait, & celui des corps que l'on ſuppoſe être parfaitement durs, & ſi la diverſité des effets de ces chocs ne pourroit pas bien ſe déduire mécaniquement de ces mêmes differences.

SECONDE PARTIE.

Où l'on tâche d'expliquer le phenomene du choc des Corps à reſſort parfait, par les ſeuls principes des Mécaniques, joints aux differences Phiſiques que l'on peut concevoir être entre le choc des Corps durs, & celui des Corps à reſſort parfait.

Ce que les corps durs & les corps à reſſort parfait peuvent avoir de commun par rapport au choc eſt, que toutes leurs parties ſoient uniformément liées les unes aux autres. Et ils peuvent differer, en ce que la liaiſon des parties des corps durs ſoit ſi forte, qu'elles ne puiſſent s'approcher mutuellement les unes des autres. D'où il ſuit que la premiére partie choquée ne pourra recevoir la moindre vîteſſe, que la derniére & toutes celles d'entre-deux ne reçoivent en même

temps la même vîtesse; au lieu que l'on peut concevoir que la liaison des parties des corps à ressort soit telle,

1°. Qu'elles puissent s'approcher les unes des autres, & les mobiles se *comprimer* par le choc.

2°. Qu'à mesure que les mobiles se compriment, ils se *roidissent* ou se *bandent.*

3°. Qu'à mesure qu'ils se bandent, ils *resistent* à leur compression avec une force égale à celle qui a été employée à les bander.

Je veux dire que le ressort étant bandé jusqu'à un certain degré de force, il ne sera pas necessaire pour le bander encore d'un second degré de force égal au précédent, que les centres des mobiles s'approchent d'aussi près l'un de l'autre qu'ils s'en sont approchés auparavant, ce que l'experience confirme.

La premiére conséquence generale que l'on peut tirer de ces observations est, que dans le choc de deux corps *A, B, (Fig. 1.)* supposés *durs*, les parties de ces corps ne pouvant s'approcher les unes des autres, le corps choquant *A* perdra dans l'instant du choc toute la force & la vîtesse qu'il doit perdre selon la loi generale du choc *(dem. 6.)* & le corps choqué *B* recevra aussi dans le même instant toute la force & la vîtesse qu'il doit acquerir selon la même loi. De telle sorte que toute la force & la vîtesse que ces corps doivent conserver après le choc, se distribüera également & dès l'instant du choc dans toutes les parties de ces corps sans aucune succession de temps.

Au lieu que dans le choc de ces mêmes corps *A, B (Fig 1.)* supposés à ressort, ou tels qu'ils puissent se comprimer, se roidir, & acquerir peu-à-peu de la résistance à leur compression, on conçoit qu'au moment du choc, leurs parties étant uniformément liées les unes aux autres, & ayant la faculté de s'approcher mutuellement les unes des autres, le centre *K* ou *C* (*on doit concevoir le point* K *très voisin du point* C) du corps *A* s'approchera en effet du centre *D* du corps *B*, & retiendra presque toute la vîtesse qu'il avoit avant le choc; pendant que le centre *D* du corps *B* (je dis le centre, parce

que lorſque le centre de peſanteur d'un corps ſe meut, tout le corps ſe meut) le centre *D*, dis-je, du corps *B* ne recevra en même temps qu'une très petite partie de la vîteſſe qu'il doit acquerir à la fin de la compreſſion, laquelle vîteſſe augmentera peu-à-peu, pendant que celle du centre *K* du corps choquant *A* diminüera, juſqu'à ce que les centres *K*, *D*, ou *C*, *D*, de ces corps ayent acquis comme par une ſuite infinie de chocs chacun une égale vîteſſe, & que pendant tout le temps que durera ſa compreſſion, leur maſſe commune ait parcouru par un mouvement acceleré un petit eſpace *DE*, de telle ſorte que la moindre vîteſſe du centre *C* étant égale à la plus grande vîteſſe du centre *D*, l'eſpace *KC*, que le centre *C* aura en même temps parcouru depuis le premier inſtant du choc juſqu'au dernier, ſera, quoi-que très petit en lui-même, beaucoup plus long que l'eſpace *DE*. D'où il ſuit enfin que ſi de l'eſpace *KC* on ôte l'eſpace $KL = DE$, l'eſpace *LC* ſera celui dont le centre *C* ſe ſera approché du centre *D* durant tout le temps qu'aura duré la compreſſion.

Or quelques petits que ſoient en eux-mêmes les eſpaces *KC* & *DE*, que les centres *C*, *D*, des mobiles ont parcourus durant la compreſſion, & quelque court que ſoit le temps qu'ils ayent employés à les parcourir (ce qui a porté pluſieurs Auteurs, qui ont entrepris l'explication de ce phenomene, à les negliger) cependant comme c'eſt durant ce même temps que la maſſe commune des mobiles a paſſé du repos où elle étoit, au mouvement qu'elle a acquis à la fin du choc, c'eſt là uniquement, à mon avis, qu'eſt caché tout le miſtere. Mais comme ce miſtere n'eſt pas aiſé à développer, pour le faire d'une maniére ſenſible, nous ferons d'abord cette hipotheſe.

HIPOTHESE.

A, *B*, *(Fig. 2.)* ſont deux corps ſpheriques parfaitement durs, percés chacun d'un petit trou juſqu'à leurs centres *C*, *D*. *cd* eſt une lame très longue, par-tout ſemblable à elle-même, pliée en zig-zag, formant une infinité d'angles tous égaux, dont les ſommets ſont tous compris entre deux plans

paralleles, & ſi mince, que ſa maſſe entiére n'eſt d'aucune conſideration à l'égard de celle du corps *A*, ou du corps *B*, & dont les extremités *c*, *d*, ſont immédiatement appuyées contre les centres *C*, *D*, ou *K*, *D*, des corps *A*, *B*. On doit ici conſiderer le centre *C* comme partant du point *K*.

PREMIER CAS.

Suppoſons d'abord que le corps *A* ſe meut vers *B* avec la vîteſſe *x* & la force *Ax*; que le corps *B* eſt en repos & infiniment grand par rapport au corps *A*; & que l'union des parties de la lame *cd* eſt ſi forte, que ſon extremité *c* ne peut en aucune ſorte s'approcher de ſon autre extremité *d*, ni recevoir aucune vîteſſe, qu'auſſi-tôt cette autre extremité *d* ne reçoive la même vîteſſe. Et je dis,

1°. Qu'à cauſe de la réſiſtance totale de la lame *cd*, le corps *A* communiquera ſon mouvement au corps *B* par l'entremiſe de cette lame, de la même façon qu'il lui auroit communiqué, ſi ces corps s'étoient choqués immédiatement; c'eſt-à-dire, que la force *Ax* & la vîteſſe *x* du corps *A* ſe diſtribüera également dès l'inſtant du choc dans toutes les parties des corps *A* & *B*.

2.° Que le corps *A* perdra tout d'un coup ſans aucune ſucceſſion de temps, & dès le premier inſtant du choc, c'eſt-à-dire, dès l'inſtant qu'il choquera le bout anterieur *c* de la lame *cd*, ou qu'il en ſera choqué (car ces deux effets ſont réciproques); le corps *A*, dis-je, perdra dès ce premier inſtant toute la force *Ax* & la vîteſſe *x* qu'il a avant le choc, à une quantité *dx* infiniment petite près que l'on peut negliger.

3°. Que le corps *B*, dès le même inſtant du choc, c'eſt-à-dire, dès l'inſtant qu'il ſera choqué par l'extremité poſterieure *d* de la même verge *cd*, recevra toute la force *Ax* que le corps *A* aura perduë, & que cette force *Ax* ne produira dans le corps *B* qu'une vîteſſe *dx* infiniment petite par rapport à la vîteſſe *x* du corps *A* avant le choc, & égale à la vîteſſe *dx* que le même corps *A* a conſervée, que l'on peut pareillement negliger.

4°. Que par conſéquent la force $A x$ ſe transformera en Bdx, de telle ſorte qu'on aura $Ax = Bdx$. D'où il ſuit que la vîteſſe dx, que le corps B acquerera par le choc, pourra être conſiderée comme nulle par rapport à la vîteſſe x que le corps A avoit avant le choc, & ſon centre D comme immobile. Ce qui eſt tout évident.

SECOND CAS.

Suppoſons maintenant que la réſiſtance de la lame $k d$ ou $c d$ ne ſoit pas totale comme dans le cas précédent, mais 1°. Que cette lame puiſſe *ſe comprimer*, ou que ſes parties, ſans ceſſer d'être liées les unes aux autres, puiſſent s'approcher mutuellement les unes des autres. 2°. Que par ce moyen la lame $c d$ acquiére peu-à-peu de la *roideur* à meſure qu'elle ſe comprime. 3°. Qu'enfin cette roideur lui procure à chaque inſtant une *réſiſtance* égale à la force que le corps choquant a perduë. Et tout le reſte demeurant comme dans le cas précédent, je dis,

POUR LE PREMIER TEMPS.

1°. Qu'au commencement du choc les parties de la lame $c d$ pouvant s'approcher les unes des autres, & cette lame étant par-là contrainte de ſe comprimer, ſi elle ne ſe roidiſſoit pas à meſure que le corps A la comprime, & que ſon extremité c s'approche de d, & que cette lame cd, dont la maſſe eſt infiniment petite, par rapport à celle du corps A, n'acquit aucune réſiſtance, le corps A ne perdroit, durant tout le temps de la compreſſion, aucune partie de ſa force Ax, ni de ſa vîteſſe x, quelque petite qu'on veüille ſuppoſer la force $A x$ & la vîteſſe x du corps A, pourvû qu'on la ſuppoſe finie. Ce qui eſt évident, & qu'il faut bien remarquer.

2°. Mais, par la ſuppoſition, la lame cd acquerant de la roideur à meſure qu'elle ſe comprime, & que ſes parties s'approchent les unes des autres, & de la réſiſtance à meſure qu'elle ſe roidit; ſi cette lame peut acquerir, avant que d'être totalement comprimée, aſſés de roideur & de réſiſtance pour

égaler la force Ax du corps A, comme nous le ſuppoſerons toûjours. Alors je dis,

3°. Que le corps A pourra perdre, durant tout le temps de la compreſſion, toute ſa force Ax & ſa vîteſſe x avant que d'atteindre au corps B, que nous ſuppoſons toûjours infiniment grand par rapport au corps A.

4°. Que les parties de la lame cd pouvant s'approcher, les unes des autres, le corps A ne perdra pas dès l'inſtant du choc toute ſa vîteſſe x, ni par conſéquent toute ſa force Ax, comme il l'auroit fait, ſi la lame cd avoit été inflexible, mais qu'il ne la perdra que peu-à-peu, & à meſure qu'il comprimera la lame cd, & que cette lame acquerera de la roideur & de la réſiſtance. Ce qui eſt encore évident.

5°. D'où il ſuit qu'il y aura un temps très court, à la fin duquel le corps A n'aura perdu qu'une quantité infiniment petite dx de ſa vîteſſe x. De ſorte que nommant x l'eſpace qu'il auroit parcouru avant le choc durant un temps égal à ce premier temps, & par lequel ſa vîteſſe eſt meſurée, l'eſpace que ſon centre c aura parcouru durant ce même premier temps du choc, & dont il ſe ſera approché du centre D du corps B, ſera $x - dx$.

6°. D'où il ſuit encore, par la ſuppoſition, que pendant que l'extremité c de la lame cd ſe ſera approchée de ſon autre extremité d de l'eſpace $x - dx$, & que le corps A aura perdu la partie Adx de ſa force Ax, le centre D du corps B étant ſuppoſé immobile, la lame cd aura acquis un degré de roideur Adx égal à la même force Adx que le corps A a perduë, & que cette roideur lui procure une réſiſtance dx égale au degré de vîteſſe dx que le corps A a perduë. D'où il ſuit

POUR LE SECOND TEMPS.

1°. Que quoi-que le corps A, qui au commencement du premier temps tendoit à ſe mouvoir avec la vîteſſe x, & à parcourir l'eſpace x, ne tende à ſe mouvoir à la fin de ce même premier temps, ou au commencement du ſecond temps, qu'avec

qu'avec la vîtesse $x — dx$, & à ne parcourir que l'espace $x — dx$ en un temps égal au précédent ; cependant comme la lame *cd*, qui au commencement du premier temps n'avoit encore acquis aucune roideur ni aucune résistance, & dont l'extremité *c* tendoit à se mouvoir vers *d* avec la même vîtesse x, a acquis au commencement de ce second temps la résistance dx, & qui fait qu'il n'est pas necessaire que le corps *A* comprime encore le ressort *cd* durant ce second temps d'une quantité $x — dx$ égale à la précédente, afin que le ressort se trouve bandé d'une seconde quantité de force Adx égale à la premiére. On voit bien qu'il peut se faire que dans le cas du ressort parfait, la résistance de la lame *cd* soit telle que le corps *A* ne doive parcourir durant ce second temps que l'espace $x — 2dx$, pour procurer à cette lame *cd* ce second degré de roideur Adx. Ce qui ne renferme rien de contraire aux loix des Mécaniques, puisqu'on ne suppose ici rien autre chose, sinon que la résistance du ressort est égale à la roideur qu'il a acquise, ou à la vîtesse dx que le corps *A* a perduë en lui procurant cette roideur. D'où il suit

2°. Que quoi-que le corps *A* n'ait plus au commencement du second temps que la vîtesse $x — dx$, au lieu de la vîtesse x qu'il avoit au commencement du premier temps ; cependant comme, par ce que nous venons de dire, il n'a à parcourir durant ce second temps que l'espace $x — 2dx$, pour que le ressort se trouve bandé d'une seconde quantité de force Adx égale à la premiére, au lieu qu'il a eu à parcourir durant le premier temps l'espace $x — dx$ pour produire le même effet, on voit bien que le temps que le corps *A* employera à parcourir ce second espace $x — 2dx$, n'ayant que la vîtesse initiale $x — dx$, sera égal au temps qu'il a employé à parcourir le premier espace $x — dx$, lorsqu'il avoit la vîtesse initiale x, & que l'espace $x — 2dx$ qu'il a à parcourir durant ce second temps, sera d'autant moindre que l'espace $x — dx$ qu'il a eu à parcourir durant le premier temps ; que la vîtesse initiale $x — dx$ est moindre que la vîtesse initiale x. D'où il suit clairement par *Art. 8*, que

quoi-que la vîteſſe abſoluë $x - dx$ du corps *A* au commencement du 2^d temps ſoit moindre de la quantité dx, que la vîteſſe initiale x du même corps *A* au commencement du 1er temps, ſa vîteſſe reſpective eſt pourtant demeurée la même x au commencement du 2^d temps qu'elle étoit au commencement du 1er temps. Ce qu'il faut bien remarquer.

3.° Le corps *A* n'ayant donc plus au commencement du 2^d temps que la vîteſſe abſoluë $x - dx$, mais continuant toûjours à comprimer le reſſort avec la même vîteſſe reſpective x, avec laquelle il l'a comprimé durant le 1er temps ; & par *Art. 8*, l'effet du choc ſe réglant, non ſur la quantité de la vîteſſe abſoluë des mobiles, mais ſur la quantité de leur vîteſſe reſpective, le corps *A* ayant perdu le degré de force Adx & de vîteſſe dx à la fin du 1er temps, perdra à la fin de ce 2^d temps un pareil degré de force Adx & de vîteſſe dx, & n'aura plus à la fin de ce 2^d temps que la force $Ax - 2Adx$, & la vîteſſe abſoluë $x - 2dx$.

4°. D'où il ſuit qu'à la fin de ce 2^d temps, le centre *C* du corps *A* ſe ſera encore approché du centre *D* du corps *B* de l'eſpace $x - 2dx$, & qu'il aura parcouru cet eſpace dans un temps égal à celui qu'il a employé à parcourir l'eſpace $x - dx$ avec la vîteſſe initiale x durant le 1er temps.

5°. Et que pendant que l'extremité *c* de la lame *cd* ſe ſera encore approchée de *d* durant ce 2^d temps de l'eſpace $x - 2\,dx$, & que le corps *A* aura encore perdu une 2de partie Adx de ſa force Ax, & une 2de partie dx de ſa vîteſſe abſoluë x, la lame *cd* aura encore acquis un 2^d degré de roideur Adx & de réſiſtance dx égal au précédent, de ſorte qu'à la fin de ce 2^d temps, ſa roideur ſera $2Adx$, & ſa réſiſtance $2dx$. D'où il ſuit

POUR LE TROISIÉME TEMPS.

1°. Que quoi-que le corps *A*, qui au commencement du 1er temps tendoit à ſe mouvoir avec la vîteſſe x, & à parcourir l'eſpace x, ne tende plus à ſe mouvoir à la fin du 2^d temps, ou au commencement du 3me, qu'avec la vîteſſe x

$-2dx$, & à ne parcourir que l'eſpace $x-2dx$ en un temps égal au premier, on voit que la lame cd, qui au commencement du 1er temps n'avoit encore acquis aucune roideur ni aucune réſiſtance, & dont l'extremité c tendoit à ſe mouvoir vers d, avec la même vîteſſe x, ayant acquis au commencement de ce 3me temps la roideur $2Adx$, & réſiſtant d'autant à ſa compreſſion, ou ſon extremité c ne tendant plus à ſe mouvoir vers d qu'avec la vîteſſe $x-2dx$, ou tendant à manquer de parcourir la partie $2dx$ de l'eſpace x qu'il tendoit à parcourir au commencement du 1er temps; on voit, dis-je, par ces raiſons, jointes à celles de l'article précédent, que quoi-que la vîteſſe abſoluë x du corps A au commencement du 1er temps ait diminué de la quantité $2dx$, & ſoit devenuë $x-2dx$ au commencement du 3me temps, ſa vîteſſe reſpective eſt neantmoins demeurée la même x qu'elle étoit au commencement du 1er temps.

2°. Que le corps A n'ayant plus au commencement du 3me temps que la vîteſſe abſoluë $x-2dx$, mais comprimant toûjours le reſſort avec la même vîteſſe reſpective x, & l'effet du choc ſe réglant, non ſur la quantité de la vîteſſe abſoluë des mobiles, mais ſur la quantité de leur vîteſſe reſpective, le corps A ayant perdu le degré de force Adx & de vîteſſe dx à la fin du 1er temps, perdra à la fin de ce 3me temps un pareil degré de force Adx & de vîteſſe dx, & n'aura plus que la force $Ax-3Adx$, & la vîteſſe abſoluë $x-3dx$.

3°. D'où il ſuit qu'à la fin de ce 3me temps le centre C du corps A ſe ſera encore approché du centre D du corps B de l'eſpace $x-3dx$, & qu'il aura parcouru cet eſpace dans un temps égal à celui qu'il a employé à parcourir l'eſpace $x-dx$ durant le premier temps. Et

4°. Que pendant que l'extremité c de la lame cd ſe ſera encore approchée de d de l'eſpace $x-3dx$ durant ce 3me temps, & que le corps A aura encore perdu une 3me partie Adx de ſa force Ax, & une 3me partie dx de ſa vîteſſe abſoluë x, la lame cd aura encore acquis un 3me degré de roideur Adx & de réſiſtance dx égal aux précédents,

qui maintiendra sa vîtesse respective dans le même degré de force x, où elle étoit au commencement du choc. Et ainsi de suite jusqu'au dernier temps. D'où il suit,

POUR LE DERNIER TEMPS.

I. Que dans le cas que le centre *D* du corps choqué *B* est immobile, ou, ce qui revient au même, que le corps choqué *B* est infiniment grand par rapport au corps choquant *A*, & que la résistance du ressort *cd* est égale à la vîtesse que le corps choquant perd à chaque instant; le corps *A* perdra sans cesse en temps égaux des degrés égaux de sa force Ax & de sa vîtesse absoluë x, & que cette force & cette vîtesse diminuëra successivement comme les termes de la suite infinie

$$x - dx. \quad x - 2dx. \quad x - 3dx. \; \ldots \; x - x = 0.$$

jusqu'à devenir $x - x$ ou *zero* à la fin de la compression, comme on le voit en *E (Voy. la Planche)*.

II. Que le bandement du ressort, & la résistance qu'il apporte à sa compression augmenteront, dans les mêmes temps égaux, en degrés égaux de force comme les termes de la suite infinie

$$dx. \qquad 2dx. \qquad 3dx. \; \ldots \; x.$$

jusqu'à devenir x à la fin de la compression, ou *égale* à la vîtesse absoluë du corps *A* avant le choc, comme on le voit en *F*. Et tout cela par la raison,

III. Que quoi-que la vîtesse absoluë du corps *A* diminuë sans cesse en temps égaux, en degrés égaux, neantmoins comme la résistance du ressort augmente dans la même progression, & que par conséquent l'espace que le corps *A* a à parcourir à chaque instant, diminuë aussi dans la même progression que la vîtesse absoluë diminuë, la vîtesse respective du corps *A* demeurera toûjours la même

$$x. \qquad x. \qquad x. \; \ldots \; x.$$

& sera à chaque instant égale à la vîtesse x qu'il avoit avant le choc, jusqu'à ce que la résistance du ressort devienne à la fin égale à cette même vîtesse respective x. Ce qui n'arrivera

que lorſque la vîteſſe abſoluë x, qui diminuë ſans ceſſe en temps égaux comme les termes de la ſuite E, deviendra enfin $x - x = 0$, & qu'il y aura équilibre entre la vîteſſe reſpective x & la réſiſtance du reſſort x, comme on le voit en G.

IV. D'où il ſuit que le reſſort venant alors à ſe débander avec la même vîteſſe x, & de la même façon qu'il a été bandé, pourra, en ſe débandant, redonner au corps A, à ſa fin du débandement, la même force Ax & la même vîteſſe x qu'il avoit avant le choc.

Au lieu que ſi en même temps que la vîteſſe abſoluë x diminuë, & que le bandement du reſſort augmente comme auparavant, on ſuppoſoit que l'eſpace que le corps A a à parcourir à chaque fois qu'il perd un de ſes degrés de force Adx & de vîteſſe dx, étoit toûjours le même $x - dx$, alors il eſt viſible que la vîteſſe reſpective ſeroit à chacun de ces inſtants égale à la vîteſſe abſoluë que le corps A auroit dans le même temps, & qu'au lieu de demeurer conſtante & toûjours la même x, comme dans le cas précédent, elle deviendroit comme la vîteſſe abſoluë

$$x - dx.\ x - 2dx.\ x - 3dx.\ x - 4dx.\ x - 5dx, \&c.$$

pendant que la roideur du reſſort deviendroit.

$$dx.\quad 2dx.\quad 3dx.\quad 4dx.\quad 5dx, \&c.$$

D'où il ſuit que lorſque le bandement du reſſort auroit acquis la moitié de la force Ax du corps A, le reſſort feroit équilibre avec l'autre moitié de la même force Ax que le corps A auroit encore; & que le reſſort ne pouvant plus être comprimé, commenceroit dès lors à ſe débander, & à détruire peu-à-peu, en ſe débandant, cette autre moitié de la force Ax que le corps A auroit encore. D'où il ſuit que le corps A ne rejailliroit point, & demeureroit en repos après le choc auprès du corps B, comme s'il n'y avoit eu ni bandement ni débandement de reſſort.

On peut juger par-là de ce qui arriveroit, ſi la réſiſtance du reſſort étoit plus grande que dans ce dernier cas, mais plus petite que dans le cas précédent, ce qui renferme tous les cas du reſſort *imparfait;* car alors le corps choquant recevroit

bien par le débandement du ressort quelque mouvement en arriére, mais il ne pourroit jamais parvenir à recevoir la même vîtesse qu'il avoit avant le choc, comme dans le cas où la vîtesse respective demeure constante, & dont nous allons continuer de parler dans les articles suivants.

V. Le corps *A* ayant donc perdu durant tout le temps qu'a duré la compression, toute la force *Ax* qu'il avoit avant le choc, il faut maintenant examiner ce que cette force est devenuë, & déterminer précisément à quels effets elle a été employée.

Pour cet effet il faut considerer trois choses dans le bandement du ressort. 1°. La *compression* par laquelle son extremité *c* a été approchée de son autre extremité *d*. 2°. La *roideur* qu'il a acquise à mesure qu'il a été comprimé. 3°. La *résistance* dont cette roideur l'a rendu capable.

En premier lieu, il est visible que la *compression* pure & simple du ressort *cd* n'a pas pû consommer la moindre partie de sa force *Ax*, puisque si la lame *cd*, dont par la supposition la masse est infiniment petite par rapport à celle du corps *A*, ne s'étoit pas roidie, & qu'elle n'eut par conséquent acquis aucune résistance, le corps *A*, par le principe de la continuation du mouvement, auroit comprimé toute la lame *cd* sans perdre aucune partie sensible de sa force *Ax* & de sa vîtesse *x*.

En second lieu, la *roideur* qui est survenuë à la lame *cd* à mesure qu'elle a été comprimée, n'a pas non plus consommé aucune partie de la force *Ax* du corps *A*. Car la force du corps *A* n'a certainement pas été la cause efficiente de cette roideur, quoi-qu'elle l'ait procurée à cette lame en la comprimant, puisque la cause efficiente de la roideur qu'un ressort acquiert, lorsqu'on le comprime, est visiblement une cause étrangere au mouvement des mobiles ; c'est la matiére subtile, ou plus generalement c'est la cause du ressort qui produit cet effet. Certainement la lame *cd* ne se bande pas précisément, parce qu'elle est comprimée, mais parce qu'elle a une certaine disposition à recevoir l'action de la cause qui produit le ressort, quelle que puisse être & cette disposition

& cette cauſe ; puiſque ſi cette lame très mince étoit de Plomb, elle auroit beau être comprimée toute entiére, & réduite à n'occuper que la longueur des rayons des corps durs *A*, *B*, elle pourroit n'acquerir aucune roideur, ni faire perdre au corps *A* la moindre vîteſſe. Ce n'eſt donc pas le corps *A* qui fournit la force neceſſaire au bandement qu'elle acquiert lorſqu'elle eſt d'Acier trempé, c'eſt uniquement la cauſe qui produit le reſſort qui lui fournit cette force.

En troiſiéme lieu, il ne reſte donc plus que la *réſiſtance* que la lame *cd* a acquiſe peu-à-peu durant la compreſſion qui ait pû détruire ainſi peu-à-peu, & en degrés égaux en temps égaux, la force *Ax* & la vîteſſe *x* du corps *A*. Mais cette réſiſtance n'a pû détruire dans le corps *A* la force *Ax* & la vîteſſe *x* que de la même façon que la réſiſtance totale de la verge inflexible *cd* l'y a détruite dans le premier cas, c'eſt-à-dire, en la tranſportant dans le corps *B*, avec cette ſeule difference, qu'au lieu que dans ce premier cas la réſiſtance de la lame *cd* étant totale dès le premier inſtant du choc, la force *Ax* du corps *A* a été tranſportée tout d'un coup & dès le premier inſtant du choc dans le corps *B*, & s'y eſt transformée en *Bdx*, de telle ſorte que le corps *B* a reçû dès ce même inſtant toute la vîteſſe *dx* ; au lieu que dans ce cas-ci la réſiſtance de la lame *cd* étant *nulle* au commencement du choc, ou ne faiſant que de *naître*, & cette lame n'ayant acquis à la fin du premier temps que la réſiſtance infiniment petite *dx*, cette réſiſtance *dx* n'a pû avoir tranſporté dans le corps *B* que la partie infiniment petite *Adx* de la force *Ax* que le corps *A* a perduë à la fin de ce premier temps, laquelle force *Adx* s'y ſera transformée en *Bddx*, & aura procuré au corps *B* la vîteſſe *ddx* infiniment petite par rapport à la vîteſſe *dx* que la force *Ax* lui a procurée dans le cas précédent, & l'on voit clairement que quoi-que le corps *A* ait d'abord frappé l'extremité *c* du reſſort avec toute la force *Ax* qu'il a avant le choc, comme dans le premier cas, & qu'il lui ait communiqué toute ſa vîteſſe *x*, il arrive cependant par la ſoupleſſe du reſſort, que

cette même force Ax & cette même vîtesse x ne se transmet pas dès le même instant à l'autre extremité d du ressort, mais qu'il n'y a que la force Adx & la vîtesse dx qui s'y transmette, & que par conséquent le corps A ne choque le corps B, dans ce premier instant, par l'entremise du ressort cd, qu'avec la force Adx & la vîtesse dx.

Que cette même lame cd n'ayant acquis à la fin du 2[d] temps que la résistance $2dx$, cette résistance n'a pû avoir transporté dans le corps B que la force $2Adx$ que le même corps A a perduë à la fin de ce 2[d] temps, laquelle force $2Adx$ s'y sera transformée en $2Bddx$, & aura procuré au corps B la vîtesse $2ddx$, & ainsi de suite, comme on le voit en H. Jusqu'au dernier temps, à la fin duquel la lame cd ayant acquis la résistance x égale à la vîtesse respective du corps A, cette résistance aura achevé de transporter dans le corps B toute la force Ax que le même corps A a perduë durant tout le temps qu'a duré la compression, laquelle force Ax s'y sera transformée en Bdx, & aura procuré au centre D du corps B, non dès l'instant du choc, ou dès le point D, mais à la fin de la compression, ou au point E, toute la vîtesse dx qu'il auroit reçûë dès le point D, si la lame cd avoit été une verge inflexible.

Par où il paroît clairement que la force Ax du corps A est constamment demeurée toute entiére dans les mobiles A, B, à chaque instant qu'a duré la compression, partie dans l'un & partie dans l'autre, jusqu'au dernier instant, à la fin duquel elle a passé toute entiére dans le corps B.

VI. D'où je conclus que dans le cas que la résistance du ressort est à chaque instant égale à la vîtesse absoluë que le corps choquant A perd : ou, ce qui revient au même, que la vîtesse respective du corps A est constante; non seulement la force absoluë Ax que le corps A perd peu-à-peu durant tout le temps que dure la compression, a dû à la fin bander le ressort avec toute cette même force Ax, comme on le voit en F, mais qu'elle a dû en même temps procurer au corps B toute la même vîtesse dx qu'elle lui auroit procurée dès

dès l'inſtant du choc, ſi la lame cd avoit été inflexible, comme on le voit en H, & que la moitié de l'exercice de cette force Ax du corps A avant le choc a été employée à la production de l'un de ces effets, & ſon autre moitié à la production de l'autre.

Pour concevoir ſenſiblement comment la ſeule force Ax; que le corps choquant A a perduë durant tout le temps qu'a duré ſa compreſſion, a pû, ſelon les loix des Mécaniques, produire à la fin de cette même compreſſion les deux effets égaux en force chacun à la même force Ax qui les a produits, ce qui eſt ici le point eſſentiel. Il faut remarquer,

1°. Que le corps A n'ayant perdu à la fin du 1er temps que la partie infiniment petite Adx de ſa force Ax, & la partie infiniment petite dx de ſa vîteſſe abſoluë x; & le corps B n'ayant acquis que la même partie Adx de cette force Ax, & la partie ddx infiniment petite de la vîteſſe dx, qu'il auroit acquiſe par toute la force Ax. Dans ce premier inſtant la force Ax du corps A, ſans ſe détruire, s'eſt diviſée en deux parties $Ax - Adx$ & Adx: Que l'une de ces parties $Ax - Adx$, qui eſt reſtée au corps A, lui a fait parcourir l'eſpace $x - dx$, dont il s'eſt approché du centre D, & a comprimé le reſſort de la quantité $x - dx$: Que cette compreſſion a donné lieu à la cauſe generale du Reſſort (à la matiére ſubtile) de bander la lame cd de la quantité dx, ſans qu'aucune partie de la force $Ax - Adx$ ait été employée ou conſommée à cet effet: Qu'enfin l'autre partie Adx de la même force Ax, ayant en même temps paſſé dans le corps B, a procuré à ce corps la vîteſſe ddx.

Que le corps A n'ayant perdu à la fin du 2^d^ temps que les deux parties infiniment petites $2Adx$ de ſa force Ax, & les deux parties infiniment petites $2dx$ de ſa vîteſſe abſoluë x, & le corps B n'ayant acquis que les deux mêmes parties $2Adx$ ou $2Bddx$ de cette force Ax, & les deux parties $2ddx$ de la vîteſſe dx qu'il auroit acquiſe par toute la force Ax. Dans ce 2^d^ inſtant la force Ax du corps A s'eſt de nouveau diviſée ſans ſe détruire en deux parties $Ax - 2Adx$ & $2Adx$:

Que l'une $Ax - 2Adx$ qui eſt reſtée au corps A, lui a fait encore parcourir l'eſpace $x - 2dx$, dont il s'eſt encore approché du centre D, & a encore comprimé le reſſort de la quantité $x - 2dx$: Que cette compreſſion, jointe à la premiére, a donné lieu à la cauſe generale du reſſort de bander la lame cd de la quantité $2dx$, ſans qu'aucune partie de la force $Ax - 2Adx$ ait été employée ou conſommée à cet effet : Qu'enfin l'autre partie $2Adx$ de la même force Ax, ayant en même temps achevé de paſſer dans le corps B, lui a procuré la vîteſſe $2dx$. Et ainſi de ſuite.

2°. D'où il ſuit que la force Ax employée à produire le choc des corps A, B, par l'entremiſe de la lame cd, durant tout le temps que dure le bandement du reſſort, & qui auroit fait parcourir au corps A l'eſpace x dans le premier inſtant, l'eſpace x dans le ſecond, l'eſpace x dans le troiſiéme, & ainſi de ſuite, comme on le voit en M, ſi la lame cd ne s'étoit pas roidie : ou l'eſpace dx dans le 1er inſtant, l'eſpace dx dans le ſecond, l'eſpace dx dans le troiſiéme. Et ainſi de ſuite, comme on le voit en N, ſi la lame cd avoit été inflexible.

$M.$	$x.$	$x.$	$x.$	$x.$
$N.$	$dx.$	$2dx.$	$3dx.$	$x.$
$O.$	$Ax - Adx.$	$Ax - 2Adx.$	$Ax - 3Adx.$ . .	$Ax - Ax.$
$P.$	$dx.$	$2dx.$	$3dx.$	$x.$
$Q.$	$Adx.$	$2Adx.$	$3Adx.$	$Ax.$
$R.$	$ddx.$	$2ddx.$	$3ddx.$	$dx.$

Dans ce cas-ci (le corps A n'ayant parcouru durant le 1er inſtant que l'eſpace $x - dx$, & le corps B que l'eſpace ddx, le même corps A n'ayant parcouru durant le 2d inſtant que l'eſpace $x - 2dx$, & le corps B que l'eſpace $2ddx$, le même corps A n'ayant parcouru durant le 3me inſtant que l'eſpace $x - 3dx$, & le corps B que l'eſpace $3ddx$. Et ainſi de ſuite) la force Ax du corps A, qui a produit le choc, s'eſt neceſſairement diſtribuée durant tout le temps qu'a duré le choc en deux ſuites O, Q, dont l'une O a procuré la ſuite P des degrés de roideur du reſſort. Et l'autre Q a produit la ſuite R

des vîtesses que le centre D du corps B a successivement acquise.

Or la suite O, qui, commençant par x, va en diminuant de la quantité Adx, & finit à *zero*, est visiblement égale à la suite Q, qui, commençant par *zero*, va en augmentant de la même quantité Adx, & finit à x. Il est donc évident que dans le cas que la résistance du ressort est égale à la force que le corps choquant A a perdu à chaque instant, la force Ax du corps A, avant le choc, employée à produire l'effet qui arrive durant le bandement du ressort, se divise en deux parties égales O, Q, dont l'une O est employée à transporter la masse du corps A vers D, à comprimer en même temps le ressort, & à lui procurer la roideur qu'il acquiert successivement jusqu'au point qu'elle devienne égale à toute la force Ax. Et l'autre partie de cette force est en même temps employée à transporter la masse du corps B, & à lui procurer à la fin du choc la même force Ax, ou Bdx, & la même vîtesse dx qu'il auroit acquise dès l'instant du choc par toute la force Ax, si la lame cd avoit été inflexible, & que la quantité du transport de la masse totale des deux mobiles, qui est la mesure de la force Ax employée à cet effet durant tout le temps que dure la compression, est précisément égal au transport qui auroit été fait de la même masse durant le même temps, si le corps B avoit reçû dès le premier instant du choc toute la même force Ax qu'il n'a reçûë que peu-à-peu. D'où il suit que cette force Ax a pû suffire pour produire les deux effets dont nous parlons, puisqu'encore un coup,

Quoique le corps B ait reçû à la fin du choc, par l'entremise du ressort cd, toute la force absoluë $Ax = Bdx$ que le corps A avoit avant le choc, cependant comme il n'a reçû cette force Ax ou Bdx, & la vîtesse dx que peu-à-peu; qu'il n'en a reçû que la partie Adx ou $Bddx$ & la vîtesse ddx à la fin du 1er temps: que la partie $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîtesse $2ddx$ à la fin du 2d temps: que la partie $3Adx$ ou $3Bddx$ & la vîtesse $3ddx$ à la fin du 3me temps. Et ainsi de suite jusqu'à la fin du dernier temps, où il a achevé de

recevoir la force Ax ou Bdx, & la vîteſſe dx toute entiére; on voit:

Que la partie $Ax - Adx$ de la force Ax du corps A que le corps B a manqué de recevoir durant le 1er temps, n'ayant pas pû demeurer oiſive, mais lui ayant fait effectivement parcourir l'eſpace $x - dx$, a comprimé le reſſort, ou a approché ſon extremité c de d de l'eſpace $x - dx$, ſans qu'on puiſſe dire que cette force $Ax - Adx$ ait reçû par-là aucune diminution, puiſqu'on a vû que la compreſſion totale du reſſort pure & ſimple, & deſtituée de roideur, ne peut en faire ſouffrir aucune à toute la force Ax, & *(dem. 4.)* que le tranſport d'un corps, ou des parties de ce corps, n'uſe ou ne diminuë point la force qui le tranſporte. Ce n'eſt donc uniquement que l'*exercice* actuel de la force $Ax - Adx$, qui n'a point été employée à mouvoir la maſſe commune des mobiles durant ce 1er temps, qui a approché les parties du reſſort les unes des autres, & a fourni le moyen à la cauſe generale du reſſort, de bander ou roidir la lame cd de la quantité de force Adx.

Que ce n'eſt auſſi uniquement que l'*exercice* actuel de la partie $Ax - 2Adx$ de la même force Ax du corps A que le corps B a manqué de recevoir durant le 2d temps qui a approché l'extremité c du reſſort de ſon autre extremité d de l'eſpace $x - 2dx$ qui a fourni le moyen au reſſort cd, qui s'eſt trouvé déja bandé de la quantité de force Adx, de ſe bander encore d'une ſeconde quantité de force Adx égale à la précédente, & de ſe trouver par conſéquent bandé à la fin de ce 2d temps de la quantité de force $2Adx$. Par la raiſon qu'il ſuffit ici pour que la cauſe generale du reſſort produiſe ce nouveau degré de roideur Adx dans le reſſort cd, maintenant qu'il eſt bandé de la quantité de force Adx, que ſa partie anterieure c ne s'approche de d que de l'eſpace $x - 2dx$, au lieu qu'il a été neceſſaire qu'elle s'en approchât de l'eſpace $x - dx$, lorſque le reſſort n'étoit encore bandé d'aucune quantité de force. Et ainſi de ſuite.

Qu'enfin la ſomme des forces

$Ax - Adx, + Ax - 2Adx, + Ax - 3Adx \ldots + Adx$

du corps A, employées à comprimer le reſſort, ou à approcher le centre C du corps A du centre D du corps B étant préciſément égale à la ſomme des forces

$$Adx + 2Adx + 3Adx \ldots + Ax$$

du même corps A, employées à mouvoir le corps B durant tout le même temps qu'a duré la compreſſion, & qui s'eſt transformée en

$$Bddx + 2Bddx + 3Bddx \ldots + Bdx.$$

Il ſuit que la force Ax du corps A, avant le choc, a dû produire, par l'entremiſe du reſſort, les deux effets égaux en force à celui qu'elle auroit produit ſans le reſſort, & dont nous avons tant parlé; l'un de procurer au corps B, non dès le premier inſtant du choc, ou au point D, mais à la fin du bandement du reſſort, ou au point E (en lui faiſant parcourir par un mouvement uniformément acceleré, un petit eſpace DE qui n'eſt que la moitié de celui qu'il auroit parcouru durant tout le temps qu'a duré le choc, ſi les corps durs A, B, ſe fuſſent choqués immédiatement) la même force Ax ou Bdx, & la même vîteſſe dx qu'elle lui auroit procuré dès le premier inſtant du choc, ſi les mobiles ſe fuſſent choqués immédiatement. Et l'autre de bander le reſſort avec une force Ax égale à la précédente, en faiſant parcourir au corps A, par un mouvement uniformément retardé, un petit eſpace KC qui n'eſt que la moitié de celui qu'il auroit parcouru dans le même temps qu'a duré le choc, s'il n'avoit point choqué le corps B. D'où il ſuit que la moitié de l'exercice continuel de la force Ax du corps A, durant tout le temps qu'a duré la compreſſion, a pû produire l'un de ces effets, & ſon autre moitié, l'autre.

Car de tous les principes des Mécaniques, celui qui eſt le mieux reçû, & le plus conforme à toutes les experiences, eſt que *la force neceſſaire pour tranſporter un corps à une certaine diſtance*, comme à celle d'un pied, *ne doit être que la moitié de celle qu'il faut employer pour le tranſporter en un temps pareil à une diſtance double*, comme à celle de 2 pieds.

Or ſi la maſſe des deux corps A, B, avoit reçû dès l'inſtant

du choc, ou dès le point D, toute la vîtesse u qu'elle n'a reçûë qu'au point E; cette masse auroit parcouru un espace DF double de l'espace DE, durant le même temps, qu'en ne recevant toute cette vîtesse qu'au point E, elle n'a parcouru que l'espace DE.

Donc la force qui, en transportant la masse des corps A, B, de D en E, lui a donné à la fin la vîtesse u, n'a dû être que la moitié de celle qui l'auroit transportée en temps pareil de D en F avec la même vîtesse u.

Donc dans le choc des corps à ressort parfait, la moitié de l'exercice de la force que le corps choquant y doit perdre selon la loi generale du choc, & qui seroit toute entiére necessaire pour procurer dès l'instant du choc ou dès le point D au centre du corps B, & par conséquent à la masse commune de ces corps, toute la vîtesse requise par la loi generale du choc, si ces corps étoient durs; la moitié, dis-je, de l'exercice de cette force a dû suffire pour lui procurer la même vîtesse, non dès le premier instant du choc, ou dès le point D, mais à la fin de la compression, ou au point E.

Donc par la même raison l'autre moitié de l'exercice de cette même force qui a été en même temps employé à bander le ressort, a dû le bander à la fin avec toute la force que le corps choquant doit perdre selon la même loi generale du choc. Et d'ailleurs par la raison que le corps choqué B n'a pû recevoir la force & la vîtesse qu'il a reçûë à chaque instant de la compression du ressort qu'à mesure que le ressort s'est bandé; que c'est le bandement du ressort qui lui a procuré cette force & cette vîtesse : que ce bandement en est la cause, & que la cause ne peut être moindre que l'effet. Raisons qui doivent ici suffire, sans qu'il soit besoin de repeter celle que nous avons détaillée dans les articles précédents, & dans lesquels on voit à découvert tout le jeu de cet effet.

VII. On aura peut-être encore de la peine à concevoir comment la force Ax du corps A avant le choc a pû produire dans le corps B la suite des forces ou des transports de masse $Adx + 2Adx + 3Adx + 4Adx \ldots + Ax$

du corps B, dont la ſomme des termes ſemble exceder infiniment la force Ax, & produire en même temps dans le reſſort la ſomme des compreſſions

$$x - dx + x - 2dx + x - 3dx \ldots + dx$$

ou des tranſports de maſſe du corps A, qui n'eſt pas un effet moindre que le précédent.

Mais ſi l'on fait attention que la force Ax eſt égale à la ſomme des termes de la ſuite infinie

$$Adx + Adx + Adx + Adx \ldots + Adx;$$

& que le corps B n'a reçû que ſucceſſivement en temps égaux chacune des parties de cette force, on verra

En premier lieu, que le corps B ayant reçû à la fin du 1er temps la 1re partie Adx de la force Ax; que cette force Adx s'étant transformée en $Bddx$, & ayant procuré au corps B la vîteſſe ddx, on verra, dis-je, que le corps B ayant au commencement du 2d temps la force Adx ou $Bddx$ & la vîteſſe ddx, & continuant ſans ceſſe de l'avoir, ne peut recevoir à la fin de ce même 2d temps la 2de partie Adx de la force Ax, qu'il n'ait dès le même inſtant la force $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîteſſe $2ddx$: Que le corps B ayant au commencement du 3me temps la même force $2Adx$ ou $2Bddx$ & la vîteſſe $2ddx$, & continuant ſans ceſſe de l'avoir, ne peut recevoir à la fin de ce même 3me temps la 3me partie Adx de la force Ax, qu'il n'ait dès le même inſtant la force $3Adx$ ou $3Bddx$ & la vîteſſe $3ddx$, & ainſi de ſuite; & qu'à la fin du dernier temps la derniére partie Adx de la force Ax qu'il reçoit n'acheve de lui donner la force Ax ou Bdx & la vîteſſe dx, qu'il continüera d'avoir après le choc.

En ſecond lieu, on conçoit que le corps B n'ayant reçû durant le 1er temps que la partie infiniment petite Adx de la force Ax, l'autre partie $Ax - Adx$ de cette force, qui eſt reſtée dans le corps A, a neceſſairement produit la compreſſion $x - dx$ à la fin de ce 1er temps: Que le corps B n'ayant reçû durant le 2d temps que la partie $2Adx$ de la force Ax, l'autre partie $Ax - 2Adx$, qui eſt reſtée dans le corps A, a neceſſairement produit la compreſſion $x - 2dx$ à la fin de

ce ſecond temps : Que le corps B n'ayant reçû durant le 3me temps que la partie $3Adx$ de la force Ax, l'autre partie $Ax - 3Adx$, qui eſt reſtée dans le corps A, a neceſſairement produit la compreſſion $x - 3dx$ à la fin de ce 3me temps. Et ainſi de ſuite.

D'où il ſuit enfin que quoi-que toutes les parties de la force Ax ayent paſſé ſucceſſivement dans le corps B, cela n'empêche pas que ce corps n'ait reçû la moitié de l'exercice de cette force, & que l'autre moitié de ſon exercice ne ſoit reſtée dans le corps A, & n'ait été en même temps employée à comprimer le reſſort, & à lui procurer à la fin de chacun des temps égaux qu'a duré la compreſſion, des degrés égaux de roideur chacun à la force Adx, qui ont paſſé en même temps dans le corps B, leſquels s'étant joints les uns aux autres, ont produit à la fin toute la force Ax, dont le reſſort ſe trouve bandé à la fin de la compreſſion.

IX. Le corps B ayant donc reçû par la moitié de l'exercice de la force Ax du corps A avant le choc, après avoir parcouru un petit eſpace DE par un mouvement uniformément acceleré, non dès le commencement du choc, ou au point D, mais à la fin du bandement du reſſort, ou au point E, toute la force Ax ou Bdx, & toute la vîteſſe dx, qu'il auroit reçûë dès l'inſtant du choc, ou au point D, ſi la verge cd avoit été inflexible. Et le corps A ayant en même temps parcouru, par l'autre moitié de l'exercice de la même force Ax, un autre petit eſpace KC par un mouvement uniformément retardé. Et ayant procuré par-là au reſſort cd, non dès le point K, mais au point C, un bandement égal en force à la force Ax qu'il a perduë, non en fourniſſant la force actuelle & effective neceſſaire à la production de cet effet, mais en comprimant le reſſort, & procurant par ce moyen l'occaſion à la cauſe étrangere, qui produit ſeule la roideur dans le reſſort, lorſqu'on le comprime, de le bander peu-à-peu juſqu'à ce point ; on voit bien clairement que le reſſort étant bandé avec toute la force Ax, & venant à ſe débander à l'inſtant avec toute cette même force, la moitié de cette même force

Ax

Ax du reſſort, en ſe débandant peu-à-peu, procurera encore au corps *B*, en lui faiſant encore parcourir un autre eſpace *EF* égal au précédent, un ſecond degré de vîteſſe *dx* égal au premier; pendant que l'autre moitié de cette même force *Ax* du reſſort procurera en même temps au corps *A* la même vîteſſe au point *K* qu'il avoit avant le choc, en lui faiſant reparcourir en ſens contraire d'un mouvement acceleré le même eſpace *DK*, de la même façon qu'il a parcouru l'eſpace *KD* d'un mouvement retardé durant le bandement du reſſort. D'où il ſuit que le corps *B* aura reçû en avant par le bandement & le débandement du reſſort le double 2*Ax* ou 2*Bdx* de la force *Ax* que le corps *A* avoit avant le choc, & que le corps *A* aura en même temps reçû en arriére la même force *Ax* qu'il avoit en avant. Ce qu'il falloit expliquer.

X. Mais ſi la réſiſtance du reſſort eſt moindre que nous l'avons ſuppoſée ici, on voit bien, par ce que nous avons dit ci-deſſus, *Art. 4*, ſans que nous nous arrêtions à le montrer en détail, que les vîteſſes des mobiles, après le choc total, tant en avant qu'en arriére, ſeront auſſi moindres que celles que nous venons de déterminer, ce qui renferme tous les cas du reſſort imparfait. Et que ſi la compreſſion eſt conſtante, le corps choquant reſtera en repos au point *K*, & le corps choqué ne recevra que la même vîteſſe *dx* qu'il auroit reçûë ſelon la loi generale du choc, ce qui eſt le cas des corps qu'on appelle *mous*.

Au reſte il ne faut pas que je neglige ici de remarquer que l'imperfection du reſſort peut proceder d'une autre cauſe que de celle dont je viens de parler, qui eſt qu'à meſure qu'il eſt comprimé par le corps choquant, & que réſiſtant à ſa compreſſion, il tranſmet le mouvement du corps *A* dans le corps *B*, le reſſort peut s'affaiſſer, ſe corrompre, & ne plus reprendre la même diſpoſition qu'il avoit avant le choc, ce qui ſe connoît, lorſqu'après le choc les mobiles demeurent applatis, ou s'il la reprend, il peut le faire d'une maniére plus lente & moins forte qu'il ne l'a perduë; ce qui produira le même effet.

CONCLUSION GENERALE.

On peut donc recüeillir de tout ce que nous venons de dire : Que dans la ſuppoſition que le corps choqué eſt infiniment grand, & que la réſiſtance que le reſſort acquiert à meſure que le corps choquant le comprime par l'action continuelle de la matiére ſubtile, ou par la cauſe generale du reſſort, telle qu'elle puiſſe être ; cette réſiſtance, dis-je, eſt à chaque inſtant égale à la vîteſſe que le corps choquant perd en même temps.

1°. Que la vîteſſe reſpective des mobiles, durant tout le temps que dure le choc, eſt conſtamment égale à la vîteſſe abſoluë que le corps choquant doit perdre par le choc.

2°. Que par conſéquent le corps choquant doit perdre en temps égaux des quantités égales de force & de vîteſſe juſqu'à ce qu'il ait perdu toute ſa force & ſa vîteſſe abſoluë. Et comprimer le reſſort, en parcourant durant tout le temps que dure la compreſſion, un eſpace *KC* uniformément retardé qui ne ſera que la moitié de celui qu'il auroit parcouru en même temps, s'il avoit continué de ſe mouvoir avec la même vîteſſe qu'il avoit au commencement du choc.

3°. Que durant tout le même temps, le reſſort doit ſe bander en temps égaux avec des forces égales à celles que le corps choquant perd en même temps, ſans qu'aucune partie de la force du corps choquant ſoit conſommée à cet effet, lequel procede uniquement de la cauſe generale du reſſort.

4°. Que le corps choqué doit auſſi recevoir dans les mêmes temps égaux des quantités égales de force & de vîteſſe, & parcourir par conſéquent un eſpace *DE* uniformément acceleré, qui ne ſera que la moitié de celui qu'il auroit parcouru en même temps, s'il s'étoit mû dès le commencement du choc avec toute la vîteſſe qu'il n'a acquiſe qu'à la fin du choc, laquelle doit enfin être égale à la vîteſſe qu'il auroit acquiſe dès le premier inſtant du choc, ſi les corps durs *A, B,* s'étoient choqués immédiatement.

5°. Que la moitié de l'exercice de la force du corps

choquant avant le choc a dû ſuffire pour procurer cette vîteſſe au corps choqué à la fin de la compreſſion du reſſort, & que l'autre moitié de l'exercice de cette même force, qui a été en même temps employée à comprimer le reſſort, a dû pareillement ſuffire pour procurer au reſſort le degré de roideur ou de bandement qu'il a acquis à la fin de la même compreſſion, égal à la force du corps choquant avant le choc.

6°. Que le reſſort étant bandé avec toute la force que le corps choquant avoit avant le choc, la moitié de cette force a dû ſuffire pour procurer encore au corps choqué *B* à la fin du débandement du reſſort, un 2[d] degré de vîteſſe égal au précédent, en lui faiſant parcourir par un mouvement uniformément acceleré, un ſecond eſpace *EF* égal à celui qu'il a parcouru durant le bandement du reſſort. Et l'autre moitié de cette même force a dû ſuffire pour procurer en même temps à la fin du débandement du reſſort la même vîteſſe en arriére au corps *A* qu'il avoit avant le choc; en lui faiſant parcourir par un mouvement uniformément acceleré le même eſpace *CK* qu'il a parcouru en avant durant le bandement du reſſort par un mouvement uniformément retardé.

Sans qu'on puiſſe dire qu'il y ait rien en tout ceci de contraire aux loix des Mécaniques, & qui ne s'y accorde parfaitement, ainſi que nous venons de le montrer ſi au long.

TROISIÉME PARTIE.

Où l'on détermine l'effet du Reſſort dans tous les autres cas du choc où le Corps choqué reçoit une vîteſſe finie.

Suppoſons en troiſiéme lieu que le corps *B* n'eſt pas infiniment grand par rapport au corps *A*, & que durant le temps que le corps *A* auroit perdu dans le cas précédent, la partie dx de la vîteſſe x qu'il a avant le choc, le corps *B* acquiert par ce premièr choc une vîteſſe quelconque finie du, par rapport à la vîteſſe dx que le corps *A* auroit perduë en même

temps : Que prenant l'integrale u de du, on retranche la vîtesse u de la vîtesse x, & qu'on nomme y le reste de cette vîtesse, ensorte qu'on ait $x - u = y$, ou $x = u + y$. Et je dis,

1°. Que le corps A perdra, comme dans le cas précédent, en temps égaux des degrés égaux de la force Ay & de la vîtesse y qu'il doit perdre par le choc, selon la loi generale; & que l'autre partie Au de sa force Ax, & l'autre partie u de sa vîtesse x demeurera constante dans le corps A durant tout le temps de la compression.

2°. Qu'il n'y aura que la partie Ay de la force $Ax = Au + Ay$ du corps choquant A avant le choc qui procure au ressort la roideur & le bandement, & au corps B la force & la vîtesse qu'il doit acquerir par le choc; & que cette force Ay produira ces deux effets de la même façon qu'elle l'auroit fait, si le corps choquant A n'avoit eu avant le choc que cette force Ay, & que le centre D fut demeuré immobile.

3°. Que l'autre partie Au de la force $Ax = Au + Ay$, qui demeurera constante dans le corps A, durant tout le bandement du ressort, ne produira d'autre effet dans le choc que de poursuivre le centre D du corps B dans sa fuite, & de maintenir à chaque instant la force y en état de produire le même effet dans le choc que si elle avoit été seule, & que le centre D eut été immobile.

4°. Que par conséquent le ressort se bandera en temps égaux avec des forces égales, & que le centre D du corps B acquerra de même en temps égaux des degrés égaux de force & de vîtesse.

5°. Qu'à la fin du choc la force Ay procurera au ressort la roideur ou le bandement Ay, & au corps B la force Ay qui se transformera en Bu, & la vîtesse u qu'il auroit acquise dès l'instant du choc, si les mobiles, étant durs, se fussent choqués immédiatement, & qu'il n'y eut point eu de ressort à bander.

6°. Qu'enfin l'exercice de la moitié de la force Ay sera suffisante pour produire, par l'entremise du ressort, le premier

de ces effets, & l'exercice de ſon autre moitié, ſuffiſante pour produire le ſecond, ſelon toutes les loix des Mécaniques.

PRÉPARATION.

Pour démontrer tous ces points, il faut d'abord remarquer,

EN PREMIER LIEU.

Que ſi, comme dans le cas précédent, la vîteſſe du corps A avant le choc étoit y, & le centre du corps B immobile, on verroit, en ſubſtituant dans les ſuites E, F, G, y à la place de x, & dy à la place de dx (*Voy. la Table.*)

1°. Qu'à la fin du 1er temps, la vîteſſe abſoluë du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il auroit parcouru, & dont il ſe ſeroit approché du centre D du corps B, ſeroit $y - dy$: que la force du bandement du reſſort, & ſa réſiſtance ſeroit dy: & que ſa vîteſſe reſpective ſeroit y.

2°. Qu'à la fin du 2d temps la vîteſſe abſoluë du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il auroit encore parcouru, & dont il ſe ſeroit approché du centre D du corps B, ſeroit $y - 2dy$: que la force du bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſeroit $2dy$: & que la vîteſſe reſpective ſeroit y.

3°. Qu'à la fin du 3me temps la vîteſſe abſoluë du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il auroit encore parcouru, & dont il ſe ſeroit encore approché du centre D du corps B, ſeroit $y - 3dy$: que la force du bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſeroit $3dy$: & que la vîteſſe reſpective ſeroit y. Et ainſi de ſuite, juſqu'au dernier temps.

4°. Qu'à la fin du dernier temps, la vîteſſe abſoluë du centre C du corps A ſeroit $y - y = 0$: que l'eſpace qu'il auroit encore parcouru, & dont il ſe ſeroit encore approché du centre D durant ce dernier temps ſeroit dy: que la force du bandement du reſſort & ſa réſiſtance ſeroit y: & que la vîteſſe reſpective ſeroit y, & égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en E, F, G, en ſubſtituant y à la place de x, ainſi que nous l'avons déja dit.

EN SECOND LIEU.

Que si nous distinguons dans la vîtesse x, que le corps choquant A a avant le choc deux parties quelconques, u & y, de sorte que nous ayons $x = u + y$, nous verrons de même, en supposant toûjours que le centre D est immobile, & substituant dans les suites précédentes $u + y$ à la place de x, & $du + dy$ à la place de dx,

1°. Qu'à la fin du 1.er temps, la vîtesse absoluë du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru, & dont il se sera approché, du centre D du corps B, sera $u - du + y - dy$: que le bandement du ressort & sa résistance sera $du + dy$, & que la vîtesse respective sera $u + y$.

2°. Qu'à la fin du 2d temps, la vîtesse absoluë du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru, & dont il se sera approché du centre D du corps B, sera $u - 2du + y - 2dy$: que le bandement du ressort & sa résistance sera $2du + 2dy$: & que la vîtesse respective sera $u + y$.

3°. Qu'à la fin du 3me temps, la vîtesse absoluë du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru, & dont il se sera approché, du centre D du corps B, sera $u - 3du + y - 3dy$: que le bandement du ressort & sa résistance sera $3du + 3dy$: & que la vîtesse respective sera $u + y$. Et ainsi de suite jusqu'au dernier temps.

4°. Qu'à la fin du dernier temps, la vîtesse absoluë du centre C du corps A sera $u - u + y - y = 0$: que l'espace qu'il aura encore parcouru, & dont il se sera approché du centre D du corps B sera $du + dy$: que le bandement du ressort & sa résistance sera $u + y$: & que la vîtesse respective sera $u + y$, & égale à la résistance du ressort, comme on le voit en p, q, r. Mais

EN TROISIÉME LIEU.

Si la vîtesse du corps A demeure toûjours x ou $u + y$; que par conséquent le corps A choque l'extremité C du ressort

avec toute la force Ax, ou $Au + Ay$, & lui communique dès le premier instant du choc toute sa vîtesse x, ou $u + y$: que dès le même instant l'autre extremité D du ressort reçoive, comme dans le cas précédent, la vîtesse dx, ou $du + dy$: que par conséquent le corps A frappe le corps B dans ce premier instant par l'entremise du ressort cd, non avec toute la force Ax, comme dans le premier cas, mais avec la force Adx, ou $Adu + Ady$, comme dans le second: & que le corps B ne soit pas infiniment grand (auquel cas il recevroit toute la force Adx, avec laquelle le corps A le choqueroit & la vîtesse ddx) mais que B soit de telle grandeur par rapport à A, qu'il reçoive la partie finie du de la vîtesse dx ou $du + dy$ avec laquelle le corps A le choque durant ce premier instant. Alors je dis,

POUR LE PREMIER TEMPS.

1°.* Que le corps A qui auroit perdu à la fin du 1er temps la force Adx, ou $Adu + Ady$, & la vîtesse dx, ou $du + dy$, si le corps B avoit été infiniment grand, comme dans le cas précédent, & dont la vîtesse absoluë, & par conséquent l'espace que son centre C auroit parcouru, & dont il se seroit approché du centre D du corps B, auroit été $u - du + y - dy$, comme on le voit en p. Dans ce cas-ci le corps A, qui ne doit pas perdre tant de force, ni en tant communiquer au corps B, retiendra, selon la loi generale du choc, la partie Adu de la force $Adx = Adu + Ady$, & la partie du de la vîtesse $dx = du + dy$ qu'il auroit perduë dans le cas précédent, pour aller dans ce cas-ci de compagnie avec le corps B, & ne perdra que la force Ady qu'il communiquera au corps B, & qui se transformera en Bdu, ce qui est tout évident. D'où il suit qu'à la fin de ce 1er temps, la vîtesse du corps B sera du, comme on le voit en O.

* *Il faut avoir grand soin, en même temps qu'on lit tout ceci, de jetter continuellement les yeux sur la Table qui est à la fin.*

2°. Que la vîtesse absoluë du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru durant ce premier temps ne sera pas $u - du + y - dy$, comme dans le cas précédent, mais $u + y - dy$, comme on le voit en P,

puiſque le corps A n'a pas perdu la force Adu, ni par conſéquent la vîteſſe du.

3°. Que l'eſpace dont il ſe ſera approché du centre D ne ſera pas égal, comme dans le cas précédent, à l'eſpace $u + y - dy$ qu'il a parcouru, puiſque dans ce cas-ci le corps B a fui de l'eſpace du, mais cet eſpace ſera $u - du + y - dy$, égal à l'eſpace dont il s'en eſt approché dans le cas précédent, comme on le voit en φ & en p. Ce qu'il faut bien remarquer.

4°. Que quoique dans ce cas-ci l'eſpace $u - du + y - dy$, dont le centre C du corps A s'eſt approché du centre D du corps B, ſoit égal à l'eſpace dont il s'en eſt approché dans le cas précédent, cependant la réſiſtance du reſſort, produite par cette compreſſion, ne ſera pas dans ce cas-ci dx, ou $du + dy$, comme dans le cas précédent, mais ſeulement dy, comme on le voit en Q.

Par la raiſon que le centre D ayant fui de la quantité du, la partie u de la vîteſſe x, ou $u + y$ de l'extremité c du reſſort, en produiſant la partie $u - du$ de la compreſſion totale $u - du + y - dy$, & la vîteſſe du à l'autre extremité D du reſſort, qui ne s'y eſt pas détruite comme dans le cas précédent, mais qui a ſervi à pourſuivre le centre D du corps B dans ſa fuite du, n'a pû produire dans le reſſort la roideur du qu'il y auroit produite, ſi elle s'y étoit détruite comme dans le cas précédent. Au lieu que l'autre partie y de la vîteſſe x ou $u + y$ qui a produit l'autre partie de la compreſſion $y - dy$ du reſſort cd, & la vîteſſe dy à ſon autre extremité d s'y étant détruite, a produit la roideur dy dans le reſſort, de la même façon que dans le cas précédent, la vîteſſe x ou $u + y$ y a produit la roideur dx ou $du + dy$.

5°. Que par conſéquent la vîteſſe reſpective qui auroit été $u + y$, comme on le voit en r, ſi le centre D n'avoit pas fui avec la vîteſſe du, & que le reſſort ſe fut bandé de la quantité de force $du + dy$, comme dans le cas précédent, ne ſera dans ce cas-ci que $u - du + y$, comme on le voit en R, puiſque le centre D du corps B a fui avec la vîteſſe du,

&

& que le ressort ne s'est bandé que de la quantité de force Ady ou dy.

6°. D'où il suit clairement que dans le cas que le centre D du corps B acquiert à la fin du 1[er] temps la force Ady ou Bdu, & la vîtesse du.

I. La force Ax ou $Au+Ay$, & la vîtesse absoluë x, ou $u+y$ du corps A avant le choc, ne diminuë que de la quantité infiniment petite Ady de sa partie Ay ou y, & ni plus ni moins qu'elle auroit diminué, si elle n'avoit été que Ay ou y, & que le centre D eut été immobile, c'est-à-dire, que la force Ax devient $Au+Ay-Ady$, & la vîtesse x devient $u+y-dy$.

II. Que l'autre partie Au de la force Ax, & l'autre partie u de la vîtesse x demeure constante, & que la quantité de force Adu, dont le ressort se seroit bandé, & que le corps B auroit reçû à la fin de ce premier temps, si le centre D n'avoit pas fui avec la vîtesse du, a été employée à poursuivre le centre D.

III. Que par conséquent la vîtesse u n'a point contribué à bander le ressort, ni à mouvoir le corps B, & qu'elle n'a produit d'autre effet, en le comprimant de la quantité $u-du$, que de procurer à l'extremité D du ressort la vîtesse du par laquelle le corps A a poursuivi le centre D du corps B dans sa fuite, en même temps que la force Ay lui a procuré la force Bdu & la vîtesse du, & de tenir la vîtesse y en état de bander le ressort de la même façon qu'elle l'auroit bandé, si elle avoit été seule, & que le centre D n'eut pas fui, ou fut demeuré immobile. Car il est bien clair qu'afin que l'extremité d du ressort cd acquiere la vîtesse du qui lui est necessaire pour poursuivre le centre D du corps B dans sa fuite du, il faut que son autre extremité c parcourre le même espace $u-du$ qu'elle auroit dû parcourir pour le comprimer de la quantité du, ainsi qu'il seroit arrivé, si le centre D n'avoit pas fui.

IV. Que la résistance du ressort à la fin de ce 1[er] temps étant Ady, ou égale à la force Ady que le corps A a perduë, est telle qu'elle l'auroit été, si le corps A n'avoit eu dès le

commencement du choc que la force Ay & la vîtesse absoluë y, & que le centre D eut été immobile.

V. Que la vîtesse respective étant $u - du + y$ dans ce cas, au lieu d'être $u + y$ comme dans l'autre, la partie y de la vîtesse respective x est demeurée constante, tandis que son autre partie u a diminué, & est devenuë $u - du$.

VI. Qu'enfin la partie Au de la force Ax ou $Au + Ay$ du corps A n'ayant produit à la fin de ce 1er temps d'autre effet dans le choc des corps A & B, que de procurer à l'extremité D du ressort la vîtesse du par laquelle il poursuit le centre D du corps B, en le comprimant de la quantité $u - du$ (ce qui ne doit point diminuer cette force, ainsi que nous l'avons expliqué si au long dans le cas précédent) on voit que par ce moyen la partie Au de la force Ax ou $Au + Ay$ ne faisant que maintenir son autre partie Ay en état de produire le même effet sur le ressort que si le centre D ne fuyoit pas à son égard avec la vîtesse du; on voit, dis-je, que quoique la vitesse respective $u - du + y$ ait diminué de la quantité du à la fin du 1er temps, & qu'elle ne soit pas demeurée constante, comme elle l'auroit été si le centre D n'avoit pas fui avec la vîtesse du, cette diminution n'empêche pas que le second choc que les corps A & B recevront à la fin du 1er temps, ou au commencement du second, ne soit égal au premier choc que nous venons de déterminer, & que la vîtesse respective y, qui y est demeurée constante, n'y produise le même effet durant le 2^{d} temps qu'elle y a produit durant le 1er temps, ni qu'on ne puisse par conséquent dire par les mêmes raisons qu'auparavant, sans qu'il soit necessaire de les repeter tout au long,

POUR LE SECOND TEMPS.

1°. Qu'au commencement du 2^{d} temps, le corps B recevra un second choc égal au premier. D'où il suit que son centre D, qui a déja acquis par le premier choc la vîtesse du à la fin du 1er temps, recevra à la fin du 2^{d} temps un nouveau degré de vîtesse du, & aura la vîtesse $2du$, comme on le voit en O.

2°. Que la vîteſſe abſoluë du centre C du corps A, & par conſéquent l'eſpace qu'il aura parcouru durant ce 2^d temps, ne ſera pas $u - 2du + y - 2dy$, comme dans le cas précédent, mais $u + y - 2dy$, comme on le voit en P, puiſque la quantité $2Adu$, que le corps A auroit perduë par le choc durant ce 2^d temps, & qui auroit paſſé dans le corps B, s'il eut été infiniment grand, eſt demeurée dans le corps A, & n'a été employée ni à bander le reſſort, ni à mouvoir le corps B, par les raiſons ſuſdites, mais ſeulement à pourſuivre ſon centre D dans ſa fuite $2du$.

3°. Que l'eſpace dont il ſe ſera approché du centre D, ne ſera pas, comme dans le cas précédent, égal à l'eſpace $u + y - 2dy$ qu'il a parcouru, puiſque dans ce cas-ci le corps B a fui durant ce 2^d temps de l'eſpace $2du$, mais cet eſpace ſera $u - 2du + y - 2dy$, comme on le voit en φ.

4°. Que quoique dans ce cas-ci la compreſſion du reſſort (ou l'eſpace $u - 2du + y - 2dy$, dont le centre C s'eſt approché du centre D) ait été égale à celle du cas précédent, la quantité du bandement ou de la roideur que le reſſort a acquiſe durant ces deux premiers temps, n'a pas été $2du + 2dy$, comme dans l'autre cas, & qu'on le voit en q; mais qu'elle a été ſeulement $2dy$, comme on le voit en Q, & égale à la quantité de force $2Ady$ que le corps A a perduë durant ces deux premiers temps, & que le corps B a reçûë par l'entremiſe du reſſort cd, & qui s'eſt transformée en $2Bdu$.

5°. Que par conſéquent la vîteſſe reſpective qui auroit été $u + y$, comme on le voit en r, ſi le centre D n'avoit pas fui avec la vîteſſe du, & que le reſſort ſe fut bandé de la quantité de force $2du + 2dy$, comme dans le cas précédent, ne ſera dans ce cas-ci que $u - 2du + y$, comme on le voit en R, puiſque le centre D du corps B a fui avec la vîteſſe $2du$, & que le reſſort ne ſe trouve bandé que de la quantité de force $2Ady$ ou $2dy$.

6°. D'où il ſuit, par toutes les raiſons que nous avons détaillées ci-deſſus, que le troiſiéme choc ſera égal au premier. Et qu'on pourra par conſéquent dire,

POUR LE TROISIÉME TEMPS.

1°. Qu'à la fin du 3me temps, la vîtesse du corps B sera $3\,du$, comme on le voit en O.

2°. Que la vîtesse absoluë du centre C du corps A, & par conséquent l'espace qu'il aura parcouru durant ce 3me temps, sera $u+y-3\,dy$, comme on le voit en P.

3°. Que la compression du ressort, ou l'espace dont le centre C se sera approché du centre D, sera $u-3\,du+y-3\,dy$, comme on le voit en ϕ.

4°. Que la quantité du bandement du ressort sera $3\,dy$, comme on le voit en Q, & égale à la quantité de force $3\,Ady$ ou $3\,Bdu$ que le corps B a reçûë.

5°. Que par conséquent la vîtesse respective sera $u-3\,du+y$, comme on le voit en R.

6°. Et qu'enfin le choc que les mobiles recevront à la fin de ce 3me temps, ou au commencement du 4me, sera égal au premier. Et ainsi de suite jusqu'au dernier temps.

POUR LE DERNIER TEMPS.

1°. Qu'à la fin du dernier temps, la vîtesse du centre D du corps B, & par conséquent de la masse commune des mobiles A & B (au lieu d'être du, comme à la fin du 1er temps : ou $2\,du$, comme à la fin du 2^{d} temps : ou $3\,du$, comme à la fin du 3me temps, & ainsi de suite) sera u à la fin du dernier temps, comme on le voit vers O.

2°. Que la vîtesse absoluë du corps A (au lieu d'être $u+y-dy$, comme à la fin du 1er temps : ou $u+y-2\,dy$, comme à la fin du 2^{d} temps : ou $u+y-3\,dy$, comme à la fin du 3me temps, & ainsi de suite) sera $u+y-y=u$ à la fin du dernier temps, comme on le voit vers P.

3°. Que la quantité de la compression, ou l'espace dont le centre C se sera approché du centre D (au lieu d'être $u-du+y-dy$, comme à la fin du 1er temps : ou $u-2\,du+y-2\,dy$, comme à la fin du 2^{d} temps : ou $u-3\,du+y-3\,dy$, comme à la fin du 3me temps, & ainsi de suite)

ſera $u - u + y - y$ à la fin du dernier temps, comme on le voit en Φ; & par conſéquent $du + dy$ au commencement de ce dernier temps.

4°. Que la force avec laquelle le reſſort ſe ſera bandé (au lieu d'être dy, comme à la fin du 1er temps: ou $2dy$, comme à la fin du 2d temps: ou $3dy$, comme à la fin du 3me temps, & ainſi de ſuite) ſera y à la fin du dernier temps, comme on le voit vers Q.

5°. Que la vîteſſe reſpective, au lieu d'être $u - du + y$, comme à la fin du 1er temps: ou $u - 2du + y$, comme à la fin du 2d temps: ou $u - 3du + y$, comme à la fin du 3me temps: & ainſi de ſuite) ſera $u - u + y = y$ à la fin du dernier temps, & égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en R.

6°. D'où il ſuit qu'au lieu que dans la ſuppoſition de l'immobilité du centre D, les degrés égaux Adx, Adx, Adx, Adx, &c. de la force Ax du corps A avant le choc ſe ſeroient comme perdus ou diſſipés dans la maſſe immenſe du corps B à meſure que cette force Ax auroit diminué ſelon la ſuite $Ax - Adx$, $Ax - 2Adx$, $Ax - 3Adx$, &c. juſqu'à devenir $Ax - Ax$ ou *zero;* & que le reſſort ſe ſeroit bandé ou roidi à chaque inſtant d'une pareille quantité de force Adx que la cauſe generale du reſſort y auroit produite, & ſeroit devenuë Adx, $2Adx$, $3Adx$, &c. & enfin Ax, à meſure que le reſſort ſe ſeroit comprimé, ou que le centre C ſe ſeroit approché du centre D des eſpaces $x - dx$, $x - 2dx$, $x - 3dx$, &c. ce qui auroit rendu la vîteſſe reſpective conſtante, & égale à chaque inſtant à la vîteſſe abſoluë x; on voit ici (dans la ſuppoſition que le centre D & la maſſe entiére des mobiles par conſéquent, reçoit à la fin du 1er temps le degré de force Ady, & que ce degré de force ſe transforme en Bdu, & lui procure la vîteſſe du)

I. Que le centre D & la maſſe des mobiles par conſéquent, acquerra en temps égaux des degrés de vîteſſe égaux, & qu'elle tendra à ſe mouvoir à la fin du 1er temps avec la vîteſſe commune du: A la fin du 2d temps, avec la vîteſſe

commune $2du$: A la fin du 3me temps, avec la vîteſſe commune $3du$: Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier temps, à la fin duquel elle tendra à ſe mouvoir avec la vîteſſe commune u, comme on le voit en *O*.

II. Qu'à la fin de chacun de ces mêmes temps égaux, la partie y de la vîteſſe abſoluë x, ou $u+y$, du corps *A* avant le choc, perdra des degrés de vîteſſe égaux, dy, dy, dy, &c. tandis que ſon autre partie u demeurera conſtante: c'eſt-à-dire, que la vîteſſe abſoluë x ou $u+y$ du corps *A* avant le choc ſera devenuë $u+y-dy$ à la fin du 1er temps: $u+y-2dy$ à la fin du 2^{d} temps: $u+y-3dy$ à la fin du 3me temps: & ainſi de ſuite juſqu'au dernier temps, à la fin duquel elle deviendra $u+y-y=u$, ou égale à la vîteſſe u que le centre *D* a acquiſe à la fin de ce dernier temps, comme on le voit en *P*.

III. Que la compreſſion du reſſort ou l'eſpace dont le centre *C* du corps *A* ſe ſera approché du centre *D* du corps *B*, diminüera en temps égaux en degrés égaux, $du+dy$, $du+dy$, $du+dy$, &c. c'eſt-à-dire, qu'elle ſera $u-du+y-dy$ à la fin du 1er temps: $u-2dy+y-2dy$ à la fin du 2^{d} temps: $u-3du+y-3dy$ à la fin du 3me temps. Et ainſi de ſuite, comme on le voit en φ.

IV. Qu'à la fin de chacun de ces mêmes temps égaux, le bandement du reſſort, & ſa réſiſtance par conſequent, augmentera en degrés de force égaux, dy, dy, dy, &c. c'eſt-à-dire, qu'elle deviendra dy à la fin du 1er temps: $2dy$ à la fin du 2^{d} temps: $3dy$ à la fin du 3me temps: Et ainſi de ſuite juſqu'à la fin du dernier temps, où elle deviendra y, & égale à la force Ay, ou à la vîteſſe abſoluë y que le corps choquant *A* a perduë par le choc, comme on le voit en *Q*.

V. Que quoique la partie y de la vîteſſe abſoluë x, ou $u+y$, du corps *A* avant le choc, ait diminué en temps égaux des quantités égales dy, dy, dy, &c. cependant la même partie y de ſa vîteſſe reſpective x eſt demeurée conſtante, & qu'il n'y a eu que ſon autre partie u qui ait diminué des mêmes quantités du, du, du, &c. dont la vîteſſe du centre *D*

s'eſt accrûë ; c'eſt-à-dire, qu'à la fin du 1er temps la vîteſſe reſpective du corps A a été $u - du + y$: qu'à la fin du 2^d^ temps elle a été $u - 2du + y$: qu'à la fin du 3me temps elle a été $u - 3du + y$: Et ainſi de ſuite juſqu'au dernier temps, à la fin duquel elle eſt devenuë $u - u + y = y$, ou égale à la réſiſtance du reſſort, comme on le voit en R, & comme il ſeroit arrivé ſi le corps A n'avoit eu que la vîteſſe y, & que le centre D fut demeuré immobile.

VI. Que quoique la quantité de la compreſſion du reſſort ait été $u - du + y - dy$ à la fin du 1er temps : $u - 2du + y - 2dy$ à la fin du 2^d^ temps : $u - 3du + y - 3dy$ à la fin du 3me temps, & ainſi de ſuite, comme on le voit en p; cependant la compreſſion qui a produit le 1er degré dy du bandement du reſſort à la fin du 1er temps, n'a été que la partie $y - dy$ de la compreſſion totale $u - du + y - dy$, & que ſon autre partie $u - du$ n'a produit à l'extremité d du reſſort que la vîteſſe du par laquelle le centre C du corps A a pourſuivi par l'entremiſe du reſſort cd le centre D du corps B dans ſa fuite : Que la compreſſion, qui a produit les deux degrés $2dy$ du bandement du reſſort à la fin du 2^d^ temps, n'a été que la partie $y - 2dy$ de la compreſſion totale $u - 2du + y - 2dy$, jointe à la précédente $y - dy$; Et que ſon autre partie $u - 2du$, jointe à la précédente $u - du$, n'a produit à l'extremité d du reſſort que les deux degrés de vîteſſe $2du$ par laquelle le centre D du corps A a pourſuivi, par l'entremiſe du reſſort cd, le centre D dans ſa fuite. Et ainſi de ſuite.

VII. D'où il ſuit que la partie u de la vîteſſe x ou $u + y$ du corps A avant le choc n'a pas contribué à bander le reſſort, mais qu'elle a ſeulement procuré à ſon extremité d la vîteſſe neceſſaire à pourſuivre le centre D, en même temps que l'autre partie y de la force x lui a procuré cette vîteſſe, en comprimant le reſſort des quantités $y - dy$, $y - 2dy$, $y - 3dy$, &c. & a bandé en même temps le reſſort de la même façon qu'il l'auroit fait, ſi le corps A n'avoit eu avant le choc que la vîteſſe y, & que le centre D du corps B fut demeuré immobile.

VIII. Si bien que quoique la partie u de la force x ou $u+y$ du corps A avant le choc ait comprimé le reſſort du côté de c de la quantité $u-du$ durant le 1er temps : de la quantité $u-2du$ durant le 2^d temps : de la quantité $u-3du$ durant le 3me temps : & ainſi de ſuite juſqu'au dernier temps, durant lequel il ne l'a comprimé que de la quantité du. Pendant que ſon autre partie y l'a comprimé de la quantité $y-dy$ durant le 1er temps : de la quantité $y-2dy$ durant le 2^d temps : de la quantité $y-3dy$ durant le 3me temps : & ainſi de ſuite juſqu'au dernier temps, durant lequel il ne l'a comprimé que de la quantité dy. Cependant comme le reſſort s'eſt en même temps déployé du côté de d de la quantité du durant le 1er temps : de la quantité $2du$ durant le 2^d temps : de la quantité $3du$ durant le 3me temps : & ainſi de ſuite juſqu'au dernier temps, durant lequel il s'eſt déployé de toute la quantité $u-du$; & que les ſommes des termes de chacune des deux progreſſions

$$u-du. + u-2du. + u-3du \ldots\ldots\ldots + du$$
$$du \quad + 2du \quad + 3du \ldots + u-du$$

ſont égales, la compreſſion totale que la force u a produit dans le reſſort s'eſt entiérement évanoüie à la fin du dernier temps, & il ne lui eſt reſté que celle que la force y y a produite, de la même façon qu'elle l'auroit fait, ſi elle eut été ſeule, & que le centre D n'eut pas ſui ; c'eſt-à-dire, que le reſſort ne s'eſt trouvé comprimé à la fin du dernier temps que de la quantité

$$y-dy. + y-2dy. + y-3dy \ldots\ldots\ldots + dy$$

laquelle compreſſion a dû enfin procurer au reſſort la roideur y, & au corps B la vîteſſe u, comme nous l'avons expliqué dans le cas précédent.

IX. D'où il ſuit, 1°. Que le corps B n'a dû recevoir à la fin de la compreſſion que la force Ay que le corps A doit perdre ſelon la loi generale du choc, & que la vîteſſe u que cette force Ay doit lui procurer ſelon la même loi, en ſe transformant en Bu.

2°.

2°. Que le second degré de vîtesse que le ressort, en se débandant, a dû donner au corps B, n'a dû être que u.

3.° Qu'il n'a dû procurer en arriére au corps B que la vîtesse y, dont une partie devant être employée à détruire la vîtesse u qui lui reste à la fin de la compression, a dû se réduire à $y - u$.

REMARQUE.

Pour ne negliger aucun moyen de donner l'intelligence d'un point si délicat, & representer tout le jeu du ressort à l'imagination même, supposons toûjours que le corps A avec la force Ax & la vîtesse x choque B : que selon la loi generale du choc, A doive perdre en choquant B, la partie Ay de sa force Ax, & la partie y de sa vîtesse x : que nommant Au l'autre partie $Ax - Ay$ de sa force Ax, on ait $Ax = Au + Ay$; je dis,

1°. Que l'on peut distribuer l'espace

$$x \quad + x \quad + x \ldots\ldots\ldots\ldots + x$$

ou $u + y \quad + u + y \quad + u + y \ldots\ldots + u + y$

que le corps A auroit parcouru durant tout le temps qu'a duré le choc, si la lame cd ne s'étoit pas roidie, en ces quatre Suites

$$\begin{array}{llll} A. \quad du & + 2du & + 3du \ldots\ldots\ldots\ldots & + u \\ B. \quad u - du & + u - 2du & + u - 3du \ldots\ldots & + u - u \\ C. \quad y - dy & + y - 2dy & + y - 3dy \ldots\ldots & + y - y \\ D. \quad dy & + 2dy & + 3dy \ldots\ldots\ldots\ldots & + y \end{array}$$

2°. Que si l'on prend DE (*Fig. 2.*) pour l'espace

$$A = du \quad + 2du \quad + 3du \ldots\ldots\ldots\ldots + u$$

que le centre D du corps B a parcouru durant tout le même temps qu'a duré la compression : Qu'on fasse CO à DE, comme la masse du corps B est à celle du corps A : Qu'on prenne $OL = DE$, & $LK = OL = DE$, on verra clairement que KC sera l'espace

$$u + y - dy. + u + y - 2dy. + u + y - 3dy \ldots + u + y - y$$

que le corps A aura parcouru durant la compression, & que

cet eſpace ſera égal à la ſomme des termes des trois Suites precedentes *A. B. C.* c'eſt-à-dire, qu'on aura

$KC = du \quad + 2du \quad + 3du \ldots\ldots + u = KL$

$+ u - du. + u - 2du. + u - 3du \ldots + u - u = LO$

$+ y - dy. + y - 2dy. + y - 3dy \ldots + y - y = OC$

3.° Que le corps *A*, en parcourant durant le 1er temps la partie $y - dy$ de l'eſpace *OC*, a comprimé le reſſort de cette même quantité, & lui a procuré par cette compreſſion la roideur dy, & au corps *B* la vîteſſe du, & a produit le premier de ces effets par la partie $Ay - Ady$ de ſa force Ay, & le ſecond par l'autre partie Ady de cette même force Ay: Que le même corps *A*, en parcourant en même temps la partie $u - du$ de l'eſpace *OL*, a comprimé le reſſort de cette même quantité, & a procuré par cette compreſſion à ſon extremité *d* la vîteſſe du, par laquelle il a pourſuivi le centre *D* du corps *B* dans ſa ſuite du, ſans procurer au reſſort aucune roideur: Qu'enfin le même corps *A* a parcouru en même temps la partie du de l'eſpace *KL* ſans comprimer le reſſort, cette vîteſſe n'ayant ſervi qu'à pourſuivre toute la maſſe du reſſort *cd* dans ſa ſuite du, & à le maintenir en état de continuer ſon jeu durant l'inſtant ſuivant, en ſuppléant à l'effet de la réſiſtance du qu'il n'a point acquiſe par la compreſſion $u - du$. Si bien que par ce moyen le reſſort ſe trouve à la fin de ce 1er inſtant, ou au commencement du 2^d^, dans le même état de force par rapport au corps *B* que s'il avoit été bandé de la quantité du par la compreſſion $u - du$.

4.° Que le corps *A*, en parcourant encore durant le 2^d^ temps la partie $y - 2dy$ de l'eſpace *OC*, a encore comprimé le reſſort de cette même quantité, & lui a procuré par cette ſeconde compreſſion, jointe à la premiére $y - dy$, ou par la compreſſion totale $y - dy + y - 2dy$, la roideur $2dy$ & au corps *B* la vîteſſe $2du$, & a produit le premier de ces effets par la partie $Ay - 2Ady$ de ſa force Ay, & le ſecond par l'autre partie $2Ady$ de cette même force Ay: Que le même corps *A*, en parcourant en même temps la partie $u - 2du$

de l'eſpace LO, a comprimé le reſſort de cette même quantité, & a procuré par la compreſſion $u - du + u - 2du$ à ſon extremité D la vîteſſe $2du$ par laquelle il a pourſuivi le centre D du corps B dans ſa fuite $2du$ ſans lui procurer aucune roideur : Qu'enfin le même corps A a parcouru en même temps la partie $2du$ de l'eſpace KL ſans comprimer le reſſort, cette vîteſſe $2du$ n'ayant ſervi qu'à pourſuivre toute la maſſe du reſſort cd dans ſa fuite $2du$, & à le maintenir en état de continuer ſon même jeu durant l'inſtant ſuivant. Et ainſi de ſuite.

5.° Qu'enfin le corps A a manqué de parcourir l'eſpace $dy + 2dy + 3dy \ldots + y$, qu'il auroit encore parcouru, ſi la lame cd ne s'étoit point roidie.

De ſorte qu'à la fin de la compreſſion, lorſque le centre C du corps A ſera arrivé de K en C par un mouvement uniformément retardé, & que le centre D du corps B ſera en même temps arrivé de D en E par un mouvement uniformément acceleré, le reſſort ne ſe trouvera comprimé que de la quantité de l'eſpace

$$OC = y - dy + y - 2dy + y - 3dy \ldots + dy;$$

& que cet eſpace OC ne ſera que la moitié de celui que le centre C du corps A auroit parcouru durant le même temps d'un mouvement uniforme par la partie Ay de ſa force $Ax = Au + Ay$, ſi le reſſort cd ne lui avoit pas fait de réſiſtance : au lieu que l'eſpace KO, que le centre C du corps A a en même temps parcouru par l'autre partie Au de cette même force Ax, eſt égal à l'eſpace $u. + u. + u \ldots + u$, que le corps A auroit parcouru durant tout le temps qu'a duré la compreſſion, s'il n'avoit eu que la force Au & la vîteſſe u avant le choc, & que la lame cd ne lui eut point fait de réſiſtance.

D'où il ſuit enfin, 1°. Que la moitié de l'exercice de la force Ay que le corps choquant A a perduë durant tout le temps de la compreſſion, a dû ſuffire, pour bander le reſſort cd en lui faiſant parcourir l'eſpace

$$OC = y - dy + y - 2dy + y - 3dy \ldots + dy$$

d'un mouvement uniformément retardé non dès le commencement de la compreſſion, mais à la fin ou au point *C*, avec toute la force *Ay* qu'il a perduë.

2°. Qu'en même temps le centre *D* du corps *B* ayant parcouru d'un mouvement uniformement acceleré l'eſpace $DE = du + 2du + 3du \ldots + u$, (qui n'eſt que la moitié de celui qu'il auroit parcouru d'un mouvement uniforme durant le même temps qu'a duré la compreſſion, s'il avoit reçû dès le point *D* toute la force *Ay* ou *Bu*, & toute la vîteſſe *u* qu'il n'a acquiſe qu'au point *E*,) l'autre moitié de l'exercice de la même force *Ay* que le corps *A* a perduë par le choc, a dû ſuffire pour lui procurer, non dès le commencement de la compreſſion, ou dès le point *D*, mais à la fin ou au point *E*, toute la même vîteſſe *u* qu'il auroit acquiſe dès le premier inſtant du choc, ou dès le point *D*, ſi le reſſort avoit été inflexible.

3°. Qu'à la fin de la compreſſion, le reſſort étant bandé avec toute la force *Ay* que le corps *A* a perduë durant le bandement du reſſort, & qui eſt égale à celle qu'il auroit perduë ſelon la loi generale du choc ; & commençant dès lors à ſe débander & à pouſſer le corps *B* de *E* vers *F*, & repouſſer le corps *A* de *C* vers *O*, la moitié de l'exercice de cette force *Ay* ſera ſuffiſante pour faire encore parcourir au centre *D* du corps *B*, durant tout le débandement du reſſort d'un même mouvement uniformément acceleré, un ſecond eſpace *EF* égal & ſemblable au premier *DE*, & à lui procurer par conſéquent à la fin du débandement ou au point *F* une quantité de force *Au* & de vîteſſe *u* égale à la précédente.

4°. Qu'en même temps l'autre moitié de l'exercice de cette même force *Ay*, dont le reſſort eſt bandé, ſera ſuffiſante pour faire reparcourir en arriére au centre *D* du corps *A*, d'un même mouvement uniformément acceleré, le même eſpace *CO*, que la moitié de l'exercice de la force *Ay* que le corps *A* a perduë durant la compreſſion, lui a fait parcourir d'un mouvement égal & ſemblable, mais uniformément retardé, & à lui procurer par conſéquent en arriére la

même quantité de force *Ay* & de vîtesse *y* qu'il a perdu en avant durant la compression; c'est-à-dire, que durant le temps que le centre du corps *A* sera allé de *K* en *C*, le centre du corps *B* sera allé de *D* en *E*, & durant le temps que le centre du corps *B* sera allé de *E* en *F*, le centre du corps *A* sera retourné de *C* en *O*.

5.° Enfin il est visible que la même chose arrivera, lorsque les mobiles *A*, *B*, seront tous deux susceptibles de la même compression que le ressort *cd*, & qu'ils se choqueront immédiatement : Que ces corps se comprimeront mutuellement d'une égale force, & que dans ce cas, comme dans le précédent, la compression du ressort se fera entre les deux centres *C*, *D*, des mobiles, comme si au moment du choc le ressort *cd* étant très roide, étoit totalement renfermé dans les trous que nous avons d'abord supposés à ces corps, & que ces corps pussent s'applatir par le choc.

6.° A l'égard du mouvement qui se répand circulairement durant le bandement & le débandement du ressort dans toute la masse de ces corps, je n'en dirai rien en ce lieu, parce que tout l'inconvenient qu'il peut suivre de cet effet, est que le ressort des mobiles dont on se sert pour faire les experiences ne seront pas absolument parfaits, & ne produiront pas en se bandant & en se débandant, tout l'effet que nous venons de déterminer : ce que l'experience confirme.

Conclusion. Le principe que nous venons d'établir, *Que dans le choc des corps à ressort parfait* (ou dont la résistance à sa compression est égale à la force employée à le comprimer, ou à la force que le corps choquant perd à mesure qu'il le comprime) *la moitié de l'exercice de la force que le corps choquant doit perdre selon la loi generale du choc, suffit pour procurer au choqué, à la fin de la compression, toute la même vîtesse que toute cette force luy auroit procurée dès l'instant du choc dans le cas de la dureté parfaite : Et que l'autre moitié de l'exercice de cette même force suffit povr bander le ressort à la fin de la même compression avec une force égale à celle qu'il doit perdre selon la même loi generale du choc;* ce principe,

dis-je, que nous venons de déduire des loix des Mécaniques, dévoile tout le mistere de ce choc. Ainsi qu'on peut le voir dans les Exemples suivants.

PREMIER EXEMPLE.

Si *A (fig. 1)* avec 11 degrés de force & de vîtesse choque *B* en repos, décuple de *A*:

On voit que si les mobiles étoient durs, *A* perdroit dès l'instant du choc 10 degrés de force & de vîtesse, & en garderoit *un*, & que *B* acquerroit dès le même instant ou dès le point *D* les 10 degrés de force que *A* auroit perdus, & *un* degré de vîtesse.

Mais si les mobiles sont à ressort parfait, on verra

1°. Que durant la compression, la moitié de l'exercice des 10 degrés de force & de vîtesse que le corps choquant *A* perdroit tout d'un coup par le choc, si les mobiles étoient parfaitement durs, suffira pour procurer, pendant tout le temps que dure le bandement du ressort, au centre *D* du corps *B*, & par conséquent à la masse commune des mobiles, le même degré de vîtesse, non dès le point *D*, mais au point *E*, que tout l'exercice des 10 degrés de force & de vîtesse que le corps *A* doit perdre par le choc lui auroit procurés dès le point *D*, si les mobiles avoient été durs.

Par la raison que dans le cas du ressort parfait, le centre *D* du corps *B*, & par conséquent la masse des mobiles, n'aura à parcourir durant tout le temps que doit durer la compression, que la moitié de l'espace qu'elle auroit parcouru en même temps, si elle avoit reçû tout d'un coup ou dès le point *D* ces 10 degrés de force.

2°. Que l'autre moitié de l'exercice de cette même force & vîtesse que le corps *A* doit perdre par le choc, bandera le ressort durant tout le même temps que dure la compression, avec 10 degrés de force, non dès le commencement du choc, mais à la fin, & lorsque la masse des mobiles sera parvenuë au point *E*. Ainsi les corps *A* & *B* tendront à la fin du bandement du ressort à se mouvoir chacun avec *un* degré de vîtesse.

3°. Qu'alors le reſſort étant bandé avec 10 degrés de force, & ſe débandant de la même façon qu'il a été bandé, la moitié de l'exercice de ces 10 degrés de force fera encore parcourir, de la même façon qu'auparavant, au centre *D* du corps *B*, & par conſéquent à la maſſe de ce corps, un ſecond eſpace *EF* égal au premier *DE*, & lui procurera de la même façon qu'auparavant, durant tout le temps que durera le débandement du reſſort, un autre degré de vîteſſe, non dès le point *E*, mais au point *F*, ou à la fin du débandement du reſſort, & par conſéquent 10 autres degrés de force.

4°. Que durant le même débandement du reſſort, l'autre moitié de l'exercice de ces mêmes 10 degrés de force du débandement du reſſort procurera au corps *A*, à la fin du même débandement, 10 degrés de force & de vîteſſe en arriére, dont un ſera employé à détruire celui qui lui reſtoit encore en avant.

De ſorte qu'à la fin du débandement, le corps choqué *B* ſe mouvra en avant avec 2 degrés de vîteſſe, & 20 degrés de force: Et le corps choquant *A* ſe mouvra en arriére avec 9 degrés de force & de vîteſſe, conformément à l'experience, & par une ſuite neceſſaire des principes des Mécaniques communément reçûs.

Car quoiqu'à la fin du bandement du reſſort, la force que le corps choqué *B* a reçû, jointe à celle avec laquelle le reſſort ſe trouve bandé, ſoit de 20 degrés, & double par conſéquent de la force de 10 degrés que le corps *A* a perdu en même temps, cela n'empêche pas que cet effet double ne ſoit précisément égal à celui qu'auroient produits en même temps ces 10 degrés de force ſur la maſſe des mêmes corps *A*, *B*, s'ils euſſent été durs. Puiſque la force étant le produit de la maſſe par la vîteſſe, ou par l'eſpace parcouru en temps pareil; & un produit demeurant le même, lorſqu'un des produiſants augmente du double, en même temps que l'autre diminuë de la moitié, il ne doit plus paroître ſurprenant que durant le bandement du reſſort 10 degrés de force ayent produits à la fin le même effet que 20 degrés de la même force

auroient produits dans l'autre occasion; puisque dans le bandement du ressort ces 10 degrés de force n'ont produits que la moitié du transport de la masse qu'ils auroient produits tout entier s'il n'y avoit point eû de compression ni de bandement de ressort à produire. Et l'on voit bien qu'il en doit être de même pour le débandement du ressort.

SECOND EXEMPLE.

Si *A* avec 1 de masse & 21 degrés de vîtesse, & par conséquent avec 21 degrés de force choque *B* qui ait 10 degrés de masse & de vîtesse de même sens, & par conséquent 100 degrés de force. Selon la loy generale du choc, le corps *A* devant perdre 10 degrés de force & de vîtesse & en retenir 11 on verra comme auparavant que le corps *B* outre ces 10 degrés de force en recevra encore 10 autres & 2 degrés de vîtesse en avant, & le Corps *A* 10 en arriere qui en détruiront 10 des 11 qui lui restent à la fin de la compression.

Ainsi le Corps *A* se mouvra encore aprés le choc avec 1 degré de force & de vîtesse en avant & *B* avec 12 degrez de vîtesse de même sens & 120 degrez de force.

Et quoique dans ce cas les mobiles n'ayent pas plus de force entre eux deux, aprés qu'avant le choc, cela n'empêche pas que les 10 degrez de force que le corps choquant a perdu durant le bandement du ressort n'ayent produits les quatre effets, égaux chacun à 10 degrés, qu'ils ont produits dans le cas precedent: Que durant la compression le ressort ne se soit bandé avec 10 degrés de force: Que le corps *B* n'ait en même temps reçû 10 degrés de force: Que le ressort en se débandant n'ait procuré encore 10 degrés de force au corps *B* en avant, & 10 degrés de force au corps *A* en arriere.

TROISIÉME EXEMPLE.

Si *A* avec 1 degré de masse & 10 de vîtesse choque *B* qui ait 10 de masse & 1 de vîtesse en sens contraire.

Selon la loy generale du choc *A* doit perdre tous ses 10 degrés de force & *B* pareillement, & demeurer tous les deux en repos.

Mais

Mais ſi ces corps ſont à reſſort parfait, le corps *A* perdra d'abord les 10 degrés de force qu'il doit perdre ſelon la loi generale du choc, & 1.° le corps *B* recevra à la fin du bandement tous ces 10 degrés de force qui détruiront les 10 qu'il a en ſens contraire. 2.° Le reſſort ſe bandera en même temps avec 10 degrés de force. 3.° Le reſſort en ſe débandant donnera encore 10 degrés de force au corps *B* en avant. 4.° & 10 degrés de force au corps *A* en arriere. Si bien que le corps *A* ſe mouvra en arriere avec les 10 degrés de force & de vîteſſe qu'il avoit en avant. Et *B* ſe mouvra en avant avec les 10 degrés de force & le degré de vîteſſe qu'il avoit en arriere avant le choc.

QUATRIÉME EXEMPLE.

Si *A* eſt decuple de *B*, & que *A* ayant 2 degrés de vîteſſe & par conſéquent 20 de force, choque *B* qui ait 9 degrés de force & de vîteſſe en ſens contraire.

Selon la loi du choc des corps durs, *A* doit perdre 10 degrés de force & en retenir 10, *B* doit recevoir 10 degrés de force & de vîteſſe dont 9 détruiront les 9 qu'il a en ſens contraire, & les mobiles iront de compagnie chacun avec 1 degré de vîteſſe.

Mais ſi ces corps ſont à reſſort parfait, d'abord la moitié de l'exercice des 10 degrés de force que le corps *A* perdra par le choc procurera au corps *B* 10 degrés de force en avant, dont 9 ſeront employez à détruire les 9 qu'il avoit en ſens contraire, & l'autre à le mouvoir en avant avec 1 degré de force & de vîteſſe, tandis que l'autre moitié de l'exercice de ces 10 mêmes degrés bandera le reſſort avec 10 degrés de force.

Enſuite le reſſort ſe débandant avec la force de 10 degrés, la moitié de l'exercice de cette force procurera au corps *B* 10 autres degrez de force & de vîteſſe. Tandis que l'autre moitié de l'exercice de ces mêmes degrez procureront au corps *A* 10 degrés de force en arriere, qui détruiront les 10 qu'il avoit encore en avant, & le réduiront au repos.

Ainſi *A* reſtera en repos, & *B* reculera avec 11 degrés de force & de vîteſſe, conformément à l'experience, & par une ſuite neceſſaire des loix des mechaniques.

Et quoique dans ce cas les mobiles ayent beaucoup moins de force après le choc qu'avant le choc, & que leur force d'avant le choc y ſoit preſque réduite au tiers, cela n'empêche pas, comme on vient de le voir, que les 10 degrés de force, que le corps choquant doit perdre ſelon la loi generale du choc, n'ayent produit les *quatre* effets égaux chacun à 10 degrés de force qu'ils ont produits dans les cas precedens. Il en ſera de même de tous les autres cas.

Déduction des Formules.

Pour déduire de la proprieté que nous venons de découvrir dans le reſſort parfait, les formules generales qu'on a recüeillies des experiences du choc des corps à reſſort parfait. Suppoſons que *m* déſigne la maſſe du corps choquant, *u* ſa vîteſſe *n* la maſſe du corps choqué, *r* ſa vîteſſe.

Selon la Loi generale du choc des corps durs la vîteſſe commune des mobiles, aprés le choc, lorſqu'ils vont de même ſens avant le choc, eſt $\frac{mu+nr}{m+n}$. D'où il ſuit que la force du choquant aprés le choc ſera $\frac{mmu+mnr}{m+n}$. Laquelle étant retranchée de la force $mu = \frac{mmu+mnu}{m+n}$ d'avant le choc, donnera la force $\frac{mnu-mnr}{m+n}$ qu'il aura perduë ou communiquée au corps *B*.

Or dans le cas du choc des corps à reſſort parfait, cette force communiquée $\frac{mnu-mnr}{m+n}$ étant retranchée deux fois de la force $mu = \frac{mmu+mnu}{m+n}$ du corps choquant avant le choc, (l'une pour l'avoir communiquée au corps *B* durant le bandement du reſſort, & l'autre pour l'avoir reçüe en

arriere durant le debandement du même reſſort) donnera la force $\frac{mmu - mnu + 2mnr}{m+n}$ & la vîteſſe $\frac{mu - nu + 2nr}{m+n}$ du corps choquant aprés le choc.

Et la même force communiquée $\frac{mnu - mnr}{m+n}$ étant ajoûtée deux fois à la force $nr = \frac{mnr + nnr}{m+n}$ du corps choqué avant le choc (l'une pour l'avoir receüe durant le bandement, & l'autre pour l'avoir receüe durant le débandement du reſſort) donnera la force $\frac{2mnu - mnr + nnr}{m+n}$ & la vîteſſe $\frac{2mu - mr + nr}{m+n}$ ou $\frac{nr - mr + 2mu}{n+m}$ du corps choqué aprés le choc.

Par un ſemblable calcul on trouvera lorſque les mobiles vont en ſens contraires avant le choc, & que la force du choquant eſt mu, & celle du choqué eſt $-nr$, que la vîteſſe commune aprés le choc, eſt $\frac{mu - nr}{m+n}$, & que la force communiquée eſt $\frac{mnu + mnr}{m+n}$, on trouvera, dis-je, que la vîteſſe du corps choquant aprés le choc, ſera $\frac{mu - nu - 2nr}{m+n}$, & celle du corps choqué $\frac{2mu + mr - nr}{m+n}$ ou $\frac{-nr + mr + 2mu}{n+m}$.

Et dans le cas que le corps choqué eſt en repos avant le choc, que la vîteſſe commune aprés le choc eſt $\frac{mu}{m+n}$, & que la force communiquée eſt $\frac{mnu}{m+n}$, on trouvera que la vîteſſe du choquant aprés le choc, ſera $\frac{mu - nu}{m+n}$, & celle du corps choqué $\frac{2mu}{m+n}$.

Or il eſt aiſé de verifier que ces formules ſont les mêmes que celles que M. Carré a données dans ſon Memoire de 1706. & dont on a déduit tant de proprietés remarquables.

CONCLUSION.

Nous finirons ce Memoire en déterminant quel eſt l'effet

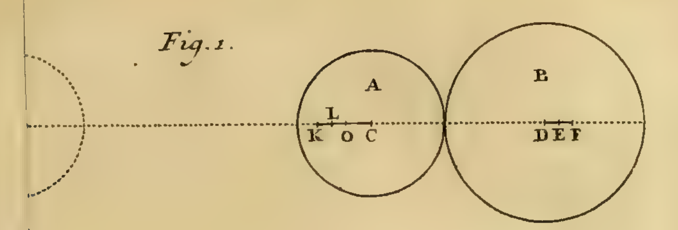
précis que la matiere ſubtile ou la cauſe generale du reſſort produit dans le choc lorſque le reſſort eſt parfait, & nous verrons

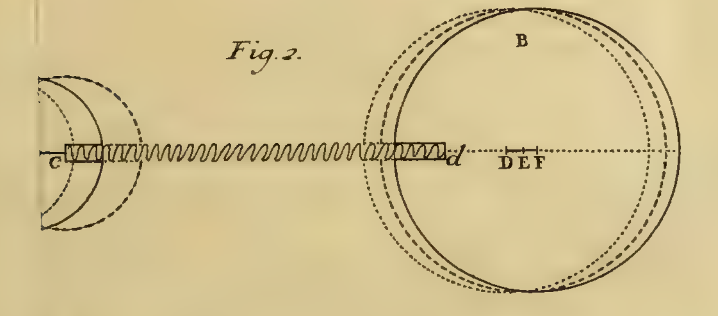
1.° Que durant le bandement du reſſort la cauſe generale du reſſort produit un effet égal à la force que le corps choquant doit perdre ſelon la loy generale du choc, que cet effet eſt la reſiſtance que l'on ſuppoſe entiere dans les corps durs, & qui ne ſurvient que peu à peu durant la compreſſion des corps à reſſort. Mais que la matiere ſubtile ne fournit aucune force qui ſoit employée au tranſport de la maſſe de ces corps, ni à ſa compreſſion : ni à la vîteſſe qu'elle acquiert durant le bandement : que cependant la réſiſtance que la matiere ſubtile produit uniquement, ſurvenant peu à peu diviſe à chaque inſtant en deux parties la force que le corps choquant doit perdre ſelon la loy generale du choc, ce qui met cette force en eſtat de produire les deux effets qu'elle y produit ſeule, & qui ſont égaux chacun à toute la force qui les produit.

2.° Que la matiere ſubtile par l'entremiſe du reſſort produit enſuite durant le débandement du reſſort les deux autres effets qui s'y produiſent par la force avec laquelle le reſſort eſt bandé, laquelle eſt égale à la force que le corps choquant doit perdre par le choc, & dont l'exercice ſe diviſe de nouveau en deux également & produit par ce moyen dans les mobiles deux autres effets égaux chacun à cette même force.

3.° Qu'enfin tous ces effets ſont produits par des mouvemens uniformement accelerez ou retardez, ſemblables à celui que la cauſe de la peſanteur produit dans les corps peſans qui commencent à tomber ou à monter, ainſi que Galilée l'a expliqué par ſon triangle, & que nous l'avons détaillé ſi au long dans le courant de ce Memoire.







$2dx.$	$x - 3dx$	$x - x = o.$
$2dx.$	$3dx$	$x.$
	$x.$	$x.$
$ddx.$	$3ddx$	$dx.$

$2dv + y - 2dy.$	$v - 3dv + y - 3dy$	$v - v + y - y = o.$
$dv + 2dy.$	$3dv + 3dy.$	$v + y.$
$v + y.$	$v + y.$	$v + y.$

$dv.$	$3dv$	$v.$
$+ y - 2dy.$	$v + y - 3dy$	$v + y - y = v.$
$-2dv + y - 2dy.$	$v - 3dv + y - 3dy$	$v - v + y - y = o.$
$2dy.$	$3dy$	$y.$
$-2dv + y.$	$v - 3dv + y$	$v - v + y = y.$

Ph. Simonneau filius Sculp.

Fig. 1

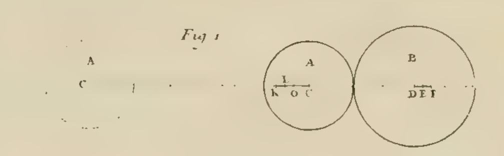
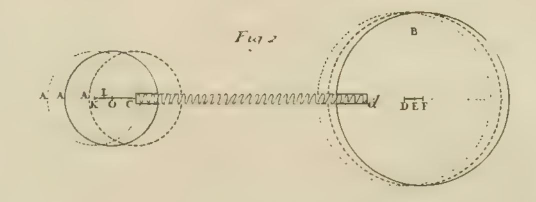


Fig. 2



E	$x - dx$	$x - 2dx$	$x - 3dx$	..... $x - x = o$
F	dx	$2dx$	$3dx$	x
G	x	x	x	x
H	ddx	$2ddx$	$3ddx$	dx

p.	$v - dv + y - dy.$	$v - 2dv + y - 2dy.$	$v - 3dv + y - 3dy$	r $v + y - y = o.$
q	$dv + dy$	$2dv + 2dy.$	$3dv + 3dy$	$v + y$
r	$v + y$	$v + y.$	$v + y$	$v + y$

Q	$dv.$	$2dv$	$3dv$	 v
P.	$v + y - dy.$	$v + y - 2dy.$	$v + y - 3dy$	.... $v + y - y = v.$
𝒫	$v - dv + y - dy.$	$v - 2dv + y - 2dy.$	$v - 3dv + y - 3dy$	.. $v - v + y - y = o.$
𝒬	.... dy	$2dy.$	$3dy$......	y
ℛ	$v - dv + y.$	$v - 2dv + y.$	$v - 3dv + y$	... $v - v + y - y$

Ph. Simonneau filius sculp.

MEMOIRE
SUR PLUSIEURS DE'COUVERTES FAITES DANS LES YEUX DE L'HOMME, des animaux à quatre pieds, des Oiſeaux & des Poiſſons.

Par M. PETIT, Medecin.

LEs découvertes que j'ay faites ſur les yeux, ſeront le ſujet de pluſieurs Memoires que je me propoſe de donner à l'Academie, mais pour cela il faut encore faire beaucoup d'obſervations & d'experiences, qui doivent ſervir de preuves aux faits & aux explications que je propoſeray. J'ay déja fait voir pluſieurs de ces découvertes à la Compagnie, ce qui les a rendu publiques; & cela peut donner occaſion à quelques perſonnes de les inſerer dans leur Ouvrage ſans en faire honneur à l'Academie. Pour éviter cet inconvenient, j'ay crû que je ne ferois pas mal de les annoncer dans ce Memoire.

L'on n'avoit pas compté juſqu'à preſent le nerf intercoſtal entre les nerfs qui ſe diſtribuënt dans les yeux : on a crû juſqu'à preſent qu'il tiroit ſon origine de la cinquiéme & de la ſixiéme paire des nerfs du cerveau, mais j'ay découvert que ce nerf doit ſa naiſſance aux nerfs vertébraux, & que quelques rameaux de la branche qui accompagne l'artére Carotide interne, vont ſe joindre à ces deux nerfs pour ſe diſtribuer dans les yeux, peut-être auſſi dans l'oreille & dans le viſage pour y exciter les mouvemens pathetiques. J'ay annoncé cette découverte à l'Academie en 1720. avec celle qui ſuit.

Les nerfs Optiques ſe diviſent en pluſieurs lames à l'endroit de leur jonction, où elles paſſent les unes entre les autres

Après quoy ces lames se réünissent de chaque costé pour se rendre aux yeux, en sorte que les lames du nerf optique qui tire son origine du costé droit du cerveau, passent entre celle du nerf optique qui part du costé gauche, & par leur réünion forment un nerf qui va se rendre à l'œil gauche, & les lames du nerf optique qui tire son origine du costé gauche du cerveau, passent entre les lames du nerf optique du costé droit, puis en se réünissant forment un nerf qui va se rendre à l'œil droit.

J'ai observé que les yeux de Mouton, de Bœuf & de Chevaux ont moins de convexité à leur partie posterieure qu'à leur partie anterieure; que ceux des Oiseaux sont un peu applatis à leur partie anterieure; que les yeux de la pluspart des Poissons sont applatis à leur partie anterieure & posterieure; & que l'homme a les yeux à peu près ronds aussi-bien que le chien, le chat & le loup. L'on trouve des yeux d'homme qui sont ronds, & qui n'ont pas plus de longueur que de largeur, mais l'on en trouve fort souvent qui sont plus longs que larges d'une demi-ligne & même d'une ligne. J'en ay vû quantité tant de jeunes que de gens âgez, qui estoient en quelque maniere anguleux : ils estoient applatis à leur partie latérale, aux endroits où les muscles droits sont appliquez ils m'ont paru plus applatis sous le muscle adducteur ou beuveur. Ils l'estoient un peu moins sous le muscle indignateur, & moins sous le baisseur ou l'humble. Mais il paroissoit peu ou point d'applatissement sous le muscle releveur. La Sclerotique se trouve moins épaisse en ces endroits que dans le reste du globe de l'œil, & s'y trouve d'autant plus mince qu'ils y sont plus applatis. Cette observation peut donner lieu de conjecturer que les yeux de l'homme sont comprimez par les muscles droits. L'on ne trouve pourtant pas la même disposition dans tous les yeux. C'est ce que j'examineray dans un autre Memoire où je parleray de la quantité respective de grandeur & de pesanteur, de toutes les parties des yeux, des rapports que les differentes figures des yeux de l'homme, des animaux à quatre pieds, des oiseaux & des poissons

ont avec la differente convexité de leurs criſtallins & de leur cornée.

La cornée des yeux de l'homme paroiſt toûjours ronde à tous ceux qui ne ſont ſimplement que la regarder : mais ſi l'on examine exactement cette membrane l'on trouve dans tous les yeux, que la conjonctive s'avance ſur la partie ſuperieure de la cornée d'un tiers de ligne, d'une demi-ligne, de deux tiers de ligne, & même d'une ligne; ce qui donne à cette derniere membrane une figure irreguliere, & fait que ſon centre eſt excentrique au centre de l'Iris & de la prunelle. La conjonctive s'avance auſſi quelquefois ſur la partie inferieure de la cornée, mais environ de la moitié de ce qu'elle s'avance ſur la partie ſuperieure. La cornée eſt tout-à-fait ronde à ſa face interne. J'ai dit que la conjonctive s'avance ſur la cornée dans tous les yeux; & c'eſt veritablement une choſe extraordinaire que de ne l'y pas rencontrer. Cela ne m'eſt arrivé que trois ou quatre fois ſur plus de cent yeux que j'ai examinés à cette occaſion.

Si l'on diſſeque tout-à-fait cette partie de la conjonctive, l'on fait diſparoiſtre l'excentricité, & l'on trouve que la cornée eſt ronde exterieurement comme elle l'eſt interieurement. Il eſt vray que cette diſſection n'a pas toûjours oſté l'excentricité, car il arrive quelquefois que la conjonctive a penetré la cornée, & y eſt ſi adherente qu'on ne peut entierement l'emporter.

J'ay encore trouvé la cornée d'une figure particuliere dans les yeux d'un Negre, elle avoit quatre lignes de largeur de haut en bas, & cinq lignes demi-tiers de longueur de droit à gauche, dont chaque extremité finiſſoit par un angle mouſſe. Cette figure ne me paroiſſoit pas cauſée par la conjonctive, ce qui pouvoit ſe découvrir d'autant plus facilement que tout le fond de la cornée eſtoit noir. L'attention que j'avois à obſerver cette cornée pour y découvrir la prunelle que je n'y voyois point, m'y fit appercevoir quantité de lignes rougeâtres, qui par leur union formoient diverſes figures de trois côtez, de cinq, & même de ſix côtez : je jugeay que ce pouvoit

eſtre des vaiſſeaux ſanguins qui les formoient par leurs anaſto-moſes, pour m'en éclaircir j'enlevay la cornée, je vis la prunelle que je n'avois pû découvrir parce que la partie anterieure de l'Uvée eſtoit toute noire, il n'y avoit aucune autre couleur pour produire l'Iris. (Cela m'a engagé à éxaminer les yeux de quelques Negres vivans : j'ay trouvé dans les uns, le fond de la Cornée tout noir, & par conſéquent il n'y avoit aucune couleur ſur la partie anterieure de l'Uvée : j'ay trouvé dans d'autres, quelques couleurs qui formoient un Iris, mais fort brun, tel qu'on le voit dans des bœufs & des chevaux.) Je pris la Cornée, je la regarday au jour, je la trouvay très tranſparente, & je n'y remarquay aucune des lignes que j'y avois vû, je la remis ſur l'œil, je retrouvay mes lignes, je la regarday encore au jour je ne les vis plus, mais l'ayant regardée vers un lieu obſcur à l'oppoſite de la lumiere, j'y vis mes lignes de la même maniere que je les voyois lorſque la Cornée eſtoit ſur l'œil. Je n'ay point eû d'occaſion de diſſequer des yeux de Negres depuis ce temps-là, je n'ay pû m'aſſeurer ſi ces lignes rougeâtres ſe trouvent toûjours dans leur cornée, on ne les apperçoit point dans le vivant.

Je me ſuis d'abord imaginé que ſi l'on ne trouvoit pas les mêmes lignes dans les Cornées des yeux de nos Européens, c'étoit peut-être parce que l'Iris reſſechiſſant beaucoup de lumiere à cauſe de ſes couleurs, les empêchoit de paroître; ce qui m'a engagé d'éxaminer pluſieurs Cornées en les regardant du côté oppoſé à la lumiere. Les ſoins que je me ſuis donné pour cela ont eſté d'abord ſans aucun fruit, mais au mois de Fevrier 1723. en examinant les yeux d'un jeune homme de 20. ans, j'ai trouvé les mêmes lignes dans la cornée, malgré l'éclat des couleurs de l'Iris : elles étoient rougeâtres, & formoient les mêmes figures que dans le Negre. Lorſque j'ay regardé cette cornée du côté de la lumiere par ſa ſurface concave j'ay vû ces lignes, mais elles m'ont paru plus ſines que lorſque je les ay regardé ſur l'œil; j'ay regardé la cornée par ſa convexité, les lignes ont paru plus groſſes, mais m'étant tourné du côté oppoſé à la lumiere, je les ay trouvé

trouvé plus grosses qu'elles ne paroissoient avant que la cornée fut separée de l'œil.

Au mois de Novembre de la même année 1723. entre plusieurs yeux qu'on m'apporta en même temps de l'Hôtel Dieu, j'en trouvay quatre qui avoient les mêmes lignes dans la cornée que les precedens, mais elles estoient brunes & non pas rougeâtres. Ces lignes dans tous ces yeux paroissoient grosses comme un fil dont il en faut 16. pour couvrir une ligne qui fait la 12.e partie d'un pouce. Il y avoit deux yeux d'un garçon de 15. ans, & les deux autres êtoient d'un garçon de 13 ans; & comme l'on me les apporta le soir, & que je ne disseque point à la chandelle, je mis un œil de chacun dans de l'eau pour conserver leur tension jusqu'au lendemain, afin de les dissequer sans être fletris, je remarquay le lendemain dans les yeux du garçon de 15 ans, que les lignes de la cornée estoient moins apparentes dans l'œil qui avoit trempé dans l'eau que dans celuy qui n'avoit pas trempé. Le contraire s'est trouvé dans les yeux du garçon de 13 ans, dont les lignes estoient plus apparentes dans l'œil qui n'avoit point trempé; & ce qu'il y a encore de singulier, c'est qu'aprés avoir coupé la cornée de tous ces yeux, elles se sont trouvées si froncées que je n'ay pû y appercevoir aucune ligne ni à la lumiere, ni à l'opposite de la lumiere, je les ay un peu apperçûës dans l'œil du garçon de 13 ans, qui avoit trempé dans l'eau, lorsque j'ai remis la cornée sur l'œil.

La couleur rougeâtre des lignes des yeux du Negre & du jeune homme de 20 ans nous persuade aisément, que ce ne peut estre autre chose que du sang contenu dans des vaisseaux de la cornée : mais y a-t-il veritablement des vaisseaux sanguins dans la cornée, ou bien ce sang s'y seroit-il introduit par la dilatation des vaisseaux lymphatiques?

Plusieurs choses pourroient nous induire à croire qu'il y a des vaisseaux sanguins dans la Cornée.

1.° Lors que l'on a reçû quelque coup à l'œil, on voit assés souvent du sang épanché dans la Cornée, ce que l'on

peut rapporter à la rupture & à la contusion de quelques vaisseaux sanguins.

2.° Il se forme de petits abscés dans la Cornée, comme on le voit dans la maladie appellée *Hypopion,* dans les Phlictenes & dans les pustules, ce qui est ordinairement produit par du sang épanché hors de ses vaisseaux.

3.° Dans les grandes inflammations de l'œil la Cornée paroît quelquefois rouge, ce qui ne peut estre produit que par la dilatation des vaisseaux sanguins de la Cornée dans l'interception du sang, comme nous le voyons dans la conjonctive qui nous paroît toute blanche dans l'estat naturel, quoiqu'elle soit remplie d'une prodigieuse quantité de vaisseaux sanguins.

Quoique cela paroisse vrai, on ne doit pas en conclure que dans l'estat naturel il y ait des vaisseaux sanguins dans la Cornée.

1.° On ne peut appercevoir ces vaisseaux avec le Microscope.

2.° Il n'en paroît aucun dans la Cornée des fœtus, la sclerotique est souvent rouge, la membrane cristaline quelquefois rougeâtre, & la choroïde pour l'ordinaire très rouge.

3.° Les hypopion, les pustules, & autres abscés qui se produisent dans la Cornée, ne sont precedez d'aucune inflammation ni rougeur, lorsqu'ils ne sont point causez par des contusions.

4.° Les injections les plus fines ne passent jamais dans la Cornée, quoique la choroïde & la membrane cristaline se trouvent souvent seringuées.

S'il se trouve quelquefois des rougeurs à la Cornée ce n'est qu'après quelque grand coup reçû à l'œil, ou dans de violentes inflammations qui ont commencé dans les autres parties de l'œil, & qui ont fort dérangé les vaisseaux de la sclerotique & de la conjonctive; car le sang ne pouvant y circuler, force les emboucheures des vaisseaux qui portent la liqueur qui est distribuée dans la cornée, où le sang s'épanche d'autant plus facilement que ces vaisseaux se trouvent meurtris & contus. De là on peut conclure que toutes les fois que l'on rencontre

des vaiſſeaux dans la Cornée, remplis de quelque liqueur colorée, qui peut empêcher le paſſage d'un grand nombre de rayons de lumiere, ce ne peut être que dans un état contre nature; ainſi les lignes rougeâtres & brunes que j'ai trouvées dans tous les ſujets dont je viens de parler, n'étoient autre choſe que des vaiſſeaux remplis d'une matiere étrangere, qui s'y eſt introduite par la dilatation & le relâchement des vaiſſeaux de la Cornée.

Il faut preſentement expliquer pourquoy ces lignes rouges ne paroiſſoient point dans la Cornée du Negre, étant regardées du côté de la lumiere, & qu'elles paroiſſoient dans la Cornée du jeune garçon de vingt ans : je ne puis rapporter cette difference, qu'à la differente groſſeur des vaiſſeaux qui apparemment eſtoient plus gros dans la cornée du jeune garçon, ce que je ne puis pas aſſeurer; il faudroit pour cela, que j'euſſe obſervé les Cornées de ces deux ſujets dans le même temps, & j'ai obſervé celle du Negre en 1720. & l'autre en 1723. mais voicy quelques experiences qui pourront ſuppléer à ce défaut.

Le 29. Septembre 1724. j'ai pris un fil de ſoye grege, (c'eſt de la ſoye telle qu'elle ſort de deſſus les cocons) j'ai attaché une épingle à une de ſes extremités, afin que par ſon poids elle pût étendre le fil de ſoye, qui ſans cela voltige à cauſe de ſa grande legereté. Après cela j'ai pris deux de ces fils que j'ai tordus enſemble pour faire un fil double du premier, auquel j'ai auſſi attaché une épingle : j'ai preſenté ces deux fils à la lumiere vers le Ciel dans un temps ſerein, & un beau Soleil à deux heures après midy.

J'ai regardé ces deux fils du côté de la lumiere, je les voyois fort bien à la diſtance de 6 pouces de mes yeux, mais m'étant reculé j'ai perdu le fil ſimple de vûë à la diſtance de 7 pouces, & je voyois très bien le fil double. Je me ſuis encore reculé, le fil double me paroiſſoit d'autant plus fin que je m'en éloignois; enſorte que je le voyois à la diſtance de 24. pouces, tel que je voyois le fil ſimple à la diſtance de 6 pouces, & je l'ai enfin perdu de vûë à la diſtance de 25 pouces.

Après cela j'ai regardé ces fils du côté opposé à la lumiere vis-à-vis quelque chose de brun, j'ai vû fort bien le fil simple à la distance de 5 pieds ou 60 pouces, & je l'ay perdu entierement de vûë à la distance de 5 pieds un pouce ou 61 pouces; j'ai vû le fil double à la distance de 12 pieds ou 144 pouces, & je l'ai perdu de vûë à 12 pieds & un pouce ou 145 pouces. Il est bon de remarquer qu'il se rencontre quelque varieté dans cette experience par rapport à la vûë; il s'est trouvé des personnes chés moy, qui ont vû ce fil simple à 8 & 9 pouces, dans le temps que je ne le voyois qu'à 6.

Il s'en rencontre par rapport à la lumiere, en ce que plus la lumiere est éclatante, plus les fils paroissent fins, l'on les perd de vûë de plus près. Il ne faut point éxaminer ces fils au travers des vitres d'une chambre, ni contre quelque corps que ce puisse être, & il faut que le Ciel soit sans nuage.

Puisque l'on perd le fil simple de vûë à 7 pouces des yeux, & qu'on ne perd le fil double qu'à 25 pouces, on peut juger que s'il êtoit possible d'avoir un fil simple plus fin de la moitié il échapperoit entierement à la vûë, de si près qu'on puisse le regarder du côté de la lumiere; mais que ce fil estant regardé du côté opposé à la lumiere, pourroit être apperçû à la distance d'un pied, ou du moins à la distance de 7 à 8 pouces, puisque nôtre fil simple s'est apperçû à la distance de 5 pieds, ce qui peut prouver que les lignes rouges de la cornée du jeune homme de 20 ans, estoient plus grosses que celles de la cornée du Negre, puisque je voyois les premieres du côté de la lumiere, & c'est pour la même raison que je n'y pouvois voir les autres qui paroissoient plus grosses dans la cornée du jeune garçon de 20 ans, que dans celle du Negre regardée à l'opposite de la lumiere, de même que le fil double paroissoit plus gros que le simple, regardé de la même maniere.

Il ne sera pas difficile de rendre raison de toutes ces diverses apparences. L'on sçait que plus on s'éloigne d'un objet moins il est perceptible, parce qu'on reçoit d'autant moins des rayons qui partent de cet objet, on doit bientost perdre de

vûë un de ces fils de ſoye ſimple qui eſt d'une ſi grande fineſſe qu'il en faut environ 180. pour couvrir la largeur d'une ligne, autant que j'ai pû le reconnoître. M. Boyle dit qu'il en faut 120. aunes pour faire la peſanteur d'un grain : des fils de ſoye ſi fins ne peuvent intercepter qu'une très petite quantité de rayons. Lorſque je regarde un de ces fils à une grande lumiere, les rayons par leſquels je dois l'appercevoir, ont peu de force, parce que ce ſont des rayons réflechis, qui viennent du coſté oppoſé à la lumiere, au lieu que les rayons qui paſſent à côté de ce fil, & qui partent directement de la grande lumiere, ont beaucoup de force; & comme ces deux ſortes de rayons entrent enſemble dans mon œil, & produiſent leur impreſſion tout auprès l'un de l'autre, l'impreſſion des rayons de la grande lumiere ſe communiquent d'autant plus facilement aux fibres de la retine, qui reçoivent l'impreſſion des rayons réflechis, que ceux-cy ſe trouvent plus foibles & en plus petite quantité, ce qui fait qu'en s'éloignant des fils on les perd d'autant pluſtoſt de vûë qu'ils ſont plus fins, & que la lumiere eſt plus forte. Tout le contraire doit arriver lorſque je regarde un de ces fils de ſoye en l'expoſant du côté oppoſé à la lumiere, parce que les rayons par leſquels je dois l'appercevor viennent de cette lumiere, ils ſe réflechiſſent de deſſus ce fil avec beaucoup de force, & les rayons qui paſſent à côté de ce fil & partent de derriere, n'ont que peu de force & ne ſont pas capables d'affoiblir dans mon œil l'impreſſion de ceux qui viennent de la lumiere, ce qui eſt cauſe que le fil ſimple que je ne voyois point à 7 pouces de diſtance, eſtant regardé du côté de la lumiere, s'eſt laiſſé appercevoir à 5 pieds eſtant regardé du côté oppoſé à la lumiere, & que le fil double que je ne pouvois voir à 25 pouces s'eſt laiſſé voir à 12 pieds. J'aurois donc pû voir un fil de ſoye de la moitié plus fin à un demi-pied de diſtance du côté oppoſé à la lumiere. Voilà la raiſon pourquoy les lignes de la cornée du Negre ſe ſont laiſſées appercevoir en les éxaminant du côté oppoſé à la lumiere, & que les lignes de la cornée du jeune garçon de 20 ans, ont paru plus groſſes.

Mais pourquoi les lignes de la cornée du jeune garçon de 20 ans ont-elles paru plus grosses lorsque je les ai éxaminées par le côté convexe de la cornée, & plus fines par le côté concave.

Pour découvrir la cause de ce phenomene, j'ai pris un verre convexe, tel qu'on en met aux monstres. J'ai appliqué des bouts de fils dedans & dehors, j'ai trouvé que, lorsque je regardois mon verre par la partie concave, le fil qui estoit dans la concavité paroissoit plus gros que celuy qui estoit sur la convexité, & que lorsque je regardois le verre du côté convexe, le fil qui ètoit sur la convexité paroissoit plus gros que celui qui ètoit dans la concavité.

Lorsque le verre est entre le fil & les yeux il arreste une partie des rayons qui doivent aller frapper le fil, & en arreste encore de ceux qui doivent se réflechir, ce qui doit le faire paroître plus fin; si cela avoit besoin de preuves on pourroit faire remarquer que plus le verre dont on se sert est épais, plus les fils paroissent fins au-delà du verre: mais lorsque le fil est entre le verre & mes yeux rien n'empêche qu'il ne reçoive tous les rayons qui vont à lui & qu'ils ne se réflechissent dans mes yeux, où ils font une impression plus forte & me font appercevoir le fil plus gros. De-là j'ai jugé que les lignes de la cornée du jeune garçon ètoient placées plus vers la superficie convexe que vers la concave, puisqu'elles ont paru plus grosses ètant éxaminées par le côté convexe de la cornée. Je n'ai pû dans cette experience me servir de fils de soye grege, parce qu'ils sont trop fins, mais je me suis servi du fil de Malines dont il faut 35 fils pour couvrir la largeur d'une ligne.

Tous les Anatomistes ont crû jusqu'à present, que la choroïde estoit noire; je n'en connois que peu qui ont dit qu'elle estoit presque noire dans l'homme, comme elle l'est dans les oiseaux, & dans une portion de celle des animaux à 4. pieds, & de quelques poissons. Mais si l'on examine bien cette membrane dans tous les yeux d'hommes, on trouvera que sous la retine elle est tout-à-fait brune dans les enfans, qu'elle l'est un peu moins à l'âge de 20. ans, qu'elle commence à

30 ans à prendre une couleur de gris de lin foncée, & qu'à mesure que l'on avance en âge, cette couleur s'éclaircit si fort qu'à l'âge de 80 ans elle se trouve presque blanche; c'est ce que j'ai fait voir à la Compagnie sur un grand nombre d'yeux. Je ne m'étendrai pas davantage sut cette matiere parce que j'en parlerai plus amplement dans un Memoire très circonstancié sur la Choroïde, l'Uvée, les Processus & le ligament ciliaire. Lorsque je donnerai les découvertes que j'ai faites sur ces parties, je ferai voir comment la matiere brune ou noire, qui fait l'enduit qui se trouve à la partie posterieure de l'Uvée, produit la plus grande partie des différentes couleurs de l'Iris. Il y a six ans que j'ai fait cette découverte, mais depuis ce temps-là je l'ai trouvée dans une These soutenuë & imprimée à Strasbourg en 1677. Je dirai quelque chose de l'excentricité naturelle de la prunelle au centre de l'Iris, dont parle Gallien sous le titre de *Mutatio pupillæ de loco*, & de l'accidentelle dont parle aussi Arnault de Villeneuve : je parleray des différentes dilatations des prunelles, qui se rencontrent très souvent dans les yeux du même homme après la mort; ce que l'on voit aussi dans les animaux à quatre pieds, les Oiseaux & les Poissons : je rechercheray l'usage des diverses couleurs qui forment les tapis qui se trouvent sur la choroïde des animaux à quatre pieds, & de quelques Poissons : j'éxamineray la prétenduë bourse que l'on trouve dans les yeux des Oiseaux. C'est une membrane de couleur noire de figure rhomboïde, & non pas triangulaire, comme M. Perraut, de la Hire, & Hovius l'ont crû; elle n'a aucune cavité, elle est formée par des fibres paralléles, qui tirent leur origine du nerf optique & de la choroïde.

Je feray icy une remarque sur la retine seulement pour empêcher que les anatomistes ne s'y trompent après M. Ruisch. Cet habile Anatomiste dit à la page 10 de son second Tresor, qu'il a quelquefois remarqué sur la retine des ondes contre les loix de la nature, il les represente dans la figure 19 de la 16.e Table qui est à la suite de sa 13.e Lettre problematique, mais si ce sçavant homme eut coupé quantité

d'yeux en deux hemiſpheres, il auroit preſque toûjours trouvé la même diſpoſition à la retine, dans ceux qui ont été gardez deux ou trois jours, car cette membrane ſuit les mouvemens que l'on fait faire à l'humeur vitrée, & comme il n'eſt preſque pas poſſible de diviſer un œil en deux hemiſpheres ſans déranger l'humeur vitrée, la retine ſe dérange auſſi, & il s'y forme des plis ou des ondes que l'on peut effacer en remettant la retine dans ſon extenſion naturelle. Il faut prendre beaucoup de précaution en coupant l'œil, ſi l'on veut éviter ce dérangement, l'œil doit être frais, ſans quoy on doit trouver ces ondes preſque toutes les fois qu'on coupe un œil tranſverſalement, à moins que l'œil n'ait trempé dans quelque liqueur.

J'ai découvert un petit canal autour du criſtalin, je l'appelle canal circulaire godronné. On ne peut le voir qu'en le ſoufflant, & lorſqu'il eſt rempli d'air il s'y fait des plis ſemblables aux ornemens que l'on fait ſur des pieces d'argenterie, que l'on nomme pour cela vaiſſelle godronnée: il eſt formé par la duplicature de la membrane hyaloïde, qui eſt bridée d'eſpace en eſpace à peu près égaux par de petits canaux qui le traverſent, qui ne ſouffrent pas la même extenſion que la membrane qui eſt très flexible, ce qui la fait godronner. Si l'on oſte le criſtalin de ſon chaton ſans endommager la membrane qui fait le canal, on aura beau le ſoufler il ne s'y formera plus de plis godronnez, ou très peu, mais il en devient plus large, il a pour l'ordinaire dans l'homme $1\frac{1}{4}$ ou $1\frac{1}{2}$ & 2 lignes, il n'en a pas davantage dans le Bœuf.

Je ne l'ai jamais trouvé naturellement gonflé ni d'air ni de liqueur, & l'uſage ne m'en eſt point encore connu.

J'ai trouvé une liqueur il y a quelques années ſous la capſule de la pluſpart des criſtalins de l'homme, des animaux à quatre pieds & des Dindons, mais depuis ce temps-là j'ai vû cette découverte dans Morgani.

Les experiences que j'ai faites ſur cette liqueur, m'ont fait connoître qu'elle eſt differente de l'humeur aqueuſe. Je les rapporteray dans un Memoire particulier que je donneray, où je

où je marqueray les differentes quantités que l'on trouve dans les cristalins des differens animaux, & en parlant de son usage je feray voir la maniere dont le cristalin se nourrit & s'augmente, ce qui me donnera occasion de parler de la cause des cataractes.

Le cristalin de l'homme est naturellement plus convexe à sa partie posterieure qu'à sa partie anterieure; j'ai pourtant trouvé des cristalins dont les deux convexités étoient égales; j'en ay aussi rencontré de plus convexe à la partie anterieure qu'à la partie posterieure, c'est peut-estre ce qui a trompé M. Brisseau qui aura apparemment trouvé quelques cristalins de cette convexité, ce qui luy a fait dire dans son Traité de l'œil, que le cristalin de l'homme est plus convexe à la partie anterieure qu'à la posterieure. Mais ce que l'on doit trouver de particulier, j'ay rencontré plus d'une fois dans les yeux du même homme un cristalin plus convexe à sa partie anterieure qu'à la posterieure, l'autre cristalin au contraire étoit dans son état naturel, ce qui a dû necessairement faire un defaut dans la veûë.

Une des plus belles observations que j'ai faites sur les cristalins, c'est la difference des couleurs jointe à la differente consistance, suivant les differens âges. Ils paroissent n'avoir point de couleur depuis l'enfance jusqu'à l'âge de 25 à 30 ans, où ils commencent à prendre une couleur jaune très legere. Cette couleur s'augmente peu à peu, ensorte qu'ils deviennent d'autant plus jaunes que l'on devient plus âgé. La consistance des cristalins souffre les mêmes changemens, car ils sont très mous dans toute leur substance dans l'enfance, ils le sont moins à 25 ans, après quoy ils acquierent de la consistance qui devient d'autant grande que l'on avance en âge & qu'elle est près du centre du cristalin, c'est une chose très rare de rencontrer des cristalins d'égale consistance dans toute leur étenduë depuis l'âge de 25 ans jusqu'à 60. Leur partie exterieure est toûjours plus molle que vers le centre, & d'autant plus molle qu'elle approche de la superficie, & elle est d'autant plus ferme qu'elle se trouve plus près du centre.

J'en ay demontré une ſuite d'âge à la Compagnie ſur un grand nombre d'yeux que j'ai apporté en même temps, depuis l'âge de 20 ans juſqu'à 80, & l'on y a obſervé que les criſtalins de 20 ans n'avoient point de couleur; que ceux de 30 ans commençoient à avoir un peu de couleur jaune, ceux de 44 ans étoient jaunâtre de paille; ceux de 55 ans étoient plus jaunes, mais ceux de 70 & de 80 ans reſſembloient à des morceaux d'ambre jaune, c'étoit un ſpectacle aſſés joly de voir d'un ſeul coup d'œil toutes ces nuances de jaune ſe ſucceder ſi bien les unes aux autres ſuivant les differens âges.

En éxaminant les criſtalins de l'homme je les trouvois toûjours plus clairs & plus tranſparens lorſque je les regardois par leur partie anterieure où ils ſont toûjours ternes de quelque âge qu'ils puiſſent être. Cette difference de tranſparence me fit juger que cela pouvoit bien venir de la capſule qui enveloppe le criſtalin qui eſt de la moitié plus fine à la partie poſterieure qu'à la partie anterieure, effectivement après avoir emporté cette membrane j'ai trouvé les criſtalins également tranſparens de tous les coſtés. Ainſi cette capſule dans l'homme eſt moins tranſparente que dans les animaux à 4 pieds, les Oiſeaux & les Poiſſons, même dans le Bœuf & dans le Cheval, dans leſquels elle eſt deux ou trois fois plus épaiſſe que celle de l'homme, & qui ne peut être plus tranſparente qu'elle l'eſt. J'ai remarqué une choſe bien particuliere ſur cette membrane, c'eſt que je ne l'ai jamais trouvé opaque dans aucune cataracte, & je n'ai pû rendre tout-à-fait opaque celle de l'œil du Bœuf par aucun moyen. La gelée, les eſprits acides lui ont laiſſé ſa tranſparence, l'eſprit de nitre la rend tant ſoit peu opaque, & même la diſſout lorſqu'on la laiſſe tremper un peu de temps. Cette membrane dans les enfans eſt plus terne que dans l'homme.

Quoyque les obſervations que je viens de rapporter ſur les differentes couleurs & les differentes conſiſtances de criſtalin par rapport aux differents âges ſoient conſtantes, c'eſt-à-dire, que plus on eſt âgé, plus on trouve de conſiſtance & de couleurs dans les criſtalins, il ſe rencontre pourtant de

grandes varietés. J'ai trouvé des criſtalins de méme âge plus colorés & plus fermes les uns que les autres; j'ai même trouvé plus d'une fois dans le même ſujet un criſtalin plus ferme & plus coloré que l'autre.

J'ai toûjours trouvé les criſtalins des animaux à quatre pieds, des Oiſeaux & des Poiſſons très tranſparens & ſans couleurs, quoyque j'en aye examiné un très grand nombre, tout ce que j'ai remarqué de particulier, c'eſt que plus l'animal eſt âgé plus la ſubſtance du criſtalin a de conſiſtance, qui eſt d'autant plus grande qu'elle ſe trouve plus près du centre du criſtalin, car pour l'ordinaire l'exterieure eſt molle, mais quelque conſiſtance naturelle que puiſſe acquerir les criſtalins de l'homme elle ne parvient jamais à celle que j'ai trouvé dans les criſtalins de quelques Dindons, elle eſt encore plus ferme dans les criſtalins des animaux à quatre pieds, mais les Poiſſons l'emportent ſur les autres, car j'ai trouvé des criſtalins dont la partie interne étoit ſi ferme, ou pour mieux dire, ſi dure que leur conſiſtance égaloit celle de la corne. L'on trouve les mêmes varietés ſur les couleurs de la choroïde.

Je ne parle point icy de pluſieurs autres découvertes que j'ai faites, non ſeulement dans les yeux, mais même dans d'autres parties du corps, parce que je veux encore les vérifier.

On ſe ſouviendra que j'ai fait voir à l'Académie il y a quatre ans deux experiences de Phyſique ſur la diſſolution des Sels. L'on a remarqué dans la diſſolution du Salpêtre, du Sel marin, & d'autres Sels, que l'eau baiſſe à meſure que ces Sels ſe diſſolvent. L'on a vû le contraire dans la diſſolution du Sel Armoniac, car l'eau s'éleve à meſure que ce Sel ſe diſſout. J'ai trouvé depuis ce temps-là que les liqueurs corroſifs baiſſent conſiderablement dans la diſſolution des métaux, & qu'au contraire elles s'élevent dans la diſſolution des yeux d'écreviſſes, des Cruſtaces, & d'autres choſes ſemblables. Je donnerai un Memoire ſur cette matiere.



SUR UNE QUESTION DE MAXIMIS ET MINIMIS.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SOUVENT en cherchant à résoudre un Probleme par le calcul, on parvient à des resolutions si éloignées de celle qu'on se proposoit comme unique, qu'on les pourroit méconnoître, & qu'on seroit tenté de croire que la methode qui nous les presente, nous trompe.

Rien ne fait cependant mieux connoître l'avantage de l'Algebre sur la Geometrie dans la resolution des problemes, que cette abondance avec laquelle elle donne non-seulement ce qu'on avoit dessein de lui demander, mais encore tout ce qui dépendoit des mêmes conditions, & qu'on ne pensoit pas à lui demander.

Voicy un exemple singulier de ce que nous venons de dire.

Fig. 1. Soit le trapeze $ABCD$ dont les 2 côtés AD, BC soient égaux, & plus grands pris ensemble que celuy du milieu CD. Soient les angles ABC, BAD égaux, & la baze AB variable. On demande le plus grand & le plus petit.

Faisant $DC = a$

$AD = b$

$AB = x$

$AP = \frac{x-a}{2}$

$DP = \sqrt{\frac{4bb - aa + 2ax - xx}{4}}$

Et l'expression de ces Trapezes sera

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}.$$

r

d

t.

i-

it

ur

us

ux

Fig

Prenant la difference de cette expreſſion, il vient

$$\frac{dx}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} + \frac{adx - xdx}{\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} \times \frac{a + x}{4}.$$

faiſant cette difference $= 0$,
l'on trouve l'équation

$$2bb + ax - xx = 0,$$

dont les racines ſont

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$
$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb},$$

faiſant la difference $= \infty$
l'on trouve l'équation

$$4bb + 2ax - xx - aa = 0$$

dont les racines ſont

$$x = a + 2b.$$
$$x = a - 2b.$$

Voilà donc 4 valeurs de x, quoyqu'il ne puiſſe y en avoir qu'une qui donne le plus grand, & une qui donne le plus petit Trapeze.

$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$ donne le plus grand

$x = a + 2b$ donne évidemment le plus petit.

Car le plus petit Trapeze eſt celui où le côté CD eſt infiniment près de la baſe AB, alors le Trapeze eſt entierement écraſé & les trois côtés AD, DC, CB ſont appliqués ſur la baſe qui leur eſt égale, & qui alors eſt $a + 2b$.

Mais pourquoi trouve-t-on les deux autres valeurs de x?

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$$
$$x = a - 2b$$

De quoi peuvent-elles ſervir puiſqu'il n'y a qu'un plus grand & un plus petit Trapeze, & qu'ils ſont donnez tous deux l'un par

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}$$

& l'autre par

$$x = a + 2b.$$

Il faut remarquer que l'expreſſion des Trapezes

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

Figure 2. & 3. n'eſt pas ſeulement l'expreſſion de tous les Trapezes *ABCD*, mais encore l'expreſſion du triangle *ACD* & des doubles triangles *ABCD* qui ſe forment par le croiſement des côtés *AD*, *BC*, obſervant que dans ce dernier cas

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}$$

eſt l'expreſſion de la difference des 2 triangles *ABK*, *KCD*. Et quoyqu'on ne cherche que le *Maximum* & le *Minimum* des Trapezes, comme leur expreſſion repreſente encore toutes les figures qui peuvent être compriſes par les 3 côtés *AD*, *DC*, *CB*, & une baſe variable, obſervant que les angles *ABC*, *BAD*, ſoient toûjours égaux, on doit trouver non-ſeulement le *Maximum* & le *Minimum* des Trapezes, mais encore le *Maximum* & le *Minimum*, ſi elles en ont de toutes les figures qui peuvent être compriſes par ces 4 lignes avec cette condition.

Le calcul ne répond donc pas ſeulement à la queſtion que nous lui faiſions, mais il nous apprend encore qu'elle a un ſens plus étendu que nous ne penſions, & répond à tout.

Il y aura toûjours deux *Minimums* dans cette queſtion, l'un pour les Trapezes lorſqu'on ſera

$$x = a + 2b,$$

l'autre pour les doubles triangles lorſqu'on ſera

$$x = a - 2b.$$

Il y aura toûjours un *Maximum* pour les Trapezes, & ce ſera celui dont la baſe ſera

$$x = \tfrac{1}{2}a + \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

Mais il n'y aura pas toûjours de *Maximum* pour les doubles triangles.

Pour diſtinguer les cas où il y en aura, & ceux où il n'y en aura pas,

Il faut ſubſtituer la deuxiéme valeur de x

$$x = \tfrac{1}{2}a - \sqrt{\tfrac{1}{4}aa + 2bb}.$$

Dans l'expreſſion generale

$$\frac{a+x}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}.$$

Elle deviendra

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}.$$

Lors donc que $2bb$ ſera plus petit que

$$\frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb},$$

l'expreſſion

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}$$

ſera imaginaire, & il n'y aura point de *Maximum* pour les doubles triangles.

Mais lorſque $2bb$ ſera plus grand que

$$\frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb},$$

l'expreſſion

$$\frac{a + \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}{4} \times \sqrt{2bb - \frac{1}{2}aa - a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}}$$

ſera réelle, & les doubles triangles auront leur *Maximum* & leur *Minimum* comme les Trapezes.

C'eſt donc du rapport qu'auront entr'eux a & b que dépendra le *Maximum* des doubles triangles, & pour ſçavoir quel doit être ce rapport, je fais

$$2bb = \frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}.$$

ôtant les incommenſurables, il vient

$$4b^4 - 2aabb + \frac{1}{4}a^4 = \frac{1}{4}a^4 + 2aabb$$

ou

$$4b^4 - 4aabb = 0$$
$$bb = aa$$
$$b = \pm a.$$

Lors donc que $b < a$

l'expreſſion

$$\frac{a+\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}}{4}\times\sqrt{2bb-\frac{1}{2}aa-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}}$$

eſt imaginaire, & il n'y a point de *Maximum* parmi les doubles triangles. La figure depuis le plus grand Trapeze décroît continuellement, ſoit que les côtés AD, BC s'ouvrent, ſoit qu'ils ſe croiſent.

Lorſque $b = a$,
l'expreſſion

$$\frac{a+\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}}{4}\times\sqrt{\&c.}$$

devient zero, & il n'y a point encore de *Maximum* parmi les doubles Triangles.

La premiere valeur de x qui donne le plus grand Trapeze

$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$.
devient
$x = 2a$.
la valeur de x qui donne le plus petit Trapeze
$x = a + 2b$
devient
$x = 3a$.
& la valeur de x qui donne le plus petit double triangle
$x = a - 2b$
devient
$x = -a$.

Mais lorſque $b > a$;
l'expreſſion

$$\frac{a+\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}}{4}\times\sqrt{\&c.}$$

eſt toûjours réelle. Et il ſe trouve parmi les doubles triangles, comme parmi les Trapezes, un *Maximum* & un *Minimum*.

La figure depuis le plus grand Trapeze décroît, les côtés ſe rapprochant,

rapprochant, elle décroît encore les côtés se croisant jusqu'à un certain point, après lequel elle recommence à croître pour faire le plus grand double triangle, après lequel elle recommence encore à décroître jusqu'au plus petit double triangle, qui est le double triangle escrasé, dont la base est

$$x = a - 2b.$$

Cette grandeur

$$\frac{\overline{a+x}}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

augmente & diminuë 2 fois dans son cours, & est l'expression generale, non seulement des Trapezes, mais encore d'une suite de figures qui sont tantost Trapezes, rectangles, triangles, doubles triangles, & enfin qui ont pour bornes la ligne droite des deux côtés. Fig. 2. 3. 4, 5.

L'on peut observer le cours de cette grandeur changeante dans la courbe, dont elle va devenir l'équation, en la faisant égale à une ordonnée, c'est-à-dire, faisant

$$\frac{\overline{a+x}}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} = y.$$

Si l'on décrit la Courbe que represente cette Equation, l'on verra qu'elle a deux branches égales; l'une representée par Fig. 6.

$$\frac{\overline{a+x}}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} = y,$$

l'autre branche par

$$-\frac{\overline{a+x}}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx} = y.$$

Et lorsqu'on aura chassé les incommensurables, l'on trouvera

$$\left.\begin{matrix} -x^4 + 2aaxx + 8abbx - a^4 \\ + 4bbxx \qquad + 4aabb \end{matrix}\right\} = 16yy$$

qui est l'Equation de la Courbe entiere *bmCMBNCnb*, l'origine des x étant en *A*.

Il est évident par la seule vûë de l'Equation, qu'à chaque point de l'axe l'ordonnée positive est toûjours égale à l'ordonnée negative.

Mais revenons au seul rameau *bmCMB*, qui est celui qui

appartient à nôtre probleme, l'on verra qu'après avoir donné du côté positif de l'axe, sa plus grande ordonnée en M & sa moindre en B qui répondent au plus grand & au plus petit Trapeze, il vient couper l'axe en C pour donner du côté negatif une plus grande ordonnée en m & une moindre en b, qui répondent au plus grand & au plus petit double triangle.

Chaque rameau coupe l'axe en trois points,
au point B, lorsque............ $x = AB = a + 2b$,
au point b, lorsque............ $x = Ab = a - 2b$,
& enfin au point C, lorsque $x = AC = -a$.

Car substituant cette valeur de $-a$ dans l'Equation entiere de la Courbe, à la place de x, l'on trouve pour

$$\left.\begin{matrix} -x^4 + 2aaxx + 8abbx - a^4 \\ +4bbxx \qquad\qquad +4aabb \end{matrix}\right\} = 16yy.$$

$$\left.\begin{matrix} -a^4 + 2a^4 - 8abba - a^4 \\ +4bbaa \qquad\qquad +4aabb \end{matrix}\right\} = 16yy.$$

Et $y = \pm 0$.

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx au point C, c'est-à-dire, l'angle que fait la Courbe avec son axe en ce point, il faut substituer dans la fraction qui exprime ce rapport pour tous les points de la Courbe, ou de la seule branche $bmCMB$, $-a$ à la place de x. Cette fraction qui est

$$\frac{2bb + ax - xx}{2\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} = \frac{dy}{dx}$$

se changera en celle-cy,

$$\frac{2bb - aa - aa}{2\sqrt{4bb - aa - 2aa - aa},} = \frac{bb - aa}{\sqrt{4bb - 4aa},} = \frac{bb - aa}{2\sqrt{bb - aa}}.$$

Et divisant par le commun diviseur $\sqrt{bb - aa}$, il vient

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{bb - aa} = \frac{dy}{dx}.$$

Si l'on substituë $a + 2b$ à la place de x dans la fraction

$$\frac{2bb + ax - xx}{2\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} = \frac{dy}{dx},$$

elle ſe changera en

$$\frac{2bb+aa+2ab-aa-4ab-4bb}{2\sqrt{4bb-aa+2aa+4ab-aa-4ab-4bb}} = \frac{-2bb-2ab}{2\sqrt{o}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend que le petit côté de la Courbe eſt perpendiculaire à l'axe au point *B*.

Si l'on ſubſtituë $a - 2b$ à la place de x, la fraction ſe changera en

$$\frac{2bb+aa-2ab-aa+4ab-4bb}{2\sqrt{4bb-aa+2aa-4ab-aa+4ab-4bb}} = \frac{-2bb+2ab}{2\sqrt{o}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend que le petit côté de la Courbe eſt encore perpendiculaire à l'axe au point *b*.

Si l'on ſubſtituë $\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$ à la place de x dans la fraction

$$\frac{2bb+ax-xx}{2\sqrt{4bb-aa+2ax-xx}} = \frac{dy}{dx},$$

elle deviendra

$$\frac{2bb+\frac{1}{2}aa+a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-2bb}{2\sqrt{4bb-aa+aa+2a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-a\sqrt{\frac{1}{4}aa-2bb}-\frac{1}{4}aa-2bb}} = \frac{o}{2\sqrt{2bb-\frac{1}{2}aa+a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}}} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend qu'au point *M*, à l'endroit du *Maximum* des Trapezes, le petit côté de la Courbe eſt paralléle à l'axe.

Si l'on ſubſtituë $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb}$ à la place de x, dans la fraction elle deviendra

$$\frac{2bb+\frac{1}{2}aa-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa+a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa-2bb}{2\sqrt{4bb-aa+aa-2a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}-\frac{1}{4}aa+a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}+\frac{1}{4}aa-2bb}} = \frac{o}{2\sqrt{2bb-\frac{1}{2}aa-a\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb}}} = \frac{dy}{dx}.$$

D'où l'on voit qu'au point *m*, à l'endroit du *Maximum* des doubles Triangles, le petit côté de la Courbe eſt encore paralléle à l'axe.

Lorſque $a = b$,

l'Equation

$$y = \frac{\overline{a + x}}{4} \times \sqrt{4bb - aa + 2ax - xx},$$

devient

$$y = \frac{\overline{a + x}}{4} \sqrt{3aa + 2ax - xx}.$$

Et les quatre valeurs de x, qui donnent les *Maximums* & les *Minimums*,

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} \\ x = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}aa + 2bb} \\ x = a + 2b \\ x = a - 2b \end{array}\right\} \text{deviennent} \left\{\begin{array}{l} x = 2a \\ x = -a \\ x = 3a \\ x = -a \end{array}\right.$$

Fig. 7. La portion bmC du rameau $bmCMB$ s'anéantit, le point b tombe ſur le point C, & le rameau ſe change en bMB, qui avec l'autre Rameau bNB, qui lui eſt toûjours égal, & ſemblable, forme la Courbe entiere $bMBNb$.

La fraction

$$\frac{2bb + ax - xx}{2\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} = \frac{dy}{dx},$$

ſe change en

$$\frac{2aa + ax - xx}{2\sqrt{3aa + 2ax - xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx, au point C, il faut ſubſtituer $-a$ à la place de x dans cette fraction; ce qui la change en

$$\frac{2aa - aa - aa}{2\sqrt{3aa - 2aa - aa}} = \frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}.$$

Voyés les Memoires 1716. & 1723. L'on voit par là, ſuivant les excellentes remarques qu'a données M. Saurin ſur cette matiere, que le numerateur & le dénominateur ont un diviſeur commun.

En effet,

$$\frac{2aa + ax - xx}{2\sqrt{3aa + 2ax - xx}} = \frac{\sqrt{\overline{a + x}} \times \sqrt{\overline{a + x}} \times \overline{2a - x}}{2 \times \sqrt{\overline{a + x}} \times \sqrt{\overline{3a - x}}} = \frac{dy}{dx}.$$

Divisant donc le numerateur & le denominateur par $\sqrt{a+x}$, il vient

$$\frac{\sqrt{a+x}\times\overline{2a-x}}{2\sqrt{3a-x}}=\frac{dy}{dx}.$$

Et substituant alors $-a$ à la place de x, l'on trouve

$$\frac{\sqrt{a-a}\times\overline{2a+a}}{2\sqrt{4a}}=\frac{0}{2\sqrt{4a}}=\frac{dy}{dx}.$$

Ce qui apprend qu'au point C, le petit côté de la Courbe est couché sur l'axe.

L'on trouvera, comme cy-dessus, qu'il est paralléle à l'axe au point M, & perpendiculaire au point B.

Mais si l'on fait $a=0$, l'expression des Trapezes

$$\frac{\overline{a+x}}{4}\times\sqrt{4bb-aa+2ax-xx},$$

deviendra l'expression de tous les triangles isoceles possibles,

$$\frac{x}{4}\times\sqrt{4bb-xx}=y.$$

Les quatre valeurs de x

$$\left.\begin{array}{l} x=\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb} \\ x=\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}aa+2bb} \\ x=a+2b \\ x=a-2b \end{array}\right\}\text{deviennent}\left\{\begin{array}{l} x=\sqrt{2bb} \\ x=-\sqrt{2bb} \\ x=2b \\ x=-2b \end{array}\right.$$

La 1.ere donne le *Maximum* des Triangles.

La 2.e donne encore le *Maximum* des Triangles, mais après que les jambes se sont croisées.

La 3.e donne le *Minimum* des Triangles, c'est-à-dire, le Triangle écrasé, les jambes ouvertes.

La 4.e donne l'autre *Minimum* des Triangles, c'est-à-dire, le Triangle écrasé, les jambes croisées.

Il est évident que les deux *Maximums* sont égaux, aussi-bien que les deux *Minimums*, que le point A origine des x, tombe sur le point C, & que la portion negative bmC du Fig. 8.

rameau eſt ſemblable & égale à la portion poſitive *CMB;* Et les deux rameaux enſemble forment la Courbe entiere *bmCMBNCnb.*

La fraction

$$\frac{2bb + ax - xx}{2\sqrt{4bb - aa + 2ax - xx}} = \frac{dy}{dx},$$

ſe change en

$$\frac{2bb - xx}{2\sqrt{4bb - xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

Si l'on veut avoir le rapport du dy au dx au point *C,* lorſque $x = 0$, il faut ſubſtituer o à la place de x dans la fraction

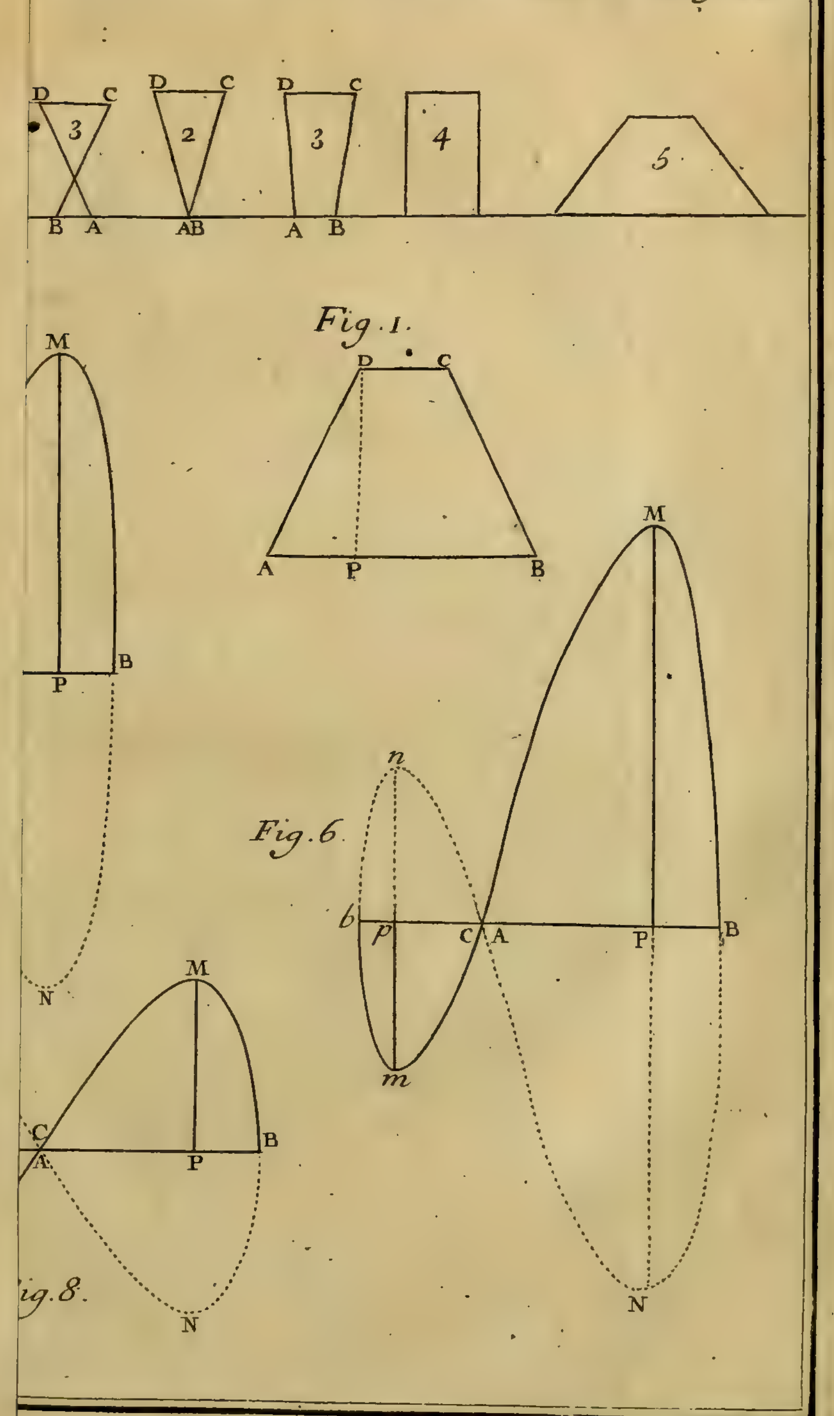
$$\frac{2bb - xx}{2\sqrt{4bb - xx}} = \frac{dy}{dx}.$$

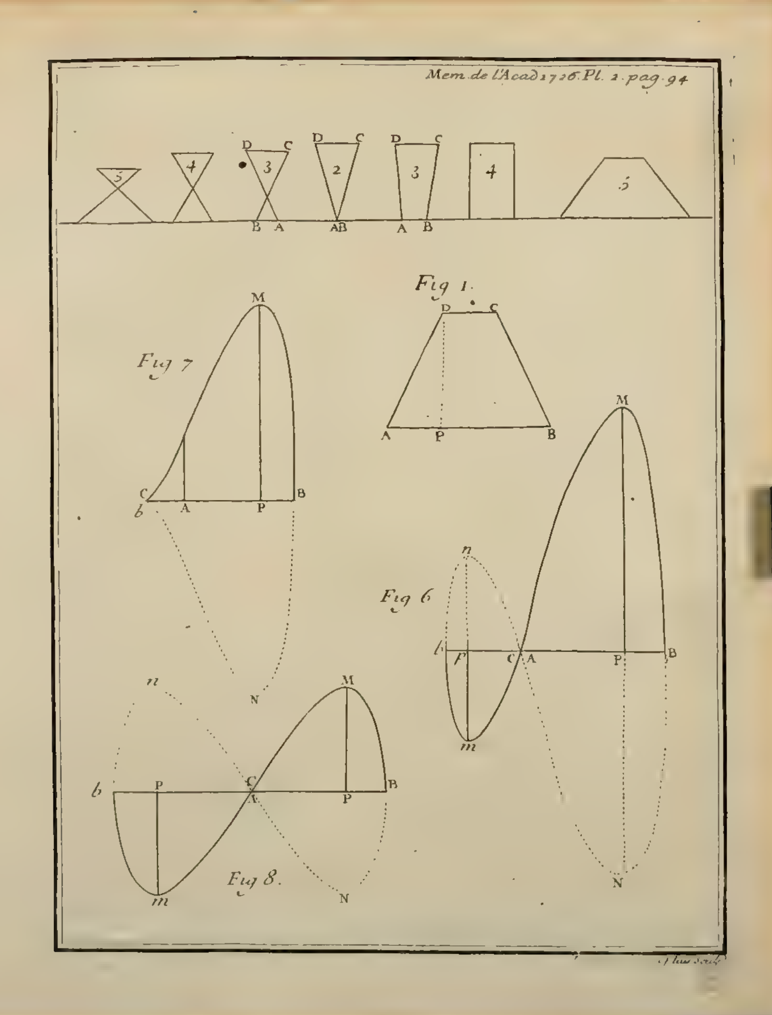
Elle devient

$$\frac{2bb}{2\sqrt{4bb}} = \frac{b}{2} = \frac{dy}{dx}.$$

Ce qui détermine l'angle ſous lequel la Courbe coupe ſon axe au point *C.*




D
C
3
B
A
D
C
2
AB
D
C
3
A
B
4
5
Fig. 1.
D
C
A
P
B
M
B
P
N
Fig. 6.
M
n
b
p
C
A
P
B
m
N
M
C
A
P
B
ig. 8.
N


5
4
D
C
3
B
A
2
AB
Fig 1.
P
Fig 7
M
b
Fig 6
n
m
N
Fig 8.

DIFFERENS MOYENS D'ENFLAMMER, NON-SEULEMENT LES HUILES ESSENTIELLES, MAIS MESME LES BAUMES NATURELS, PAR LES ESPRITS ACIDES.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

ENTRE les différens Phenomenes que la Chymie a découverts de nos jours, on peut regarder comme un des plus surprenans, la production de la Flamme, par le simple mêlange de deux liqueurs, froides au toucher, telles que sont d'une part les esprits acides tirez des Mineraux, & de l'autre, les Huiles essentielles tirées des Plantes.

Beccher est le premier qui ait publié dans sa Physique souterraine, que le mêlange de l'Huile de Vitriol, qui est une liqueur acide très puissante, avec l'Huile de Térébenthine, liqueur sulphureuse, produit une chaleur violente, & même de la flamme. Les Chymistes ont tenté plusieurs fois de repeter cette experience, mais toûjours inutilement. Borrichius, dont le procedé est rapporté dans les Actes de Copenhague, année 1671, observation 71e, s'explique d'une maniere plus précise: Il dit que si l'on mêle dans un vaisseau de verre quatre onces d'Huile de Térébenthine fraîchement tirée, avec six onces de bonne Eau forte nouvelle, & qu'on agite ce mêlange, en tenant le vaisseau couvert, lorsqu'on le découvre au bout d'une demi-heure, la flamme s'en éleve avec des tourbillons de fumée : il ajoûte cependant, que pour la réüssite de l'experience, il faut que les esprits soient très recens, & que le vaisseau soit exposé à la plus grande chaleur du Soleil.

D'autres Chymiſtes celebres ayant auſſi tenté cette operation, en ſuivant le procedé de Borrichius, n'en ont pas été plus ſatisfaits que de celle de Beccher, deſorte que dans la ſuite on n'a parlé de ces deux experiences que comme d'operations douteuſes, dont les auteurs avoient voulu faire un miſtere, n'en étant pas eux-mêmes trop aſſurez.

Il y a de certains faits qu'on neglige comme frivoles, il y en a d'autres qu'on abandonne par dépit, juſqu'à ce que de nouvelles meditations, & bien ſouvent le haſard ſeul, remettent l'Artiſte ſur la voye, & le ramenent à ce point de préciſion neceſſaire pour réüſſir. A force d'eſſais variés, on eſt parvenu cependant à enflammer les Huiles eſſentielles avec de fort Eſprit de Nitre; principalement celles qui ſont tirées des Plantes Aromatiques eſtrangeres, parce qu'elles ſont plus denſes & plus peſantes que celles qu'on tire de nos Plantes d'Europe.

Dès l'année 1698, comme on le voit dans l'Hiſtoire Latine de l'Academie, deuxiéme Edition, M. de Tournefort qui n'avoit pû réüſſir, en tentant l'operation de Borrichius, trouva qu'en mêlant de l'Huile de bois de Saſſafras bien rectifiée, & de l'Eſprit de Nitre bien déflegmé, à parties égales, il en ſortoit une fumée accompagnée d'une flamme rouge. Il eſſaya de produire ce Phenomene, par le mêlange de cet Eſprit de Nitre avec différentes Huiles eſſentielles, & même avec de l'Huile de Geroſle, mais le ſuccés n'en fut pas heureux. M. Homberg y parvint cependant dans la ſuite; & l'on voit dans les Memoires de l'Academie, année 1702, que cette experience réüſſiſſoit avec les Huiles eſſentielles des Plantes Aromatiques des Indes.

Dans le cours public de Chymie que M. de Rouviere fit au Jardin des Apothiquaires en 1706, en travaillant dans les mêmes vûës, il découvrit le moyen de faire cette belle experience, où non ſeulement l'Eſprit de Nitre enflamme l'Huile fetide de Gayac, mais fait naître encore du milieu des flammes un corps rare & ſpongieux qui s'éleve environ deux pieds au-deſſus du vaiſſeau.

Toutes

Toutes ces experiences, quoi-que très belles, ne remplissoient pas l'idée de Borrichius, puisqu'on n'enflammoit pas l'Huile de Térébenthine avec les esprits acides. Il s'agissoit pour cela de preparer une Eau forte très déflegmée.

J'étois déja parvenu à faire un Esprit de Nitre avec quatre parties d'Argile sur une de Salpêtre, qui étoit tellement dépoüillé de son flegme, qu'il allumoit l'Huile du bois de Sassafras & celle du Gerofle.

Pour produire cet effet, il falloit que l'Argile que j'employois fut entierement desséché, aussi-bien que le Nitre, & qu'étant mêlez ensemble encore chauds, on en chargea promptement les cornuës. Avec toutes ces précautions, il falloit encore séparer une partie du premier esprit sortant, parce qu'il contient encore du flegme, & ne prendre que l'esprit qui le suit. C'est cet esprit seul, d'ailleurs trop fort pour quelques dissolutions métalliques, qui peut allumer les Huiles essentielles.

Pour avoir un esprit acide plus puissant encore, j'essayay de tirer une Eau forte par une voye propre à la rendre plus déflegmée, je pris du Vitriol calciné à rougeur, pulverisé & encore chaud, que je mêlay avec partie égale de Nitre, en poudre & bien sec : ces deux Sels me donnerent une Eau forte qui distille promptement, & qui ne manque pas d'enflammer les Huiles essentielles dont j'ai parlé, mais elle est trop forte aussi pour faire la dissolution des métaux.

Comme cette operation est embarrassante à cause que les vapeurs qui s'élevent dans le mêlange des deux Sels, incommodent fort l'Artiste, je pris de l'Huile de Vitriol concentrée, dans laquelle je jettai du Nitre en poudre; puis échauffant vivement ce mêlange, j'eus sans distillation une espece d'Eau forte, à la verité moins active, mais qui versée sur l'Huile de Gayac, l'enflammoit comme dans l'experience que j'ai rapportée.

Cette operation, toute facile qu'elle est, ne pouvoit encore me satisfaire; cependant elle me fit naître l'idée de faire par la distillation une Eau forte, avec l'Huile de Vitriol & le Salpêtre

bien desséché, à la maniere dont on tire l'Esprit de Sel de Glauber.

Je pris donc trois livres de Nitre ou Salpêtre rafiné, bien sec & reduit en poudre très fine, je versay dessus une livre d'Huile de Vitriol : ce mêlange étant fait dans une cornuë, m'a fourni par la distillation au feu de reverbere, 12 onces 7 gros d'un esprit très rouge & très fumant, qu'on a peine à contenir dans la bouteille, quoy-qu'on la bouche bien exactement d'un bouchon de verre. Cet esprit enflamme bien toutes les Huiles essentielles qu'on tire des Plantes Aromatiques des Indes, mais il ne produit pas le même effet sur l'Huile de Térébenthine.

J'avois reconnu d'un autre côté, par plusieurs tentatives, que l'Huile de Vitriol, même la plus concentrée, ne pouvoit seule faire réüssir l'experience de Borrichius, parce qu'en toutes ces experiences, l'Acide du Nitre paroît être le principal agent, lorsqu'il s'agit de produire de la flamme & de l'explosion, par le mêlange d'un esprit acide avec des matieres sulfureuses. Je crû donc que l'union de cette Huile, avec l'esprit fumant que je viens de décrire, rempliroit enfin mon attente.

En effet, ayant mis dans un verre une once d'Huile de Vitriol concentrée, avec autant de cet Esprit de Nitre fumant, & versant par-dessus un pareil volume d'Huile de Térébenthine, j'eus la satisfaction de voir la matiere s'embraser tout à coup avec explosion, & produire une très belle flamme, qui est accompagnée en s'élevant d'un tourbillon de fumée très épaisse ; ce n'est point un feu passager, il dure quelque temps, il consume tout le mêlange qui est dans le verre, & il ne laisse en s'éteignant qu'une petite quantité d'une espece de charbon noir fort leger.

Ayant ainsi réüssi à enflammer l'Huile de Térébenthine, je crû qu'il falloit simplifier mon operation, en me délivrant de l'embarras d'avoir deux liqueurs acides à mêler pour le succés de l'experience : il me fut aisé de juger, que puisque j'étois obligé d'ajoûter de l'Huile de Vitriol à mon esprit de Nitre

fumant, il n'en entroit pas aſſés dans ſa compoſition, eû égard à la quantité de Nitre que j'avois employé, & qu'ainſi il falloit changer la proportion que j'avois obſervée d'abord : au lieu donc de trois livres de Nitre, je n'en pris que deux, avec une livre d'Huile de Vitriol ordinaire, mais de la plus forte, & dont je m'aſſuray par des eſſais que j'expoſerai dans la ſuite de ce Memoire. Je tiray de ce mêlange, par la diſtillation, une eau forte capable d'enflammer l'Huile de Térébenthine ſans autre ſecours. C'eſt ainſi que j'ai executé cette experience l'année derniere, en preſence de pluſieurs perſonnes de conſideration, parmi leſquelles il y en avoit de l'Academie.

Voilà où j'étois arrivé par mes propres recherches, lorſqu'il me tomba entre les mains un Recüeil d'Obſervations Chymiques, intitulé : *Frederici Hofmanni Obſervationum Phiſico-Chymicarum Selectiorum libri tres*, imprimé à Hall en 1722. Cet Auteur y donne une préparation d'Eſprit de Nitre, avec lequel il enflamme, non ſeulement les Huiles eſſentielles qui nous viennent d'Aſie, mais même l'Huile de Térébenthine. Il décrit ſa préparation en ſes termes :

Je prend demi-livre du meilleur Nitre purifié, tel qu'il « nous vient de Moſcovie, parce qu'il eſt entierement débarraſſé « des impuretez du Sel commun, & autant d'Huile de Vitriol « très rectifiée, je mets le tout enſemble dans une cornuë de « verre que je fais diſtiller à un feu de ſable très lent, & j'en tire « en peu d'heures un eſprit ſulfureux très volatile. «

Il prend une once de cet eſprit fumeux & autant d'eſprit de Térébentihne, qu'il mêle dans un grand verre, d'un ouverture & d'une ſurface fort large, à qui il donne le nom de *Sucrier;* & après avoir bien agité ce mêlange, il s'en éleve, dit-il, une flamme très claire, accompagnée d'un peu de fumée. Il obſerve que le feu ne prend pas ſi vîte à l'Huile de Térébenthine, qu'il prend à l'Huile de Gerofle, mais que cela n'arrive qu'au bout de quelque temps : il demande une forte agitation du mêlange, pour en faire ſortir une flamme, qui eſt, ajoûte-t-il, ſi vive, qu'elle menace d'incendie..

Nos procedés ſont bien différens. De quelque maniere que

j'aye executé cette operation, ſoit par le mêlange de l'Eſprit de Nitre & de l'Huile de Vitriol, ſoit par l'Eſprit de Nitre ſeul, preparé avec une plus grande proportion d'Huile de Vitriol, ce feu a toûjours pris ſur le champ à l'Huile de Térébenthine, & même ſi ſubitement, qu'on n'a preſque pas le loiſir de verſer cette Huile ſur les eſprits acides.

Sa préparation de l'Eſprit de Nitre n'eſt pas non plus conforme à la mienne. Il prend pour la faire, partie égale de Salpêtre & d'Huile de Vitriol très rectifiée, ſçavoir demi-livre de l'un & demi-livre de l'autre.

Je ne me ſers pour la mienne, que de l'Huile de Vitriol ſimple, à la verité du meilleur choix; & au lieu de partie égale, j'y joint le double de Salpêtre bien ſec : je fais ma diſtillation dans une cornuë de terre, au feu de reverbere, pouſſé par degrés à la maniere ordinaire, & l'Eſprit qui en vient, produit toûjours ſur le champ, avec l'Huile de Térébenthine, ce grand effet dont parle M. Hofman. De plus, je fais mes experiences dans un verre étroit par en bas, où celles de M. Hofman ne peuvent réüſſir, il luy faut un grand vaiſſeau large de baſe, où le mêlange ſe puiſſe agiter commodément.

Il eſt vrai qu'en prenant des bouteilles de verre, dont on ſe ſert pour mettre des fruits confits à l'Eau de Vie, & qui ont un pied de haut, ſur un peu plus de trois pouces de diametre, j'ai trouvé que la flamme ſe developpoit davantage, parce que la matiere a plus de temps pour s'embraſer, ce qui rend l'operation plus brillante.

Comme rien n'eſt plus délicat, & plus ſujet à caution que les operations de Chymie, ſurtout quand elles ſont ſingulieres & peu connuës, il eſt toûjours à propos de vérifier ce que les Auteurs avancent de nouveau. Ce n'eſt que par cette éxactitude que la Chymie eſt devenuë un art certain, & qu'on l'a debarraſſée d'une grande quantité d'operations, publiées trop au haſard, ſur le ſuccés d'une premiere réüſſite.

J'ai donc ſuivi le procedé de M. Hofman pour la préparation de ſon eſprit de Nitre fumeux, & j'ai obſervé avec le dernier ſcrupule toutes les circonſtances qu'il a preſcrites. Il

m'a parfaitement bien réüssi : j'en ay retiré d'abord quatre onces deux gros, & en continuant la distillation, cinq gros de plus.

Je dois dire, en rendant justice à ce celebre Chymiste, que cette liqueur acide est très curieuse, & qu'elle differe presque totalement des autres esprits de Nitre usitez en Chymie. Celuy que j'ay retiré, en suivant son procedé, est veritablement, comme il le dit, d'une trés belle couleur citrine, & répand dés vapeurs blanches, contre l'ordinaire de tous les esprits acides qu'on tire du Salpêtre, dont le caractere particulier est d'être d'une couleur rouge & de répandre des vapeurs rougeâtres. C'est cette couleur des esprits de Nitre ordinaires, que les Chymistes entêtez de la pierre philosophale, ont nommé le sang de la Salamandre, & sur laquelle ils ont debité tant de folies.

Soit que l'Huile de Vitriol dont je me suis servi dans mon operation, fut plus rectifiée que celle qu'employe M. Hofman; soit que mon Nitre fut plus sec & plus purifié; soit enfin que nôtre Huile de Térébenthine, que j'employe, soit plus propre à l'experience, cet esprit de Nitre l'enflamme tout d'un coup avec explosion; & il n'est pas besoin certainement d'attendre, ni d'agiter le vaisseau pour produire cette violente déflagration, comme le dit M. Hofman en deux endroits de son Livre. C'est un embrasement prodigieux, durable, & tel qu'on ne doit pas l'attendre du simple meslange de deux liqueurs.

Mais il n'est pas necessaire pour cela d'avoir precisément de l'esprit de Nitre, fait à la maniere de M. Hofman; tout autre esprit de Nitre, qui sera bien deflegmé, pourvû qu'on y joigne dans le verre une portion suffisante d'Huile de Vitriol, enflammera non-seulement l'Huile de Térébenthine, mais même les Huiles essentielles de nos Plantes d'Europe; ce qui n'a pas réüssi, ni à M. Hofman, ni à d'autres Chymistes qui l'ont souvent essayé.

J'ay enflammé par ce moyen l'Huile de Genievre, l'Huile de Menthe, l'Huile des Plantes vulneraires distillées, l'Huile

de Citron, l'Huile de Fenoüil, quelques tenuës que ſoient ces ſortes d'Eſſences, en comparaiſon de celles que fourniſſent les Plantes aromatiques des Indes.

Cette obſervation me détermineroit volontiers à préférer, pour ces ſortes d'experiences, le meſlange de l'eſprit de Nitre & de l'Huile de Vitriol rectifiée, à tout autre eſprit acide, de quelque façon qu'il ſoit tiré, parce que de cette maniere elles ne manquent point, & que de l'autre, elles ſont ſujettes à manquer, principalement quand l'eſprit de Nitre n'eſt pas bien récent.

Comme ces experiences ne peuvent ſe faire qu'avec beaucoup de dépenſe & d'embarras, il n'eſt pas inutile, pour ſatisfaire la curioſité, de trouver moyen de les executer avec moins de frais.

Selon M. Hofman, il faut toûjours au moins une once de ſon eſprit & autant d'Huile de Térébenthine, pour produire une belle flamme.

Je le fais par ma méthode à une moindre doſe; car avec le poids d'un gros ſeulement de chacun des deux acides & de trois gros d'Huile de Térébenthine, le meſlange s'enflamme parfaitement.

L'Huile eſſentielle de Citron, & celle de Menthe ont pris feu, en y employant les mêmes doſes.

En joignant à demi-once de l'eſprit fumeux de M. Hofman, deux gros d'Huile de Vitriol concentrée, j'ay enflammé l'eſſence de Fenoüil au poids de demi-once; ce qui n'avoit pas pû réüſſir avec l'eſprit fumeux tout ſeul.

Pour l'Huile eſſentielle de Genievre, j'ay pris la doſe d'une once de chacun des deux acides, ſur une once de cette Huile, & l'experience a réüſſi.

M. Hofman remarque qu'il a auſſi allumé de l'Huile de Genievre qui luy venoit de Turinge; mais qu'il a reconnu que le feu n'y prenoit que parce qu'elle étoit meſlée d'Huile de Térébenthine. Il n'a pû enflammer de veritable Huile de Genievre qu'il avoit tirée lui-même. Je ſuis en cela plus heureux, puiſque l'Huile de Genievre que j'ay enflammée par

ma methode, eſt une Huile de Genievre pure, dont je ſuis ſûr & que j'ay diſtillé moy-même avec ſoin.

Plus les Huiles eſſentielles ſont legeres, comme le ſont celles qu'on tire de nos Plantes d'Europe, plus la doſe des acides doit être forte. C'eſt pourquoy j'ay auſſi employé pour les enflammer la même doſe dont je m'étois ſervi pour l'Huile de Genievre.

Je croyois enflammer l'Huile blanche de Pétrole par ce même procedé, mais je n'ay pû encore y réüſſir, parce que cette ſorte d'Huile minerale eſtant déja un Bitume parfait & chargé d'acides, elle ne peut plus être aſſez penetrée par ces nouveaux eſprits acides, pour en être enflammée, au lieu que les Huiles eſſentielles des Plantes ne forment de Bitume que dans l'inſtant qu'elles fermentent, & qu'elles s'allument par les acides. L'Huile de Vitriol me paroiſt en cela d'une très grande utilité pour procurer l'embraſement des eſſences, qui ſont d'elles-mêmes trop tenuës; parce qu'en commençant à former un Bitume avec elles, l'eſprit de Nitre a plus de priſe pour les penetrer, & pour les mettre tout à la fois dans un mouvement violent, tel que celuy qui doit produire la flamme; au lieu que ſans l'Huile de Vitriol, elles ſe diſſiperoient en fumée avec la ſimple chaleur ordinaire aux fermentations.

Ce ne ſont pas ſeulement les Huiles eſſentielles des Plantes, tant de l'Europe que de l'Aſie, que je rends inflammables par ce procedé, les Baumes naturels le deviennent auſſi. Experience à laquelle on n'avoit pas ſeulement penſé; & pour dire la verité, je ne m'attendois pas trop que le ſuccés en dût eſtre ſi heureux.

On croiroit avec aſſés de raiſon, qu'avant que d'employer ces matieres pour des experiences auſſi delicates, il faudroit tout au moins les avoir purifiées de ce qu'elles ont de plus groſſier & du flegme trop abondant. (C'eſt ce qu'on obtient par les diſtillations & les rectifications qui nous fourniſſent des Huiles claires & limpides, tant de la Térébenthine que des autres Baumes qu'on traite par cette voye;) mais j'ay éprouvé que des préparations, d'ailleurs ſi neceſſaires pour

ſubtiliſer ces matieres ſulfureuſes, ne l'eſtoient pas du tout pour les diſpoſer à s'enflammer par les forts eſprits acides. J'ay allumé la Térébenthine elle-même, telle qu'elle découle des Arbres & qu'on nous l'apporte, ſans autre préparation que de jetter ſur une once de cette matiere, quoy qu'aſſés épaiſſe, un meſlange d'une once d'eſprit de Nitre fumeux & de demi-once d'Huile de Vitriol concentrée. La flamme ſemble durer plus long-temps que dans les autres experiences, & faire pluſieurs exploſions à diverſes repriſes.

Ce n'eſt pas une proprieté particuliere à la Térébenthine; le Baume de Copaü, dont j'eſtois bien ſûr, parce que je l'avois eû de M. Barere, qui l'avoit recüeilli & rapporté luy-même des Iſles, m'a réüſſi aux mêmes doſes; & il a produit une flamme claire & nette avec une forte exploſion, accompagnée d'un peu de vapeurs.

J'ay fait la même experience & aux mêmes doſes, avec le Baume blanc de la Meque qui m'a réüſſi d'une façon toute ſinguliere: La flamme en eſt ſortie avec tant de vivacité & avec une exploſion ſi forte, qu'elle a fait le même bruit qu'un coup d'arme à feu bien chargée. Il y a apparence que les autres Baumes qui coulent des Arbres par la ſimple inciſion, pourvû qu'ils ſoient legitimes, eſtant meſlez avec les eſprits acides ſuivant les formules preſcrites, doivent produire cette flamme ſubite, qui fait un ſpectacle ſi extraordinaire.

Il eſt fâcheux que la dépenſe conſiderable de ces experiences ne permette pas de le repeter auſſi ſouvent que la curioſité l'exigeroit, on en tireroit des inductions pour tâcher d'expliquer la maniere dont les acides agiſſent ſur les matieres ſulfureuſes pour produire de la flamme, & la violente raréfaction des mêmes matieres qui cauſe l'exploſion.

Les vapeurs qui ſortent de ces differentes déflagrations répandent une odeur aromatique aſſez forte, mais qui n'a rien de deſagréable : au contraire en s'affoibliſſant, elle ſe convertit en une eſpece de parfum très doux, qui s'étend au loin & qui ſubſiſte long-temps. Celuy que laiſſe la déflagration du Baume de Copaü a beaucoup de douceur & d'agrément.

L'Huile

L'Huile blanche du Petreole m'a dédommagé par ſon parfum de la flamme qu'elle a manqué de produire avec les eſprits acides : la vapeur qu'elle répand a ſur la fin une odeur d'ambre gris ſi naturelle, auſſi bien que la matiere qui reſte après la fermentation, que tout ce qui y touche eſt parfumé de la même maniere, que ſi on y avoit employé le Muſc & l'Ambre. J'ay une plume, parfumée de la ſorte, qui a conſervé long-temps ſon odeur, parce qu'un petit bout preſque imperceptible avoit trempé dans cette matiere.

On voit par tout ce que j'ay rapporté, que le procedé que je tiens, de joindre l'Huile de Vitriol concentrée avec l'eſprit de Nitre bien deflegmé eſt plus ſûr, plus commode & plus étendu dans la pratique, que celuy de s'en tenir à l'eſprit de Nitre fumeux, quelque excellent qu'il ſoit, comme fait M. Hofman. Nous avons cherché tous les deux à perfectionner ces experiences; & ſi nous convenons en quelque choſe, il n'eſt pas étonnant que des artiſtes dont l'un eſt à Hall en Saxe & l'autre à Paris, ſe rencontrent ſans ſe communiquer, puiſqu'ils travaillent ſur le même ſujet.

Au ſurplus, cette maniere d'allumer l'eſprit de Térébenthine, les Huiles eſſentielles des Plantes d'Europe, & même les Baumes naturels par les eſprits acides, m'a paru une operation aſſés curieuſe & aſſés intereſſante en ce genre, pour meriter d'être publiée, en donnant les différens moyens de la faire réüſſir. En effet elle s'étend beaucoup au-delà des deux operations, publiées depuis ſi long-temps par Beccher & par Olaus Borrichius, que l'on regardoit comme deux problêmes de Chymie des plus difficiles à réſoudre.



DE LA POUSSÉE DES TERRES CONTRE LEURS REVESTEMENS, ET LA FORCE DES REVESTEMENS QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

LES ruines que j'ai vû arriver à plusieurs revestemens, faute d'une bonne construction, m'ont engagé à chercher les regles qu'il faut observer dans les épaisseurs & les talus qu'on leur doit donner, pour qu'ils puissent résister à la Poussée des Terres qu'ils ont à soûtenir.

M. Bullet Architecte du Roy & de l'Academie Royale d'Architecture, & après luy M. Gautier Architecte, Ingenieur & Inspecteur des grands Chemins, Ponts & Chaussées du Royaume, ont entrepris cette recherche avant moy, mais ils ne resolvent point la difficulté; car outre qu'ils ne considérent point les Revestemens comme des corps dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & qu'ils ne font aucune attention aux leviers qui se trouvent employez, tant dans la Poussée des Terres que dans la résistance des Revestemens, ils sont encore tombez dans plusieurs erreurs considérables tant dans le calcul des forces que dans la maniere de considérer le talu des Terres.

Autant les erreurs sont dangereuses dans des regles de pratique, autant il est important de les faire connoître quand on s'en est apperçû : c'est pourquoy avant de considérer quelle est la Poussée des Terres contre les Revestemens dont les surfaces sont graveleuses & inégales, je crois qu'il est à propos, à l'occasion des erreurs de M. Bullet, de déterminer

quelle ſeroit la Pouſſée des Terres contre des Reveſtemens dont les ſurfaces ſeroient planes & polies, & de donner les épaiſſeurs & les talus qui conviendroient à ces ſortes de Reveſtemens; ce qui diviſera ce Memoire en deux parties, dans la première je ſeray voir quel eſt le talu naturel des Terres, quelle eſt leur Pouſſée contre les Reveſtemens dont les ſurfaces ſont planes & polies, & quelles ſont les épaiſſeurs & les fruits qu'il faut donner à ces Reveſtemens.

Dans la ſeconde, je déterminerai quelle eſt la Pouſſée des Terres contre les Reveſtemens dont les ſurfaces ſont graveleuſes, & j'y donneray non ſeulement les baſes & les fruits des Reveſtemens qui doivent ſoûtenir la Pouſſée des Terres, mais encore les baſes & les fruits de ceux qui doivent ſoûtenir la Pouſſée des Terres avec celle des efforts accidentels quelconques.

PREMIE'RE PARTIE.

De la Pouſſée des Terres contre les Reveſtemens, dont les ſurfaces ſont planes & polies, & de la force des Reveſtemens qu'on leur doit oppoſer.

COmme les Terres différentes demandent différens talus, je prendray pour exemple celles qui demandent le plus grand, c'eſt-à-dire, celles dont les parties ſont les plus roulantes & détachées les unes des autres, comme ſeroient des grains de Sable ou des Boulets de Canon, & je ſuppoſerai que toutes ces parties ſont égales entr'elles & parfaitement rondes : c'eſt de cette maniere que M. Bullet a regardé les parties de la Terre, & c'eſt de tout ce qu'il dit, la ſeule choſe qu'on luy puiſſe accorder.

Il dit, *pag. 171 de ſon Architecture Pratique imprimée à Paris en 1691*, que des petits cailloux tous rond arrangés dans leur ſituation naturelle, auront un talu qui formera avec leur baſe de niveau, un angle de 60.° Mais ayant reconnu par l'experience, que les Sables prennent une pente ou talu

plus incliné, il ſuppoſe pour tenir ſur cela le chemin le plus ſeur, qu'ils prennent un talu de 45.° *comme l'on voit, fig. 2.* Ainſi il examine quel ſoûtient *A B E* il faut pour arrêter la Pouſſée du Triangle iſocelle & rectangle *A C B*. Mais comment le fait-il.

Il eſt démontré, dit-il, page 172, *dans les principes de la* Fig. 2. *Statique, qu'un plan étant incliné comme* C B, *qui peut être une table ou un autre corps uni ſur lequel on veut faire tenir une boule, comme* D, *il faut pour tenir cette boule ſur le corps incliné, une force ou puiſſance qui ſoit au poids de la boule comme la hauteur* B A *eſt au plan incliné* C B, *ou comme le côté eſt à la diagonale d'un quarré, &c.* Voilà la Doctrine de M. Bullet ſur les talus & ſur la Pouſſée des Terres, laquelle ſe reduit à ces trois articles.

1.° Que les boulets s'arrangent comme dans la figure premiére, & prennent un talu qui forme avec l'horiſon, un angle de 60.°

Fig. 2. 2.° Que la Pouſſée des Terres eſt à leur peſanteur, comme la hauteur *A B* du plan incliné, eſt à ſa longueur *B C*.

3.° Que les talus des Terres peuvent être regardés comme des plans inclinés, ſur leſquels il faut ſoûtenir les Terres qui veulent ébouler.

Or ces trois articles ſont abſolument faux, car

1.° Il n'eſt pas vrai que les Boulets prendront un talu de 60.° comme nous le ferons voir dans le Corollaire ſecond du Theoreme premier.

2.° La propoſition de Statique qu'il avance, n'eſt vraie Fig. 3. que quand le poids *D* eſt ſoûtenu par une puiſſance *F*, qui agit parallélement au plan incliné *B C*, & elle eſt fauſſe lorſque le corps *D* eſt ſoûtenu par un Reveſtement plan *A B E*, qui agit toûjours horiſontalement contre la boule *D*, comme nous le ferons voir dans le Corollaire du Theoreme ſecond.

3.° Quand même la propoſition de Statique qu'il avance, auroit lieu dans la Pouſſée des Terres, il n'eſt pas vrai qu'on puiſſe regarder le talu *C B* comme un plan incliné ſur lequel il faut ſoûtenir une boule *D*, ainſi que nous le ferons voir dans le Theoreme troiſiéme.

LEMME.

Quand un corps *A* eſt pouſſé par deux forces exprimées par les côtés *AB, AC* d'un parallélogramme, il parcourt la diagonale *AD* du parallélogramme dont les deux forces luy auroient fait parcourir ces mêmes côtés *AB, AC,* & reciproquement quand un corps *A* parcourt, ou fait effort pour parcourir la diagonale *AD* d'un parallélogramme *ACDB,* il eſt pouſſé ſuivant cette diagonale, comme il le ſeroit par deux forces capables de luy faire parcourir les deux côtés *AB, AC* du parallélogramme dont il parcourt la diagonale: comme il n'y a aucune méchanique qui ne démontre ce Lemme, je me contenterai de l'énoncer ſans en rapporter la démonſtration. Fig. 4.

THEOREME I.

Si l'on arrange des boulets les uns ſur les autres, enſorte qu'ils ſe ſoûtiennent ſans Reveſtement. Fig. 5.

1.° *Ils auront un talu dont l'inclinaiſon ſera égale à l'inclinaiſon des faces d'un Tetraëdre ſur ſa baſe.*

2.° *La hauteur* AI *de ce talu* AK *ſera à ſon fruit ou à la longueur de ſa baſe* IK, *comme* $\sqrt{8}$ *eſt à* 1.

DÉMONSTRATION.

PART. I. Il eſt évident que chaque boulet ſera toûjours appuyé ſur trois autres boulets.

Et comme les boulets ſont égaux, ils formeront un Tetraëdre à qui l'on peut donner pour faces les quatre triangles équilateraux *ABC, ACD, ADB, BCD,* qui joignent les centres *A, B, C, D* des quatre boulets pris trois à trois.

Or quelque nombre de boulets qu'on prenne, l'on aura toûjours un Tetraëdre ſemblable au premier *ABCD.* Donc ſi l'on arrange des boulets les uns ſur les autres, enſorte qu'ils ſe ſoûtiennent ſans reveſtement, ils auront un talu *AK* dont l'inclinaiſon *AKD* ſera égale à l'inclinaiſon des faces d'un

Tetraëdre ſur ſa baſe *BCD*. *Ce qu'il falloit* 1.° *démontrer.*

PART. II. *La hauteur* AI *du talu* AK *eſt à ſon fruit ou à ſa baſe* IK, *comme* $\sqrt{8}$ *eſt à* 1.

CAr puiſque le Tetraëdre eſt regulier, ſi l'on abbaiſſe la perpendiculaire *AI*, menée de ſon ſommet *A* ſur ſa baſe *BCD*, elle tombera ſur le milieu de cette baſe, & en même temps ſur ſon centre de gravité en *I*, enſorte que l'on aura $IK = \frac{1}{3} KD$, & partant $ID = \frac{2}{3} KD$; mais $KD = AK$, parce que les faces du Tetraëdre ſont égales. Donc $KI = \frac{1}{3} AK$, & $ID = \frac{2}{3} AK$. C'eſt pourquoy en ſuppoſant $KI = 1$, l'on aura $AK = 3$; & la perpendiculaire *AI* du triangle rectangle *AIK*, ſera $= \sqrt{\overline{AK}^2 - \overline{KI}^2} = \sqrt{9 - 1} = \sqrt{8}$. On aura auſſi $ID = 2$.

Mais $AI = \sqrt{8}$ eſt la hauteur du Tetraëdre, & $KI = 1$ eſt la baſe ou le fruit de ſon talu. Donc la hauteur *AI* du talu *AK* du Tetraëdre, eſt à ſa baſe *KI*, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1. Et par conſéquent la hauteur des Terres qui ſe ſoûtiennent ſans reveſtement, eſt à leur baſe ou fruit, comme la racine de 8 eſt à l'unité. *Ce qu'il falloit* 2.° *démontrer.*

COROLLAIRE I.

Donc ſi la hauteur des Terres eſt pour exemple de 18 pieds, l'on aura la baſe de leur talu naturel en faiſant cette analogie, $\sqrt{8} : 1 :: 18 :$ à un quatriéme terme qui donnera la baſe du talu que prendra cette hauteur de 18 pieds & ce fruit, où cette baſe ſe trouvera de $\frac{18}{\sqrt{8}}$ pied. L'on voit donc que pour avoir le fruit naturel des Boulets ou des Terres dont je regarde chacune des parties qui les compoſent, comme autant de petits grains ſemblables à des petits Boulets tous égaux entr'eux, il n'y a qu'à diviſer leur hauteur quelconque par $\sqrt{8}$, & le quotient donnera leur fruit demandé.

COROLLAIRE II.

Donc le talu des Boulets ne sera pas comme le dit M. Bullet, avec l'horison, un angle de 60 degrés. Car pour qu'un plan *AB, (figure 1,)* fasse avec l'horison un angle *ABC* de 60 degrés, il faut pour cela que sa base *BC* soit égale à la moitié de sa longueur *AB,* parce que dans tout triangle équilateral, comme *ABD,* où les angles sont de 60.°, l'on a $BC = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} BA$. Fig. 1.

Mais nous avons trouvé, *(figure 5,)* que la base *KI* du talu *AK,* n'est que de $\frac{1}{3} AK$. Donc l'angle *AKI* que cette face *ABC* du Tetraëdre fait avec l'horison *KI,* n'est pas de 60 degrés, comme M. Bullet le prétend, mais considérablement plus grand, puisque pour qu'il fut de 60 degrés, il faudroit que *KI* fut $= \frac{1}{2} AK$, au lieu qu'il n'en est que le tiers, suivant la seconde partie du Theoreme premier. Fig. 5.

THEOREME II.

Si l'on retient un corps D *sur un plan incliné* BC, *par un revestement vertical* AB, (figure 6,) *je dis que la pesanteur du corps* D *sera à l'effort qu'il fera contre le revestement, comme la base* QB *du plan est à sa hauteur* BA, *& non pas comme la longueur* CB *dudit plan incliné est à la hauteur* BA *ou son égale* CQ, *comme le prétend M. Bullet.* Fig. 6.

DÉMONSTRATION.

Si du centre de gravité *D* du corps à soûtenir, l'on abbaisse la verticale *DG,* comme aussi les perpendiculaires *DF* sur *AB,* & *DH* sur *CB;* & qu'autour d'une portion *DG* de la verticale prise pour diagonale on acheve le parallélogramme *DHGF;* pour lors la pesanteur du corps *D* estant exprimée par *DG,* l'effort qu'il fera contre le revestement *AB* sera exprimé par *DF,* puisque suivant le Lemme cy-dessus le corps *D* estant poussé par sa pesanteur suivant la diagonale

DG du parallélogramme, l'on peut transformer sa pesanteur en deux autres forces, qui le pousseront, l'une suivant *DF*, & l'autre suivant *DH*, lesquelles seront à sa pesanteur, comme *DF* & *DH* sont à *DG*. Mais de ces deux forces, d'où resulte la pesanteur du corps *D*, il n'y a que la force *DF* qui agisse contre le revestement *AB* puisque l'autre *DH* est entierement soutenuë par le plan incliné *CB* auquel elle est perpendiculaire, donc la pesanteur du corps *D* est à l'effort qu'il fait contre le revestement *AB*, comme *DG* est à *DF*, ou bien comme *DG* est à *GH*, ce qui est le même. Mais $DG : GH :: BQ : QC = AB$, à cause des triangles semblables *DGH*, *BQC*, ayant chacun un angle droit, l'un en *Q* & l'autre en *G*, & l'angle *BCQ* égal à l'angle *DHG*. Comme il est aisé de le voir.

Car *HG* étant parallele à *QB*, l'on aura l'angle *GHB* égal à son alterne *CBQ*. Donc leurs compléments à un droit seront aussi égaux.

Mais l'angle *DHG* est le complément de l'angle *GHB*, de même que l'angle *BCQ* est le complément de l'angle *CBQ*. Donc l'angle *DHG* est égal à l'angle *BCQ*, étant tous deux les compléments à un droit des angles égaux *GHB*, *CBQ*. Donc ces Triangles *DGH*, *BQC* sont semblables, ce qui donnera cette proportion $DG : GH :: BQ : QC$. C'est-à-dire, la pesanteur du corps *D* exprimée par *DG* est à l'effort *DF* qu'il fait contre le revestement vertical *AB*, comme la base *BQ* du plan incliné est à sa hauteur *QC* ou son égal *AB*. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc la poussée d'un Boulet retenu sur un plan incliné par un revestement, n'est pas à sa pesanteur comme la hauteur *AB* du plan est à sa longueur *BC*. Mais bien comme cette même hauteur *AB*, ou son égal *CQ* du même plan incliné est à sa base *BQ*. *Comme nous le venons de démontrer.*

THEOREME

THEOREME III.

Les talus des terres ſur leſquels il faut ſoûtenir avec des reveſtemens les terres qui veulent eſbouler, ne doivent point eſtre regardez comme des plans inclinez, comme le prétend M. Bullet. Figure 7.

DÉMONSTRATION.

Pour mieux faire ſentir la verité de cette propoſition, arrangeons des Boulets les uns ſur les autres comme fait M. Bullet *(fig. 7.)* quoique ce ne ſoit pas le veritable arrangement que ces Boulets prendront d'eux-mêmes, comme nous l'avons démontré dans le Corollaire II. du premier Theoreme : il eſt évident que dans cet arrangement de M. Bullet les Boulets auront un talu qui formera avec l'Horizon un angle de 60. degrés, & la ligne *CB* qui touchera ces Boulets repréſentera un plan *CB* qui fera auſſi avec l'Horizon un angle de 60. degrés. Mais ſi l'on veut arranger des Boulets comme *D* ſur ces premiers, il eſt certain qu'ils ne s'y ſoutiendront pas d'eux-mêmes, mais qu'il faudra employer quelque force, comme celle d'un Reveſtement, pour les empêcher de tomber, enſorte que ces Boulets ſeront ſoûtenus d'un côté par le Reveſtement, & de l'autre par le tas de Boulets.

Mais ils ne ſeront pas ſoûtenus par le tas de Boulets de la même maniere qu'ils le ſeroient par le plan incliné *CB*, car le Boulet *D* étant mis ſur les premiers, il eſt clair qu'il ſera ſoûtenu par le Boulet qu'il touche au point *L*, de la même maniere qu'il le ſeroit par un plan incliné *LK*, qui toucheroit ces deux Boulets au point *L*, & non pas par le plan incliné *CB*. Donc le Boulet *D* ne ſera pas ſoûtenu par le tas de Boulets de la même maniere qu'il le ſeroit par un plan auſſi incliné que le talu de ces Boulets, & par conſéquent, les talus ſur leſquels il faut avec des Reveſtements ſoûtenir les terres qui roulent ou veulent eſbouler, ne doivent point être regardés comme des plans inclinez. Il ſera facile de démontrer

la même propoſition dans le véritable arrangement des terres. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

Fig. 8. 9. Si les talus pouvoient être regardez comme des plans inclinez, comme le dit M. Bullet, il arriveroit que la pouſſée des Terres ſeroit toûjours la même ſur des talus de même hauteur, quelque grands que fuſſent ces talus, comme on le voit aiſément.

Car ſi l'on prend deux talus MN, PQ, (*fig. 8. & 9.*) qui ayent des hauteurs égales MO, PR, & que l'on nomme b la baſe ON du grand, & C la baſe RQ du petit talu, & a la hauteur MO du grand, de même que celle PR du petit talu, puiſque nous ſuppoſons que ces deux talus ont même hauteur.

Alors la coupe des terres qu'il faudra ſoûtenir ſur le grand talu MN, ſera exprimée par $\frac{ab}{2}$, & la coupe des terres qu'il faudra ſoûtenir ſur le petit talu PQ ſera exprimée par $\frac{ac}{2}$. Ainſi en repréſentant la peſanteur des terres par leur coupe ou profil, la peſanteur des terres qui ſeront repréſentées par le grand triangle MNH ſera $= \frac{ab}{2}$, & la peſanteur des terres qui ſeront repréſentées par le petit triangle, & qu'il faut ſoûtenir ſur le petit talu PQ ſera $= \frac{ac}{2}$. Mais ſuivant le Theoreme II. la peſanteur d'un Boulet ou des terres qui ſeroient ſur un plan incliné, eſt à l'effort horizontal qu'elles feroient contre le Reveſtement qu'on leur oppoſeroit, comme la baſe du plan incliné eſt à ſa hauteur; donc nous aurons l'effort horizontal des terres qui ſont ſur le grand talu MN. Par cette analogie $b : a :: \frac{ab}{2}$ qui eſt la peſanteur des terres : eſt à un quatriéme terme qui ſera l'effort horizontal des mêmes terres, & ce quatriéme terme

ſera $\frac{aa}{2}$ pour l'effort horizontal des terres qui ſont ſur le grand talu, l'on aura de la même maniere l'effort horizontal des terres qui ſeront ſur le petit talu *PQ*, par cette même analogie, ſçavoir la baſe c : eſt à la hauteur a : : $\frac{ac}{2}$, qui eſt la peſanteur des terres : eſt à un quatriéme terme qui ſera leur effort horizontal, & ce quatriéme terme ſera $\frac{aa}{2}$, de même que le precedent.

Donc les efforts horizontaux des terres qui ſont ſur ces differents talus de même hauteur ſont égaux, puiſqu'ils ſont tous deux exprimez par $\frac{aa}{2}$. Ainſi la remarque qu'a fait M. Bullet ſur les talus des terres eſt fort inutile en regardant les talus comme des plans inclinez, puiſque les terres qui ſeroient ſur un plan incliné de 45.° ne pouſſeroient ni plus ni moins que celles qui ſeroient ſur un plan incliné de 60.° ayant tous deux même hauteur. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc les efforts horizontaux des terres *MHN, PSQ*, qui ſont ſur des plans inclinez ſont entr'eux comme les quarrez de leur hauteur, puiſque ces efforts ſont exprimez par la moitié du quarré de leur hauteur, & que les moitiez des quarrez ſont comme les quarrez entiers.

THEOREME IV.

Si l'on arrange des Boulets les uns ſur les autres comme ils doivent eſtre ſuivant le premier Theoreme, c'eſt-à-dire, en ſorte qu'ils ayent un talu ſemblable à celuy d'un Tetraëdre, (figure 10,) *je dis que la peſanteur d'un Boulet qu'on mettra ſur ledit talu des Boulets ſera à l'effort qu'il fera contre le Reveſtement, comme* $\sqrt{8}$ *eſt à* 2.

Fig. 10.

DÉMONSTRATION.

Tant qu'un Boulet *A* ſera ſoûtenu par trois autres Boulets, il ne pouſſera point contre le reveſtement *MN*. Mais ſi l'on ôte les deux Boulets *B* & *C* qui le ſoûtiennent du côté dudit reveſtement, alors il pouſſera contre lui avec une force qui ſera à celle de la peſanteur, comme *ID* eſt à *AI*.

Car ſi l'on tire *AG* parallele à *ID*, & *IG* parallele à *AD*, l'on aura un parallélogramme *AGID* qui aura pour diagonale la verticale *AI*.

Ainſi, ſi *AI* repréſente la peſanteur du corps *A*, cette peſanteur ſe changera en deux autres forces, dont l'une agira ſuivant *AG*, & l'autre ſuivant *AD*, avec des forces qui seront à la peſanteur dudit corps *A*, comme *AG*, & *AD* ſont à *AI*, & qui ſeront par conſéquent exprimées par les mêmes lignes *AG*, *AD*. Mais des deux forces dans leſquelles ſe change cette peſanteur exprimée par *AI*, il n'y a que celle exprimée par *AG* qui agiſſe contre le reveſtement *MN*, puiſque l'autre *AD* eſt entierement appuyée ſur le Boulet *D*; Donc la peſanteur du corps ou du Boulet *A*, eſt à l'effort qu'il fait contre le reveſtement *MN*, comme *AI* eſt à *AG*, ou bien ce qui eſt le même, comme *AI* eſt à *ID*, ou bien ſelon la propoſition premiére, qui eſt l'énoncé du preſent Theoreme, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Comme chaque grain de terre peut eſtre conſideré comme un boulet, chacun de ces grains fera contre le Reveſtement un effort qui ſera à ſa peſanteur, comme 2 eſt à $\sqrt{8}$; & par conſéquent tous les grains pris enſemble feront un effort total qui ſera à leur peſanteur, comme 2 eſt à $\sqrt{8}$. C'eſt-à-dire, que la peſanteur des Terres eſt à l'effort qu'elles font contre leur Reveſtement, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2.

REMARQUE SUR LE I. ET IV. THEOREME.

Quelqu'un pourra peut-être dire que dans le Theoreme premier je ne détermine que le plus petit fruit poſſible des Terres, & qu'elles en peuvent avoir un beaucoup plus grand, en ſuppoſant comme j'ay fait, les grains de ſable comme des petits boulets. Fig. 11.

L'on m'accordera, dis-je, qu'il eſt vrai qu'un Tetraëdre aura un talu *AK* dont la hauteur *AI* ſera à ſa baſe *IK*, comme *AI* eſt à *IK*, ou ce qui eſt le même, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1. Fig. 10. Mais on me dira qu'un plus grand nombre de boulets poſés les uns ſur les autres, pourront auſſi prendre un talut *AD* dont la coupe ſera repreſenté par le triangle *AID*, (*fig.* 11,) dont la hauteur *AI* eſt à ſa baſe *ID*, comme $\sqrt{8}$ eſt à 2 ſuivant le Theoreme 1.er où nous avons vû que $ID = \frac{2}{3} AK$, qui vaut 3 dans le temps que $AI = \sqrt{8}$.

Je réponds à cela qu'il eſt vrai que l'on peut auſſi-bien prendre le talu *AD* que le talu *AK* pour le talu naturel des terres, quoique la baſe *ID* de l'un ſoit double de la baſe *KI* de l'autre.

Mais il eſt vrai auſſi que les terres qui ſeront ſur le talu *AD* ne pouſſeront pas davantage contre leur reveſtement *OP*, que celles qui ſeront ſur le talu *AK* pouſſeront contre leur reveſtement *MN* quoyqu'il y ait une fois plus de terre à ſoûtenir ſur ledit talu *AD* que ſur le talu *AK*, puiſque la baſe *ID* de l'un eſt double de la baſe *IK* de l'autre.

Pour démontrer cette propoſition qui pourroit paroître un

paradoxe, & qui paroiſt revenir à la remarque du Theoreme III, il ſuffit de faire voir que chaque partie qui eſt ſur le talu *A D*, (*fig. 11.*) pouſſe une fois moins fort contre ſon revêtement *O P* que chaque partie ſoûtenuë ſur le talu *A K*, (*fig. 10*) ne pouſſe contre ſon reveſtement *MN*. *Et c'eſt ce que je vais démontrer.*

DÉMONSTRATION.

Faites *A Q* paralléle à *K I* & *I Q* paralléle à *K A*, vous aurez un parallélogramme *A K I Q* qui aura pour diagonale la
Fig. 11. verticale *A I*. Ainſi le corps *A*, au lieu d'eſtre pouſſé par ſa peſanteur ſuivant la verticale *A I* peut eſtre pouſſé par deux forces, l'une ſuivant *A Q*, & l'autre ſuivant *A K* qui ſoient à la peſanteur dudit corps, comme *A Q* & *A K* ſont à *A I*. Mais la force qui ſuit *A K* étant dans le triangle *A B C*, qui joint les centres *A, B, C* des trois boulets *A, B, C* eſt entierement appuyée ſur les 2 boulets *B* & *C*. Ainſi il ne reſte que l'autre force ſuivant *A Q* pour pouſſer contre le reveſtement *O P*. Et cette force qui eſt exprimée par *A Q* eſt à la peſanteur du boulet exprimée par *A I* comme *A Q* eſt à *A I*, ou bien ſuivant le Theoreme 1.er comme 1 eſt à $\sqrt{8}$.

Fig. 10. & 11. Mais l'effort du même Boulet *A* contre ſon Reveſtement *MN* du côté du petit talu *A K*, étant exprimé par $AG = ID = 2$, eſt à ſa peſanteur exprimée par ſa verticale $AI = \sqrt{8}$. Dans le rapport de 2. à $\sqrt{8}$. comme il eſt démontré dans le Theoreme IV. Donc l'effort que fait contre le Reveſtement *O P* un boulet ou grain de ſable pris du côté du grand talu *A D* eſt à l'effort que fait contre le Reveſtement *MN* un boulet pris ſur le petit talu *A K*, comme 1 eſt à 2, c'eſt-à-dire, qu'un boulet pris ſur le grand talu, pouſſe une fois moins qu'un boulet pris ſur le petit talu. Et comme il y a une fois plus de boulets ſur le grand talu que ſur le petit, il s'enſuit que tous les boulets pris enſemble qui ſont ſur le grand talu, ne pouſſeront ni plus ni moins que tous les boulets pris enſemble qui ſont ſur le petit talu. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Donc comme nous l'avons remarqué, il n'importe pas lequel on prenne, ou du talu *AK* ou du talu *AD*, pour déterminer la Pouſſée des Terres contre leur Reveſtement, puiſque les Terres qui ſont ſur ces deux talus pouſſeront également; l'on pourroit même dire que les ſables prennent le talu *AD* ou le fruit *ID* préférablement au fruit *IK*, parce que comme l'experience me l'a fait voir à moy-même, ils prennent un talu d'environ 50 degrés, ce qui eſt très approchant de celuy que cette figure nous donne, car le talu *AD* ou l'angle *ADI* eſt de 54.° 44 minutes, comme nous allons le voir, ce qui ne différe de noſdits 50.° que d'environ 4.° $\frac{3}{4}$, ce qui peut venir de l'inégalité des grains de ſable, & de la difficulté qu'il y a de meſurer & former aſſés préciſément ces talus ſabloneux, qui ſont très faciles à ébouler pour peu que les parties de ſable ſe choquent en les verſant.

DÉMONSTRATION.

Le côté *AK* = 3 eſt au côté *KI* = 1, comme le ſinus de l'angle *AIK* qui eſt droit, c'eſt-à-dire, comme le ſinus total 100000 eſt au ſinus de l'angle *IAK* qui ſe trouve d'environ 19.° 28′, & par conſéquent ſon complement *AKI* = 70.° 32 minutes. Maintenant, puiſque *AK* = *KD*, le triangle *AKD* eſt iſocelle, enſorte que les angles à la baſe *KDA*, *KAD*, ſont égaux : c'eſt pourquoy, puiſque nous venons préſentement de trouver l'angle *AKI* de 70.° 32′, nous aurons les deux angles égaux *KDA*, *KAD* pris enſemble, de 109.° 28′ qui eſt le ſupplément à deux droits de l'angle *AKD*; de laquelle ſomme, la moitié qui eſt 54.° 44′ environ, eſt la valeur de l'angle *ADK* formé ſur la baſe horiſontale *DK* par le talu *AD*. *Ce qu'il falloit démontrer.* Fig. 5. 10. & 11.

DÉFINITION.

Quand deux puiſſances ſont appliquées aux bras d'un levier, j'appelle *Energie* le produit de ces puiſſances par leurs Fig. 12.

bras de levier, enſorte que pour que ces deux puiſſances ſoient en équilibre, il faut que leurs énergies ſoient égales, puiſqu'il faut que ces puiſſances ſoient en raiſon réciproque de leurs bras de levier : car ſi deux puiſſances p & π ont pour bras de levier b & β, elles donneront cette analogie, $p : \pi :: \beta : b$, ce qui donne $p b = \pi \beta$, c'eſt-à-dire, des énergies égales.

REMARQUE.

On peut conſidérer les Terres qui pouſſent contre le Reveſtement, comme une infinité de lames égales au profil des terres : l'on peut auſſi conſidérer le Reveſtement comme étant compoſé d'une infinité de lames égales au profil du Reveſtement : cela poſé, il ſuffira pour que les Terres faſſent équilibre avec le Reveſtement contre lequel elles pouſſent, que chaque lame de terre faſſe équilibre avec la lame du Reveſtement qui lui répond; c'eſt pourquoy nous conſidérerons d'abord quelle eſt l'énergie d'une lame de Terre pour renverſer une lame du Reveſtement, & nous conſidérerons enſuite qu'elle doit être la grandeur & la force d'une lame de Reveſtement pour reſiſter à l'énergie d'une lame de terre qui pouſſe contre elle : car puiſque les lames de terre ſont égales entr'elles comme le ſont entr'elles les lames du Reveſtement, il eſt évident que quand nous aurons déterminé qu'elle doit être la grandeur & la forme d'une lame de Reveſtement, nous aurons déterminé la grandeur & la forme de toutes les autres lames qui compoſent le Reveſtement.

Nous comparerons dans la ſuite l'énergie d'une lame de terre avec l'énergie d'une lame de Reveſtement; & pour cela Fig. 13. nous conſidérerons *(fig. 13)* dans le reveſtement BCQ, un levier coudé FQC, dont le point d'appui eſt en Q, & nous remarquerons que l'effort de la lame de terre ABC réünie à ſon centre de gravité D, eſt appliqué au bras de levier FQ, pour faire tourner le Reveſtement autour du point d'appui Q, & que la force ou peſanteur de la lame du Reveſtement $BCQL$ réünie à ſon centre de gravité R, eſt appliquée au bras de levier SQ, pour réſiſter à l'effort des terres qui la veulent

veulent faire tourner autour dudit point d'appui *Q*. Ainsi l'énergie de la lame de terre sera son effort horisontal, multiplié par le bras de levier *FQ*, & l'énergie de la lame *BCQL* du revestement sera sa pesanteur, multipliée par son bras de levier *SQ*.

Comme il s'agit de faire équilibre entre les lames de Terre & les lames de Revestement, il faut que leurs énergies soient égales autour du point d'appui *Q*, c'est pourquoi nous chercherons premierement quelle est l'énergie d'une lame de Terre, ensuite nous déterminerons la grandeur & la forme des lames du Revestement, pour qu'elles ayent une énergie égale à l'énergie des lames de terre.

AVERTISSEMENT.

Dans la suite nous appellerons Revestement, la lame du Revestement que nous considérerons; & nous appellerons Terres, la lame de terre dont nous éxaminerons l'effort.

PROBLEME I.

Déterminer l'énergie ou le momentum des Terres pour renverser les Revestemens.

SOLUTION.

Comme les mêmes Terres peuvent avoir deux différens talus, suivant ce que nous avons dit dans la remarque du Theoreme IV, & qu'il est indifférent de prendre l'un ou l'autre de ces deux talus, je supposerai que la hauteur de leur talu naturel est à la base ou au fruit du même talu, comme $\sqrt{8}$ est à 1, suivant ce que nous avons démontré dans le Theoreme I.

Suivant ces principes, les Terres qui auront un talu, dont la hauteur sera à la base, comme $\sqrt{8}$ est à 1, se soutiendront d'elles-mêmes, sans revestement. Donc il ne faudra soutenir par le revestement *BCQ* que les Terres dont la coupe est représentée par le triangle renversé *ABC*, dont la hauteur Fig. 13.

B C eſt à ſa baſe *A B*, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1. Il eſt encore évident que ſi l'on exprime la peſanteur des Terres par la ſurface de leur coupe, pour lors la peſanteur entiere des Terres ſera réünie au centre de gravité *D* du triangle renverſé *A B C*, enſorte que les Terres dont ce triangle eſt la coupe, pouſſeront le reveſtement *B C Q* par un point *E* qui ſera aux deux tiers de ſa hauteur *B C* pour le renverſer, en le faiſant tourner autour du point *Q*. Et comme l'énergie des Terres ſera d'autant plus grande que le point *E* par lequel elles pouſſent le reveſtement, ſera plus élevé, ou que le bras de levier *E C* ou ſon égal *F Q* auquel eſt appliqué l'effort horiſontal des Terres pour faire tourner le reveſtement autour du point *Q* ſera grand, il eſt abſolument néceſſaire de faire entrer ce levier *F Q* dans la compoſition de l'énergie des Terres contre le Reveſtement, c'eſt-à-dire, qu'il faut multiplier la pouſſée horiſontale des Terres, dont le triangle *A B C* eſt la coupe, par ce bras de levier *E C* ou *F Q* qui eſt les deux tiers de la hauteur *B C* du triangle *A B C*, & c'eſt à quoi M. Bullet n'a fait aucune attention.

Cela poſé, il ne ſera pas difficile de déterminer l'énergie des Terres pour renverſer le Reveſtement, car puiſque la hauteur eſt à la baſe, comme $\sqrt{8}$ eſt à 1, ſi l'on appelle *a* la hauteur *A M* ou *B C* des Terres, on trouvera la baſe *M C* de leur talu par cette analogie, conformément au Corollaire I. du Theoreme I. $\sqrt{8} : 1 ::$ la hauteur *a* des Terres eſt à un quatriéme terme qui ſera leur baſe, & que l'on trouvera $= \frac{a}{\sqrt{8}}$.

La ſuperficie du triangle *A B C* qui eſt la coupe des Terres, ſera donc la moitié de la hauteur *a* multipliée par $\frac{a}{\sqrt{8}}$, c'eſt-à-dire, $\frac{a}{2} \times \frac{a}{\sqrt{8}} = \frac{aa}{2\sqrt{8}}$, puiſque la hauteur *BC* du triangle renverſé *A B C*, eſt exprimée par *a*, & que ſa baſe *M C* eſt exprimée par $\frac{a}{\sqrt{8}}$, telle que nous la venons de trouver par l'analogie précédente; & ſi l'on exprime la peſanteur des Terres

par la surface de leur coupe, cette pesanteur sera aussi exprimée par $\frac{aa}{2\sqrt{8}}$. Mais suivant le Theoreme IV, où nous supposons, comme icy, la hauteur à la base, comme $\sqrt{8}$ est à 1, nous avons la pesanteur des Terres, est à l'effort horisontal qu'elles font contre leur Revestement, comme $\sqrt{8}$ est à 2. L'on aura donc l'effort horisontal des Terres par cette analogie, $\sqrt{8} : 2 :: \frac{aa}{2\sqrt{8}}$, qui est la pesanteur des Terres exprimées par leur coupe : est à un quatriéme terme, qui sera leur effort horisontal contre le Revestement; cet effort horisontal sera donc $\frac{aa}{8}$. Et comme cet effort horisontal des Terres contre le Revestement, est appliqué au bras de levier *EC* ou son égal *FQ*, pour renverser le Revestement, il faut multiplier cet effort que nous venons de trouver $= \frac{aa}{8}$, par le bras de levier *FQ* ou $\frac{2a}{3}$, ce qui est le même; & le produit qui est $\frac{2aaa}{24} = \frac{a^3}{12}$, sera l'énergie desdites Terres pour renverser le revestement en le faisant tourner autour du point *Q*, c'est-à-dire, que l'énergie des Terres est toûjours exprimée par la douziéme partie du cube de leur hauteur. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

Déterminer la construction des Revestemens capables de résister à l'énergie des Terres.

Puisque l'énergie des Terres contre le Revestement est toûjours exprimée par $\frac{aaa}{12}$, c'est-à-dire, par la douziéme partie du cube de leur hauteur, il faut nécessairement que l'énergie du Revestement, ou l'effort qu'il fait contre les Terres pour leur résister & n'être point renversé, soit aussi $= \frac{aaa}{12}$.

Comme la hauteur des Terres eſt toûjours donnée, la hauteur du reveſtement l'eſt auſſi, parce que l'on fait ordinairement les reveſtements de la hauteur des Terres; c'eſt pourquoi il ne s'agit ſeulement que d'en trouver les épaiſſeurs & les baſes. Mais il peut arriver pluſieurs cas différents.

1.° Le reveſtement peut eſtre ſans fruit, & pour lors ſes
Fig. 14. lames ou profils ſeront des parallélogrammes *A C*, dont on connoîtra la hauteur *A B*, & dont il ne faudra chercher que la baſe *B C*.

Fig. 15. 2.° Le profil ou chaque lame du reveſtement peut être triangulaire, & pour lors il ne s'agit que de trouver la baſe *B C* de ſon profil.

Fig. 16. 3.° Le reveſtement peut avoir un fruit donné *C B* comme on fait ſouvent, puiſque l'uſage ordinaire eſt de donner pour fruit la ſixiéme partie de la hauteur, & pour lors il ne s'agit que de déterminer le reſte *B D* de la baſe.

Fig. 17. 4.° L'épaiſſeur *A Q* du reveſtement peut être déterminée dans ſa partie ſupérieure égale à la partie *B C* de la baſe, & pour lors il ne s'agit que de déterminer le fruit *C D* du reveſtement.

18. & 19. 5.° Le reveſtement peut avoir un talu qui n'aille pas juſqu'enhaut, & la hauteur de ce talu peut être donnée avec ſa baſe, pour lors il ne s'agit que de trouver le reſte de la baſe, ou ſi l'on veut la baſe entiere *D C* du même reveſtement.

18. & 20. 6.° L'épaiſſeur *A Q* d'un reveſtement étant donnée dans la partie ſupérieure avec la hauteur *B G* de ſon talu, pour lors il faut trouver la baſe *B C* de ce talu.

Fig. 21. 7.° La baſe entiere du reveſtement peut être donnée, &
22. pour lors il s'agit de déterminer quel doit être ſon fruit qui fait une partie de ſa baſe.

Fig. 21. 8.° La ſurface du profil ou lame du reveſtement peut être
23. donnée, & pour lors il s'agit de déterminer ſon fruit & ſa baſe.

Fig. 18. 9.° Le reveſtement peut être plus élevé que les Terres, &
24. ſon talu peut être plus ou moins élevé que les mêmes Terres, & pour lors il s'agit de trouver l'épaiſſeur ſupérieure, ſi le fruit eſt donné.

10.° Le reveſtement peut être plus élevé que les Terres, & ſon talu peut être plus ou moins élevé que leſdites Terres, & pour lors il s'agit de trouver le fruit, ſi l'épaiſſeur de la partie ſupérieure eſt donnée. Fig. 18, 25.

Je vais réſoudre tous ces cas par ordre.

PREMIER CAS.

Déterminer la baſe d'un Reveſtement qui n'a point de fruit.

SOLUTION.

Soit la hauteur AB du reveſtement........................ $= a$ Fig. 14.
Sa baſe BC que nous cherchons........................ $= x$
La ſurface du parallélogramme AC, ſera............ $= ax$.

Comme nous avons exprimé la peſanteur des lames de Terre par leur ſurface, il faudroit auſſi exprimer la peſanteur des lames du reveſtement par leur ſurface ax, ſi le reveſtement eſtoit de Terre; mais comme il eſt de mâçonnerie, dont je ſuppoſe que la peſanteur eſt à celle de la Terre, comme p eſt à q, il faut pour exprimer ſa peſanteur, chercher une ſurface qui ſoit à ax, comme p eſt à q; ce que l'on fera par cette analogie, $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$; & le quatriéme terme $\frac{pax}{q}$ exprimera la peſanteur du Reveſtement de pierre; mais cette peſanteur $\frac{pax}{q}$, étant réünie au centre de gravité P du parallélogramme AC, eſt appliquée au bras de levier $CQ = \frac{x}{2}$ pour réſiſter à l'effort des Terres qui le veulent renverſer en le faiſant tourner autour du point C. Donc en multipliant cette peſanteur $\frac{pax}{q}$ dudit Reveſtement de mâçonnerie par ſon bras de levier $\frac{x}{2}$, le produit $\frac{paxx}{2q}$ ſera l'énergie du Reveſtement, laquelle énergie doit néceſſairement être égale à l'énergie des Terres, afin de conſerver l'équilibre; mais cette

énergie des Terres a été trouvée dans le Probleme premier $= \frac{a^3}{12}$. Ainſi nous aurons cette Equation $\frac{paxx}{2q} = \frac{a^3}{12}$. D'où l'on tire $xx = \frac{2qaa}{12p} = \frac{qaa}{6p}$, & tirant la racine quarrée, l'on aura $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$; de laquelle Equation, le premier membre x eſt la baſe cherchée BC de nôtre Reveſtement ABC de maçonnerie, & le ſecond membre $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ en eſt la valeur exprimée en grandeurs connuës. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Fig. 14. De l'extremité B de la hauteur AB du Reveſtement, ſoit tirée une ligne BM qui faſſe avec cette ligne AB un angle quelconque ABM, enſuite puiſque le rapport qui eſt entre p & q nous eſt donné, on les exprimera en lignes, comme la figure nous le montre, en p & en q; & on portera de B en M ſur le côté BM, le diviſeur $6p$ de la fraction $\frac{qaa}{6p}$; & ſur ce même côté BM, l'on portera la ligne q de B en N; puis ayant mené la ligne MA, l'on tirera la ligne NE parallele à cette ligne MA, & cette parallele NE retranchera de la hauteur $BA = a$, la partie $BE = \frac{qa}{6p}$, car par la proprieté des triangles ſemblables BAM & BEN, l'on aura cette analogie $BM : BN :: BA : BE$, c'eſt-à-dire, que l'on aura $6p : q :: a : \frac{qa}{6p} = BE$; enſuite ſur la hauteur AB pour diametre, faites un cercle; & du point E tirés luy une perpendiculaire juſqu'à la rencontre dudit cercle en O, & de ce point O de rencontre menés la corde OB; cette corde ſera la baſe x cherchée du Reveſtement propoſé à conſtruire $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}} = x$.

Car OB étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$

& $BE = \frac{qa}{6p}$ comme nous le venons de trouver cy-dessus, l'on aura $OB = \sqrt{\frac{qaa}{6p}} = x$. Donc il faudra faire la base BC du Revestement égale à la corde OB. *Ce qu'il falloit trouver.*

SECOND CAS.

Déterminer la base d'un Revestement dont le profil est triangulaire.

SOLUTION.

Soit la hauteur AB du Revestement.................... $= a$ Fig. 15.
Sa base BC que l'on cherche............................. $= x$
La surface de ce profil triangulaire sera............... $= \frac{ax}{2}$.

Si le revestement estoit de Terre, j'exprimerois sa pesanteur par cette surface $\frac{ax}{2}$, mais comme il est de pierre dont la pesanteur est à celle de la Terre, dans le rapport de p à q, il faut pour exprimer la pesanteur de ce revestement de maçonnerie, chercher une surface qui soit à $\frac{ax}{2}$, dans le rapport de p à q, ce que l'on aura par cette analogie, $q : p :: \frac{ax}{2} : \frac{pax}{2q}$. Dont le quatriéme terme exprime la pesanteur de la maçonnerie dont le triangle ABC est la coupe, & si l'on multiplie cette pesanteur $\frac{pax}{2q}$ réünie à son centre de gravité R par son bras de levier $QC = \frac{2x}{3}$ auquel elle est appliquée, le produit $\frac{paxx}{3q}$ sera l'énergie du Revestement triangulaire qui doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la base $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Fig. 15. De l'extremité B de la hauteur AB du Reveſtement, ſoit tirée une ligne BM qui faſſe avec cette hauteur AB un angle quelconque ABM, puis ayant fait $BM = 4p$, & $BN = q$, tirés la ligne MA, & menés-lui la parallele NE; cette parallele NE retranchera de la hauteur AB, la partie $BE = \frac{qa}{4p}$. Car à cauſe des paralleles MA, NE, l'on aura $BM : BN :: BA : BE$, c'eſt-à-dire, $4p : q :: a : \frac{qa}{4p} = BE$.

Enſuite du point E tirés la perpendiculaire EO ſur AB juſqu'à ce qu'elle rencontre en O un cercle fait ſur AB pour diametre; enfin du point de rencontre O tirés la corde OB, cette corde ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}} = x$.

Ainſi il faudra faire la baſe BC du Reveſtement triangulaire, égale à cette corde OB. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Fig. 15. Il eſt évident que le Reveſtement triangulaire eſt celui où l'on employe le moins de materiaux qu'il eſt poſſible pour réſiſter à l'énergie des Terres; car le Reveſtement où l'on employe le moins de materiaux qu'il eſt poſſible, doit être conſtruit de telle maniere qu'une de ſes parties quelconque ADH, ſoûtienne préciſément l'effort des Terres qui pouſſent contre elle.

Or la portion quelconque ADH du reveſtement triangulaire ſoûtient préciſément l'effort des Terres qui pouſſent contre elle, car ſi l'on tire DF parallele au talu BZ que prendroient les Terres, il eſt évident qu'il n'y aura que la partie ADF des Terres qui pouſſera contre la partie ADH du Reveſtement, car la portion parallélogrammique $ZGDF$ des Terres ayant un talu FD ſemblable au talu ZB, ſe ſoûtiendra d'elle-même, & ne pouſſera point contre la partie ADH du Reveſtement. Or la partie ADH du Reveſtement ſoûtiendra

ſoûtiendra préciſément la portion ADF des terres qui pouſſent contre elle; car puiſque le Reveſtement entier ABC ſoûtient l'effort des Terres ABZ qui ſont de même hauteur que lui, il eſt évident que le Reveſtement ADH étant ſemblable au Reveſtement entier ABC, ſoûtiendra l'effort du triangle de terre ADF qui eſt de même hauteur que lui & qui eſt ſemblable au triangle ABZ, de la même maniere que le Reveſtement entier ABC ſoûtient le triangle entier de Terre ABZ.

Donc une portion quelconque ADH du Reveſtement triangulaire ſoûtiendra préciſément l'effort des Terres qui pouſſent contre lui, de même que le Reveſtement entier ABC ſoûtient l'effort de toutes les terres ABZ.

Donc un Reveſtement triangulaire ABC dont la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ eſt celuy qui contient le moins de materiaux qu'il eſt poſſible pour reſiſter à l'énergie des Terres.

COROLLAIRE II.

L'on voit par la ſolution du premier & du ſecond Cas, que la baſe du Reveſtement triangulaire n'eſt pas double de la baſe du Reveſtement parallélogrammique, car nous avons trouvé la baſe x du Reveſtement triangulaire égale $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, & nous avons trouvé la baſe du Reveſtement parallélogrammique égale $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

Ainſi pour que la baſe du reveſtement triangulaire fut double de la baſe du reveſtement parallélogrammique, il faudroit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ fut égale $2\sqrt{\frac{qaa}{6p}} = \sqrt{\frac{4qaa}{6p}} = \sqrt{\frac{2qaa}{3p}}$. Or $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ eſt beaucoup plus petite que $\sqrt{\frac{2qaa}{3p}}$. Dans le rapport de $\sqrt{\frac{1}{4}}$ à $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Donc la baſe du reveſtement triangulaire n'eſt pas double de la baſe du reveſtement parallélogrammique.

COROLLAIRE III.

Donc la baſe du reveſtement triangulaire eſt à la baſe du reveſtement parallélogrammique, comme $V\frac{1}{4}$ eſt à $V\frac{1}{6}$, puiſque la baſe du premier eſt $V\frac{qaa}{4p}$ & que la baſe du ſecond eſt $V\frac{qaa}{6p}$.

COROLLAIRE. IV.

Comme le reveſtement triangulaire contient moins de materiaux qu'aucun autre reveſtement, il s'enſuit que plus un reveſtement approchera du triangulaire, c'eſt-à-dire, moins un reveſtement aura d'épaiſſeur dans ſa partie ſupérieure, & moins il contiendra de materiaux.

COROLLAIRE V.

Comme le reveſtement parallélogrammique eſt le plus épais de tous dans ſa partie ſuperieure, il s'enſuit que ce reveſtement contient plus de materiaux qu'aucun autre.

COROLLAIRE VI.

Quand le profil d'un reveſtement ſera composé d'un parallélogramme & d'un triangle, il eſt évident que la baſe du triangle qui eſt ſon fruit doit être plus petite que $V\frac{qaa}{4p}$ qui eſt la baſe d'un reveſtement triangulaire, & que la baſe du parallélogramme doit être plus petite que $V\frac{qaa}{6p}$, qui eſt la baſe d'un reveſtement parallélogrammique. Car ſi le triangle avoit une baſe $= V\frac{qaa}{4p}$, ou ſi le parallélogramme avoit ſa baſe $= V\frac{qaa}{6p}$, l'un des deux ſuffiroit pour ſoûtenir l'énergie des terres, ſuivant le 1.er & 2.e cas.

TROISIÉME CAS.

Construire un revestement ADC, *dont le fruit* BC *est donné.*

SOLUTION.

Comme la hauteur AB & le fruit BC de ce revestement sont donnez, il est évident qu'il ne s'agit que de déterminer le reste DB de sa base. Fig. 16.

Mais il faut remarquer que le revestement étant composé d'un parallélogramme & d'un triangle, son fruit donné BC qui est la base du triangle, doit être plus petit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$; selon le Corollaire VI. du second cas. Soit donc donné le fruit BC plus petit que $\sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. Cela posé soit la hauteur donnée AB .... $= a$

Le fruit donné BC .... $= b$

Et le reste inconnu DB de la base .... $= x$

La surface du parallélogramme AD sera .... $= ax$

Et la surface du triangle ABC sera .... $= \frac{ab}{2}$.

Si le revestement étoit de terre j'exprimerois sa pesanteur par sa surface; mais comme il est de mâçonnerie dont la pesanteur est à celle de la Terre comme p est à q, il faut pour exprimer sa pesanteur chercher une surface qui soit à celle de sa coupe comme p est à q. C'est pourquoy nous aurons la pesanteur de sa partie parallélogrammique ax par cette analogie $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$ dont le quatriéme terme $\frac{pax}{q}$ exprime la pesanteur de la mâçonnerie parallélogrammique AD. Nous aurons de même la pesanteur du triangle ABC, dont la surface est $\frac{ab}{2}$ par cette analogie $q : p :: \frac{ab}{2} : \frac{pab}{2q}$, dont le quatriéme terme exprime la pesanteur de la mâçonnerie triangulaire ABC.

Donc si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{q}$ de la mâçonnerie parallélogrammique réünie à son centre de gravité P par son bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$ le produit $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q}$ sera l'énergie de cette mâçonnerie parallélogrammique. On aura de même l'énergie de la mâçonnerie triangulaire ABC, en multipliant la pesanteur $\frac{pab}{2q}$ réünie à son centre de gravité R par son bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$, & le produit $\frac{2pabb}{6q} = \frac{pabb}{3q}$ sera l'énergie de cette maçonnerie triangulaire. Ajoûtant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q}$ sera l'énergie du revestement entier, qui doit étre égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des terres, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la base entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

De l'extremité B de la hauteur AB du Revestement, tirés une ligne BF qui fasse avec la hauteur AB un angle quelconque ABF, ensuite ayant fait $BF = 6p$, & BG
Fig. 16. $= q$, tirés la ligne FA, menés-luy la parallele GE, & cette parallele GE retranchera de la hauteur AB une portion $BE = \frac{qa}{6p}$, comme nous l'avons fait voir dans les cas précédens; ensuite du point E tirés EM perpendiculaire sur AB jusqu'à ce qu'elle rencontre en M le cercle fait sur AB pour diametre, & de ce point M tirés la corde MB, & cette Corde sera $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, comme nous l'avons déja vû dans les cas précédens. Maintenant divisés le fruit donné BC, c'est-à-dire, la base du triangle en trois parties égales, & par

la premiére division T la plus prochaine du point B tirés sur BC la perpendiculaire TN jusqu'à ce qu'elle rencontre en N un cercle fait sur BC pour diametre, & de ce point de rencontre N tirés la Corde NB, cette Corde NB étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BT = \frac{b}{3}$ sera $= \sqrt{\frac{bb}{3}}$.

Enfin mettés ces deux Cordes BM & BN à angle droit en les transportant sur les côtés du triangle rectangle ABC, sçavoir BM en BS & BN en BL & tirés l'hypotenuse SL. Cette hypotenuse sera $\sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}} = x + b$. C'est-à-dire, égale à la base entiere du Revestement qu'il falloit construire, ainsi il faut faire la base entiere CD du Revestement égale à cette hypotenuse SL. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme dans la pratique l'on fait ordinairement le fruit égal à la sixiéme partie de la hauteur, c'est-à-dire $= \frac{a}{6}$, il est évident que cette construction revient au troisiéme cas que nous venons de résoudre, & que pour avoir l'équation qui exprime la valeur de cette base totale dont le fruit $= \frac{a}{6}$, il n'y a qu'à substituer dans l'équation qui donne la base de ce troisiéme cas, qui est $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$, le fruit $\frac{a}{6}$ & ses puissances en la place du fruit b & de ses puissances, ce qui changera l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ en celle-cy $x + \frac{a}{6} \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{aa}{108}}$.

COROLLAIRE II.

Si le Revestement à construire est pour exemple de 18 pieds de hauteur, il est évident qu'il faudra mettre 18 & ses puissances en la place de a & de ses puissances. C'est-à-dire qu'il faudra mettre 18 en la place de a, & 324 en la place

de aa, ce qui changera l'Equation $x+\frac{a}{6}=\sqrt{\frac{qaa}{6p}+\frac{aa}{108}}$ qui exprime la baſe dans le Corollaire précédent, en celle-cy $x+\frac{a}{6}$ ou bien $x+3=\sqrt{\frac{324q}{6p}+\frac{324}{108}}=\sqrt{\frac{54q}{p}+3}$. Et ſi l'on détermine la valeur de p & de q, c'eſt-à-dire, le rapport qu'il y a entre le poids de la maçonnerie & le poids de la terre, par exemple de 2 à 1, l'Equation $x+3=\sqrt{\frac{54q}{p}+3}$, ſe changera en celle-cy, $x+3=\sqrt{\frac{54}{2}+3}=\sqrt{30}$. C'eſt-à-dire, la baſe entiere $x+3=5$ pieds 5 pouces & près de 9 lignes. Si l'on veut trouver la baſe d'un Reveſtement dont la hauteur ſoit plus ou moins grande que 18 pieds, dont on veüille que le fruit ſoit égal à la ſixiéme partie de ſa hauteur, il n'y a qu'à faire cette regle de proportion, ſi 18 pieds de hauteur demande 5 pieds 5 pouces 9 lignes de baſe entiere, combien demanderont par exemple 36 pieds de hauteur, & le quatriéme terme 10 pieds 11 pouces 6 lignes ſera la baſe entiere du Reveſtement de 36 pieds de hauteur, ſur laquelle baſe on prendra d'abord $\frac{1}{6}$ de la hauteur pour le fruit.

REMARQUE.

Il faut remarquer que ces deux Corollaires ne peuvent ſervir que pour les Reveſtemens qui ont leur fruit égal à $\frac{1}{6}$ de leur hauteur, & que ſi l'on vouloit un fruit différent, comme pour exemple de $\frac{1}{8}$ de la hauteur, il faudroit avoir recours à l'équation $x+b=\sqrt{\frac{qaa}{6p}+\frac{bb}{3}}$, & y mettre le fruit que l'on demande & ſes puiſſances, en la place de b *& de ſes puiſſances; comme l'on a fait dans les deux Corollaires précédens.*

COROLLAIRE III.

Il eſt évident que l'Equation $x=\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui donne la baſe du Reveſtement dans le premier Cas, revient à celle-cy,

$x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ qui donne la baſe du troiſiéme Cas, car le Reveſtement parallélogrammique n'eſt autre choſe qu'un Reveſtement dont le fruit b eſt $= 0$. Ainſi ſubſtituant zero en la place de b dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$, le Reſultat $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ ſera l'Equation qui donne la baſe du Reveſtement parallélogrammique, comme nous l'avons trouvé dans le premier cas.

QUATRIE'ME CAS.

L'Epaiſſeur AQ *de la partie ſupérieure d'un Reveſtement étant donnée, trouver ſa baſe entiere* BD *ou ſon fruit* CD.

SOLUTION.

Puiſque le Reveſtement doit avoir un fruit que l'on cherche, l'épaiſſeur AQ de ſa partie ſupérieure qui eſt la baſe de ſa partie parallélogrammique, doit être, *(Corol. VI, Cas II,)* plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui eſt la baſe du Reveſtement parallélogrammique, cela poſé. Fig. 17.

Soit la hauteur AB du Reveſtement.......... $= a$
L'épaiſſeur AQ de ſa partie ſupérieure.............. $= b$
Le fruit CD que l'on cherche.......................... $= x$
La ſurface du parallélogramme $ABCQ$ ſera...... $= ab$
La ſurface du triangle rectangle QCD ſera...... $= \frac{ax}{2}$.

Si le Reveſtement étoit de Terre, j'exprimerois ſa peſanteur par ſa ſurface $ab + \frac{ax}{2}$, mais comme il eſt de maçonnerie dont la peſanteur eſt à celle de la Terre, comme p eſt à q, nous aurons la peſanteur de la partie parallélogrammique par cette analogie, $q : p :: ab : \frac{pab}{q}$, & ce quatriéme terme $\frac{pab}{q}$, ſera la peſanteur du parallélogramme $ABCQ$.

L'on aura de même la pesanteur de la partie triangulaire QCD par cette analogie $q : p :: \frac{ax}{2} : \frac{pax}{2q}$, & ce quatriéme terme $\frac{pax}{2q}$, sera la pesanteur du triangle QCD.

Maintenant si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pab}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OD = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ sera son énergie.

De même si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{2q}$ du triangle par son bras de levier $ZD = \frac{2x}{3}$, le produit $\frac{paxx}{3q}$ sera son énergie.

Et si l'on ajoute ensemble l'énergie du parallélogramme & celle du triangle, leur somme $\frac{paxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$, sera l'énergie du Revestement entier.

Or l'énergie du Revestement doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui nous donne cette Equation $\frac{paxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire le fruit $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{3}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Fig. 17. De l'extremité B de la hauteur AB du Revestement tirés une ligne BF qui fasse avec cette hauteur AB un angle quelconque ABF; puis ayant fait cette ligne $BF = 4p$ & $BG = q$, tirés la ligne FA & lui menés du point G une parallele GE. Cette parallele retranchera de la hauteur AB une partie $BE = \frac{qa}{4p}$. Car à cause des paralleles FA, GE, l'on a $BF : BG :: BA : BE$, ou ce qui est le même $4p : q :: a : \frac{qa}{4p} = BE$, ensuite du point E tirés sur AB la perpendiculaire EM jusqu'à ce qu'elle rencontre en M un cercle fait sur ladite hauteur AB pour diametre, & tirés la Corde MB

MB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{4p}$ sera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$. Puis ayant fait $BT = \frac{3}{4}$ de BC, c'est-à-dire $= \frac{3b}{4}$ tirés TN perpendiculaire sur BC jusqu'à la rencontre en N du cercle fait sur BC pour diametre, & menés la Corde NB. Cette Corde NB étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BT = \frac{3b}{4}$, sera $= \sqrt{\frac{3bb}{4}}$. Enfin, mettés ces deux Cordes BM & BN à angle droit, en les transportant sur les côtés de l'angle droit ABD, sçavoir BM en BS & BN en BL, & l'hypothenuse SL sera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} = \frac{3b}{2} + x$ suivant la solution, & retranchant de cette hypothenuse SL une partie $LV = \frac{BC}{2} = \frac{b}{2}$, le reste SV sera $= \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2} = x + b$ qui est la base entiere du Revestement, ainsi il faut faire la base entiere $BD = SV$. Et comme nous connoissons l'épaisseur donnée de la partie parallélogrammique en la retranchant de SV, le reste sera la valeur du fruit, dont l'Equation est $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{3b}{2}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Il est évident que le Revestement triangulaire peut revenir à ce quatriéme Cas, où l'épaisseur de la partie supérieure du Revestement est donnée, car le Revestement triangulaire n'est autre chose qu'un Revestement dont l'épaisseur de sa partie supérieure est zero. Ainsi en substituant zero en la place de b dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$ qui donne la base de ce quatriéme Cas, le resultat $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ sera l'Equation qui donne la base du Revestement triangulaire, comme nous l'avons trouvé dans le second Cas.

CINQUIE'ME CAS.

Le fruit BC *d'un Revestement étant donné avec la hauteur* BG *de son talu, que je suppose plus petite que la hauteur* AB *du Revestement, trouver la base entiere* DC *de ce Revestement.*

SOLUTION.

Fig. 18. Soit la hauteur AB donnée du Revestement. $= a$
La hauteur BG du talu.............................. $= c$
La base BC du talu, c'est-à-dire, le fruit...... $= b$
Le reste inconnu DB de la base................. $= x$
La base entiere DC sera.............................. $= b+x$.

Comme le Revestement doit avoir un fruit, sa coupe sera composée d'un parallélogramme & d'un triangle.

La surface du parallélogramme sera.................... $= ax$.

Et la surface du triangle GBC sera...................... $\frac{bc}{2}$.

Comme la pesanteur de la maçonnerie est à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons, comme dans les autres cas, la pesanteur du parallélogramme par cette analogie $q:p::ax:\frac{pax}{q}$, dont le quatriéme terme $\frac{pax}{q}$ sera la pesanteur du parallélogramme.

On aura de même la pesanteur du triangle GBC par cette analogie $q:p::\frac{bc}{2}:\frac{pbc}{2q}$, dont le quatriéme terme $\frac{pbc}{2q}$ est la pesanteur du triangle GBC.

Si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OC = \frac{x}{2}+b$, leur produit $\frac{paxx}{2q}+\frac{pabx}{q}$ sera son énergie.

De même, si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pbc}{2q}$ du triangle, réünie à son centre de gravité R par son bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$, le produit $\frac{pbbc}{3q}$ sera l'énergie du triangle GBC,

& ajoutant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ ſera l'énergie entiere du Reveſtement.

Or cette énergie du Reveſtement doit être égale à celle $\frac{aaa}{12}$ des Terres que nous ſuppoſons toûjours de même hauteur que le Reveſtement, ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la baſe entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

De l'extremité B de la hauteur AB tirés une ligne BM qui faſſe avec cette hauteur AB un angle quelconque ABM; & ayant fait cette ligne $BM = 6p$, & $BN = q$, menés la ligne MA, & du point N tirés-lui la parallele NE, cette parallele déterminera ſur la hauteur AB une partie $BE = \frac{qa}{6p}$. Fig. 19.

Maintenant ſi du point E on éleve ſur BA une perpendiculaire juſqu'à la rencontre O d'un cercle fait ſur BA pour diametre, & que de ce point O on mene la Corde OB, cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$, & $BE = \frac{qa}{6p}$, ſera $= \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$.

Enſuite ayant fait $BF = AB - \frac{2}{3}GB$, c'eſt-à-dire $= a - \frac{2c}{3}$, tirés la ligne AC, & du point F menés-lui une parallele FH. Cette parallele retranchera de BC une portion $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, car à cauſe des paralleles AC & FH l'on aura $AB : BF :: BC : BH$, ou ce qui eſt le même, l'on aura $a : a - \frac{2c}{3} :: b : BH$. Ce qui donne $aBH = ab - \frac{2bc}{3}$, laquelle équation étant diviſée par a, donne $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, comme nous l'avons dit cy-deſſus.

Maintenant ſi du point H l'on tire HZ perpendiculaire ſur BC juſqu'à ce qu'elle rencontre en Z un cercle fait ſur BC pour diametre, & que du point de rencontre Z l'on mene la Corde BZ. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BH = b - \frac{2bc}{3a}$, l'on aura cette analogie $BC : BZ :: BZ : BH$, ou ce qui eſt le même, $b : BZ :: BZ : b - \frac{2bc}{3a}$. Ce qui donne $\overline{BZ}^2 = bb - \frac{2bbc}{3a}$, & partant $BZ = \sqrt{bb - \frac{2bbc}{3a}}$, enfin mettant ces deux Cordes OB & BZ angle droit en tranſportant OB en BS & BZ en BL, l'hypothenuſe SL ſera $= \sqrt{\overline{BS}^2 + \overline{BL}^2} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{BZ}^2} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}} = x + b$ qui eſt la baſe entiere du Reveſtement, ainſi il faudra faire la baſe CD du Reveſtement égale à SL. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Il eſt évident que la Solution du premier Cas revient à celle de ce cinquiéme Cas, qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

Car le Reveſtement du premier Cas étant parallélogrammique, c'eſt-à-dire, n'ayant point de fruit, on peut le regarder comme le Reveſtement de ce cinquiéme Cas, dont le fruit eſt devenu égal zero, ainſi en ſubſtituant zero en la place du fruit b dans l'équation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$, le reſultat qui eſt $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$, ſera l'équation qui donne la baſe du premier Cas.

COROLLAIRE II.

On voit auſſi clairement que l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ qui donne la baſe du troiſiéme Cas, revient à

l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$, qui donne la base de ce cinquiéme Cas. Car le Revestement du troisiéme Cas n'estant different de celui de ce cinquiéme Cas, qu'en ce que le talu du revestement va jusques en haut dans le troisiéme Cas, & a par conséquent sa hauteur $= a$, au lieu que dans ce cinquiéme Cas le talu ne va pas jusqu'en haut du revestement, & n'a pas par conséquent sa hauteur c égale à la hauteur a. Il est évident qu'en rendant la hauteur c du talu de ce cinquiéme Cas égale à la hauteur a du revestement, l'on aura le revestement du troisiéme Cas.

Ainsi si l'on substituë a en la place de c dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$, il en resultera $x + b =$ $= \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bba}{3a}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bb}{3}} =$ $= \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ qui est l'équation qui donne la base du troisiéme Cas.

SIXIE'ME CAS.

L'Epaisseur A Q *d'un Revestement étant donnée dans sa partie supérieure avec la hauteur* B G *de son talu, trouver la base* B C *de ce talu.*

SOLUTION.

Soit la hauteur AB du Revestement.......... $= a$ Fig. 18.
La hauteur BG du talu.......... $= c$
L'Epaisseur AQ de la partie supérieure du Revestement ou son égal DB.......... $= b$
La base inconnuë BC du talu.......... $= x$

Comme le Revestement doit selon l'hypothese avoir un talu, son profil sera composé d'un parallélogramme & d'un triangle, & par conséquent la base DB du parallélogramme doit être plus petite que $\sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ (suivant le Corollaire VI. du second Cas.)

La surface du parallélogramme sera.................... $= ab$.

La surface du triangle sera.................................. $= \frac{cx}{2}$

Comme nous supposons toûjours la pesanteur de la mâçonnerie à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons comme dans les autres cas la pesanteur du parallélogramme par cette analogie, $q:p::ab:\frac{pab}{q}$, dont le quatriéme terme est la pesanteur du parallélogramme.

Nous aurons de même la pesanteur du triangle GBC par cette analogie, $q:p::\frac{cx}{2}:\frac{pcx}{2q}$, dont le quatriéme terme est la pesanteur du triangle.

Si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pab}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OC = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ sera l'énergie du parallélogramme.

De même si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pcx}{2q}$ du triangle par son bras de levier $TC = \frac{2x}{3}$, le produit $\frac{2pcxx}{6q} = \frac{pcxx}{3q}$ sera l'énergie du triangle.

Et ajoutant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ sera l'énergie du Revestement entier, & comme cette énergie du Revestement doit être égale à l'énergie $\frac{a^3}{12}$ des Terres que nous supposons toûjours de même hauteur que luy, nous aurons cette Equation $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q} = \frac{a^3}{12}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qa^3}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c}$ qui sera la base BC du talu. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Fig. 20. Ayant fait $BK = q$ du sommet G du talu donné, tirés GK & menés-lui par le sommet A du Revestement, une

parallele AI, vous aurez $BI = \frac{qa}{c}$. Car à cauſe des paralleles GK, AI, l'on a $BG : BA :: BK : BI$.

C'eſt-à-dire............ $c : a :: q : \frac{qa}{c} = BI$. Enſuite ayant fait $BE = 4p$ tirés EI & menés-lui par le point A une paralléle AL, vous aurés $BL = \frac{qaa}{4pc}$. Car à cauſe des paralleles EI, AL, l'on a

$$BE : BA :: BI : BL.$$

C'eſt-à-dire......... $4p : a :: \frac{qa}{c} : \frac{qaa}{4pc} = BL$.

Puis ayant tranſporté BL en BX ſur le prolongement de la hauteur AB, décrivés un cercle ſur AX pour diametre, & vous aurés ſon Ordonnée $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$. Car BV étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BX = BL = \frac{qaa}{4pc}$, l'on aura $BA : BV :: BV : BX$.

C'eſt-à-dire................ $a : BV :: BV : \frac{qaa}{4pc} = BX = BL$. D'où l'on tire $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Maintenant ayant fait $BO = \frac{3b}{2}$ tirés GO & menés-lui la parallele AM, vous aurés $BM = \frac{3ab}{2c}$.

Car à cauſe des parallêles GO, AM, l'on a

$$BG : BA :: BO : BM.$$

C'eſt-à-dire......... $c : a :: \frac{3b}{2} : \frac{3ab}{2c} = BM$.

Puis ayant fait un cercle ſur BM, pour diametre prolongés le côté vertical QD du reveſtement juſqu'à la rencontre de la circonference de ce cercle, & du point de rencontre N tirez la corde NM. Cette corde ſera $= \sqrt{\frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$.

Car puiſque $DB = b$ par la ſuppoſition, & que nous avons trouvé $BM = \frac{3ab}{2c}$, nous aurons $MD = BM - BD = \frac{3ab}{2c} - b$, & par conſéquent MN étant moyen-

ne proportionnelle entre BM & MD, nous aurons

$$BM : MN :: MN : MD.$$

C'est-à-dire............ $\frac{3ab}{2c} : MN :: MN : \frac{3ab}{2c} - b.$
D'où l'on tire $MN = \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}$ comme nous avons dit.

Maintenant transportés cette Corde MN de B en R & tirés la ligne RV. Cette ligne RV sera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$. Car à cause de l'angle droit RBV, l'on a $RV = \sqrt{\overline{BV}^2 + \overline{BR}^2} = \sqrt{\overline{BV}^2 + \overline{MN}^2} = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}}$, & retranchant de cette ligne RV une partie $RT = BM = \frac{3ab}{2c}$, nous aurons le reste $TV = RV - RT =$
$\sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c} = x$, qui est le fruit cherché du Revestement, ainsi il faut faire le fruit BC demandé du Revestement $= TV$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

Il est évident que le second & quatriéme Cas reviennent à ce sixiéme Cas-ci.

Car 1.° dans le second Cas l'on cherche un Revestement triangulaire, c'est-à-dire, dont la partie supérieure soit zero, & dont le talu aille jusqu'en haut, c'est-à-dire, ait sa hauteur c égale à la hauteur a du Revestement.

Ainsi en substituant zero en la place de l'épaisseur b de la partie supérieure du Revestement, & a en la place de la hauteur c du talu, dans l'Equation de ce sixiéme Cas, qui est $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c}$, le resultat $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$, sera l'équation qui donne la base du Revestement dans le second Cas.

2.° Dans le quatriéme Cas l'on cherche le fruit x d'un Revestement

Reveſtement dont le talu va juſqu'en haut, au lieu que dans ce ſixiéme cas le talu ne va pas juſqu'en haut, ainſi ſi l'on faiſoit aller le talu du ſixiéme cas juſqu'en haut, c'eſt-à-dire, ſi l'on faiſoit la hauteur c de ce talu égale à la hauteur a du Reveſtement, ce ſixiéme cas deviendroit le quatriéme, & mettant a en la place de c dans l'équation qui nous donne ſon fruit, elle deviendroit $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa} + \frac{9aabb}{4aa} - \frac{3abb}{2a}} - \frac{3ab}{2a} = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{9bb}{4} - \frac{3bb}{2}} - \frac{3b}{2} = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{3b}{2}$ qui eſt l'équation qui donne le fruit du Reveſtement dans le quatriéme Cas.

SEPTIE'ME CAS.

La baſe entiere du Reveſtement étant donnée, déterminer quel ſera ſon fruit, & quelle ſera l'épaiſſeur de ſa partie ſupérieure, c'eſt-à-dire ſon épaiſſeur au Cordon.

SOLUTION.

Comme le Reveſtement doit être compoſé d'un parallélogramme & d'un triangle, il faut que ſa baſe ſoit donnée plus petite que celle du Reveſtement triangulaire, & plus grande que celle d'un Reveſtement parallélogrammique. Fig. 21.

Cela poſé ſoit la hauteur AB du Reveſtement .... $= a$.

Sa baſe entiere BD .... $= b$.

La partie CB de la baſe ou l'épaiſſeur AQ de la partie ſupérieure .... $= x$.

Son fruit CD ſera .... $= b - x$.

La ſurface du parallélogramme ſera .... $= ax$.

La ſurface du triangle ſera .... $= \frac{ab - ax}{2}$.

Comme nous ſuppoſons toûjours la peſanteur de la maçonnerie à celle de la terre, comme p eſt à q, nous aurons la peſanteur du parallélogramme par cette analogie $q : p ::$

$ax : \frac{pax}{q}$, dont le quatriéme terme $\frac{pax}{q}$ exprime la peſanteur du parallélogramme. On aura de même la peſanteur du triangle par cette analogie $q : p :: \frac{ab-ax}{2} : \frac{pab-pax}{2q}$, dont le quatriéme terme ſera la peſanteur du triangle.

Maintenant ſi l'on multiplie la peſanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $OD = b - \frac{x}{2}$, le produit $\frac{pabx}{q} - \frac{paxx}{2q}$ ſera l'énergie du parallélogramme.

De même en multipliant la peſanteur $\frac{pab-pax}{2q}$ du triangle par ſon bras de levier $TD = \frac{2b-2x}{3}$, le produit $\frac{pabb-2pabx+paxx}{3q}$ ſera l'énergie du triangle QCD.

Et ſi l'on ajoûte enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{pabx}{q} - \frac{paxx}{2q} + \frac{pabb-2pabx+paxx}{3q}$ ſera l'énergie du Reveſtement entier, laquelle étant abregée, devient $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q}$.

Or cette énergie doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui donne cette équation $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire $x = -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb} + b$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Fig. 22. Ayant fait $BM = 2p$ & $BN = q$, tirés la ligne MA, & menés-lui par le point N une parallele NE, cette parallele donnera $BE = \frac{qa}{2p}$.

Enſuite du point E tirés EL perpendiculaire ſur AB juſqu'à la rencontre L d'un cercle fait ſur AB pour diametre, & de ce point L menés la corde LB, cette corde étant

moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{2p}$ fera $= \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$.

Maintenant faites $BR = 2b$ & ayant décrit fur cette ligne pour diametre un cercle BPR faites la corde $PR = b$ & tirés la corde BP, cette corde BP fera $= \sqrt{3bb}$. Car à caufe de l'angle droit BPR l'on aura $BP =$ $\sqrt{BR^2 - PR^2} = \sqrt{4bb - bb} = \sqrt{3bb}$.

Enfuite fur la corde BP, pour diametre faites un demi-cercle BSP, & faites la corde $PS = BL = \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$ & tirés la corde BS. Cette corde BS fera $= \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$, car $BS = \sqrt{BP^2 - PS^2} = \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$. Enfin faites $CD = BS = \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$ fur la bafe $BD = b$; & le refte BC fera $= BD - BS = b - \sqrt{3bb - \frac{qaa}{2p}}$, ou ce qui eft le même $= -\sqrt{-\frac{qaa}{2p} + 3bb}, + b = x$. Ainfi il faut faire l'épaiffeur x ou AQ qui eft l'épaiffeur de la partie fupérieure du reveftement $= BC$, & faire fon fruit $CD = BS$. *Ce qu'il falloit trouver.*

HUITIE'ME CAS.

La furface du profil du Reveftement étant donnée, trouver fa bafe & fon fruit.

SOLUTION.

Soit la hauteur AB du Reveftement............ $= a$ Fig. 21.
La furface de fon profil.................................. $= ab$
L'épaiffeur inconnuë de fa partie fupérieure.. $= x$
Son fruit inconnu ou la bafe de fon talu....... $= z$
La bafe entiere inconnuë fera........................ $= x + z$

La partie parallélogrammique du profil ſera.. $= ax$

La partie triangulaire.................... $= \frac{az}{2}$

La ſurface entiere du profil.......... $= ax + \frac{az}{2} = ab.$

Et par conſéquent le triangle $\frac{az}{2} = ab - ax$, & diviſant par a & multipliant par 2, l'on aura $z = 2b - 2x$.

Comme la peſanteur de la maçonnerie eſt à celle de la terre dans le rapport de p à q, l'on aura la peſanteur de la partie parallélogrammique du profil par cette analogie $q : p :: ax : \frac{pax}{q}$ dont le quatriéme terme en eſt la peſanteur.

L'on aura de même la peſanteur de la partie triangulaire par cette analogie $q : p :: \frac{az}{2}$ ou $:: ab - ax : \frac{pab - pax}{q}$, dont le quatriéme terme en eſt la peſanteur.

Et multipliant la peſanteur $\frac{pax}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $= z + \frac{x}{2} = 2b - 2x + \frac{x}{2} = 2b - \frac{3x}{2}$, le produit $\frac{2pabx}{q} - \frac{3paxx}{2q}$ ſera l'énergie du parallélogramme.

De même en multipliant la peſanteur $\frac{pab - pax}{q}$ du triangle par ſon bras de levier $\frac{2z}{3} = \frac{4b - 4x}{3}$, le produit $\frac{4pabb - 4pabx - 4pabx + 4paxx}{3q} = \frac{4pabb - 8pabx + 4paxx}{3q}$ ſera ſon énergie, ajoûtant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{2pabx}{q} - \frac{3paxx}{2q} + \frac{4pabb - 8pabx + 4paxx}{3q} = -\frac{2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q}$ ſera l'énergie du Reveſtement entier qui doit être égale $\frac{aaa}{12}$, ce qui donne cette équation $-\frac{2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Sur l'horisontale PG prenés $BP = 3b$ & $BR = b$, l'on aura $PR = 4b$; sur cette ligne PR comme diametre décrivés un cercle PSR, & du point S où le cercle rencontre la hauteur AB, tirés la corde PS. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $PR = 4b$ & $BP = 3b$ sera $= \sqrt{12bb}$. Fig. 23.

Maintenant ayant fait $BM = 2p$ & $BN = q$, tirés MA, & lui menés par le point N une parallele NE, vous aurés $BE = \frac{qa}{2p}$. Car à cause des paralleles MA, NE, l'on a $BM : BN :: BA : BE$.

C'est-à-dire............... $2p : q :: a : \frac{qa}{2p} = BE$.

Ensuite du point E tirés EO perpendiculaire sur AB jusqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait sur AB pour diametre, & du point O de rencontre tirés la Corde OB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $AB = a$ & $BE = \frac{qa}{2p}$ sera $= \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$.

Puis faites un cercle sur PS pour diametre, & inscrivés-lui une Corde $SL = BO = \sqrt{\frac{qaa}{2p}}$ & tirés la Corde PL. Cette Corde sera $= \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}$.

Car à cause de l'angle droit PLS l'on a $PL = \sqrt{\overline{PS}^2 - \overline{SL}^2} = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}$.

Enfin de cette Corde PL retranchés une portion $PV = 2b$, le reste VL sera $= \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b = x$. Ainsi il faut faire la base x de la partie parallélogrammique du profil, ou ce qui est le même, l'épaisseur de la partie supérieure du Revestement $= VL$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Comme dans la ſolution nous avons trouvé le fruit $z = 2b - 2x$. Si l'on met en la place de x la valeur $\sqrt{12bb - \frac{qaa}{2b}} - 2b$ (telle que nous l'avons trouvée,) l'on aura le fruit $z = 2b - 2\sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} + 4b$ $= 6b - 2\sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}}$.

COROLLAIRE II.

Puiſque dans la ſolution nous avons trouvé $z = 2b - 2x$, & que dans la conſtruction nous avons trouvé $VL = x$, & que nous avons fait $PV = 2b$. Si de $PV = 2b$ l'on retranche $TP = 2VL = 2x$, l'on aura le reſte $TV = 2b - 2x = z$. Ainſi il faut faire le fruit z du reveſtement $= TV$.

NEUVIE'ME CAS.

E'tant donnée une hauteur AB *quelconque de Reveſtement avec la hauteur* BG *quelconque de ſon talu, & la grandeur* BC *de ſon fruit trouver l'épaiſſeur* AQ *de la partie ſupérieure ou le reſte* DB *de la baſe.*

SOLUTION.

Fig. 18. Soit la hauteur AB du Reveſtement............ $= d$

La hauteur BG de ſon talu........................ $= c$

Son fruit donné BC................................ $= b$

Le reſte DB de la baſe ou l'épaiſſeur AQ de la partie ſupérieure................................ $= x$

La baſe entiere ſera................................ $= x + b$

La ſurface de la partie parallélogrammique du profil.. $= dx$

La ſurface de la partie triangulaire............... $= \frac{bc}{2}$.

Comme nous ſuppoſons toûjours la peſanteur des mate-

riaux à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons la pesanteur du parallélogramme AD par cette analogie, $q : p :: dx : \frac{pdx}{q}$, dont le quatriéme terme en sera la pesanteur.

L'on aura de même la pesanteur du triangle GBC par cette analogie $q : p :: \frac{bc}{2} : \frac{pbc}{2q}$ dont le quatriéme terme en sera la pesanteur.

Multipliant la pesanteur $\frac{pdx}{q}$ du parallélogramme par son bras de levier $OC = \frac{x}{2} + b$ le produit $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q}$ en sera l'énergie.

De même multipliant la pesanteur $\frac{pbc}{2q}$ du triangle par son bras de levier $TC = \frac{2b}{3}$ le produit $\frac{2pbbc}{6q} = \frac{pbbc}{3q}$ en sera l'énergie.

Et ajoûtant ensemble ces deux énergies, leur somme $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbbx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ sera l'énergie du Revestement entier, laquelle doit être égale à l'énergie des Terres, ce qui donne cette Equation $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q} + \frac{pbbc}{3q} = \frac{aaa}{12}$. D'où l'on tire la base entiere $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Ayant pris sur la hauteur donnée $AB = d$ du Revestement, la grandeur $BF =$ à la hauteur a des Terres, & ayant fait $BP = q$ tirés la ligne PA & menés-lui par le point F la parallele FN. Cette parallele donnera $BN = \frac{aq}{d}$. Car à cause des paralleles AP, FN, l'on a Fig. 24.

$$BA : BF :: BP : BN.$$

C'est-à-dire............... $d : a :: q : \frac{qa}{d} = BN$.

Ensuite ayant fait $BM = 6p$, tirés la ligne MF &

menés-lui par le point N une parallele NE. Cette parallele donnera $BE = \frac{qaa}{6pd}$. Car à cause des paralleles MF, NE, l'on aura.................. $BM : BN :: BF : BE$.

C'est-à-dire.......... $6p : \frac{qa}{d} :: a : \frac{qaa}{6pd} = BE$.

Maintenant tirés EO perpendiculaire à la hauteur AB jusqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait sur BF pour diametre, & du point de rencontre O tirés la Corde OB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BF = a$ & $BE = \frac{qaa}{6pd}$ sera $= \sqrt{\frac{qaaa}{6pd}}$.

Ensuite ayant fait $BH = d - \frac{2c}{3}$, tirés la ligne AC du haut du Revestement à l'extremité du fruit, & menés-lui par le point H une parallele HR vous aurés $BR = \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d}$.

Car à cause des paralleles AC, HR, l'on a cette analogie

$$BA : BH :: BC : BR.$$

C'est-à-dire.... $d : d - \frac{2c}{3} :: b : \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d} = BR$.

Maintenant du point R tirés sur BC la perpendiculaire RS jusqu'à ce qu'elle rencontre un cercle fait sur BC pour diametre, & du point de rencontre S tirés la Corde SB. Cette Corde étant moyenne proportionnelle entre $BC = b$ & $BR = \frac{db}{d} - \frac{2bc}{3d}$ sera $= \sqrt{bb - \frac{2bbc}{3d}}$.

Enfin ayant mis les Cordes OB & SB à angle droit, en mettant OB en LB & SB en ZB, tirés l'hypothenuse LZ. Cette hypothenuse sera la base entiere du Revestement.

Car $LZ = \sqrt{\overline{LB}^2 + \overline{BZ}^2} = \sqrt{\overline{OB}^2 + \overline{ZB}^2} = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bbc}{3d}} = x + b$. Ainsi il faut faire la base entiere DC ou $x + b$ du Revestement égale à l'hypothenuse LZ.

Comme le fruit BC qui est une partie de la base est donné, & que la base entiere est $= LZ$, l'autre partie de la base

la baſe qui eſt l'épaiſſeur demandée de la partie ſupérieure, ſera auſſi donnée $= LZ - BC$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on vouloit que le Reveſtement que l'on ſuppoſe plus élevé que les terres fut parallélogrammique, il faudroit que ſon fruit $BC = b$ devint égal zero, ainſi il faudroit ſubſtituer zero en la place de b dans l'Equation $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bbc}{3d}}$ & le réſultat $x = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd}}$ donneroit la baſe du reveſtement parallélogrammique.

COROLLAIRE II.

Si l'on vouloit que la hauteur du reveſtement parallélogrammique fut égale à celle des terres, il faudroit faire non ſeulement $b =$ zero, mais il faudroit encore faire la hauteur d du reveſtement propoſé $=$ à la hauteur a des terres, c'eſt-à-dire, qu'il faudroit ſubſtituer zero en la place de b, & a en la place de d, ce qui changeroit l'Equation de ce neuviéme cas en celle-cy $x = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ qui eſt précisément celle qui nous donnoit la baſe du reveſtement parallélogrammique dans le premier Cas.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que le Reveſtement euſt un talu, & que la hauteur de ce talu auſſi-bien que celle du Reveſtement, fut égale à la hauteur a des Terres comme dans le troiſiéme Cas, il faudroit dans la formule qui donne la baſe du neuviéme Cas, ſubſtituer a en la place de d & de c, & le réſultat $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa} + bb - \frac{2bba}{3a}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ ſeroit la formule qui donneroit la baſe de ce Reveſtement, comme dans le troiſiéme Cas.

COROLLAIRE IV.

Si l'on vouloit que le Reveſtement ne fut pas plus élevé

que les Terres & que ſon talu n'alla pas juſqu'en haut, ce Reveſtement ſeroit préciſément celui du cinquiéme Cas, & pour lors il faudroit ſeulement ſubſtituer a en la place de d dans la formule qui donne la baſe du neuviéme Cas, ce qui la changeroit en celle-cy $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pa} + bb - \frac{2bbc}{3a}} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$ qui eſt la formule qui donne la baſe du cinquiéme Cas.

Ainſi l'on voit que ce neuviéme Cas renferme le premier, le troiſiéme & le cinquiéme Cas, comme nous l'avons fait voir dans les Corollaires 2, 3 & 4[e] *de ce neuviéme Cas.*

COROLLAIRE V.

Si dans ce neuviéme Cas l'on vouloit établir la hauteur c du talu égale à la hauteur a des Terres, il n'y auroit qu'à ſubſtituer a en la place de c. Ce qui changeroit la formule du neuviéme Cas en celle-cy $x + b =$ $\sqrt{\frac{qaaa}{6pd} + bb - \frac{2bba}{3d}}$.

DIXIE'ME CAS.

E'tant donnée une hauteur quelconque AB *de Reveſtement & la hauteur quelconque* BG *de ſon talu avec l'épaiſſeur* AQ *de ſa partie ſupérieure, trouver ſon fruit* BC.

SOLUTION.

Fig. 18. Soit la hauteur donnée du Reveſtement QD... $= d$

La hauteur BG de ſon talu........................ $= c$

L'épaiſſeur AQ de ſa partie ſupérieure ou DB... $= b$

Le fruit inconnu BC........................ $= x$

La ſurface du parallélogramme AD ſera.......... $= db$

La ſurface du triangle GBC ſera...................... $= \frac{cx}{2}$.

Comme la peſanteur de la maçonnerie eſt à celle de la terre dans le rapport de p à q, nous aurons la peſanteur du parallélogramme AD par cette analogie $q : p :: db : \frac{pdb}{q}$,

dont le quatriéme terme ſera la peſanteur cherchée.

L'on aura de même la peſanteur du triangle *GBC* par cette analogie $q:p::\frac{cx}{2}:\frac{pcx}{2q}$ dont le quatriéme terme ſera la peſanteur cherchée.

Multipliant la peſanteur $\frac{pdb}{q}$ du parallélogramme par ſon bras de levier $OC = x + \frac{b}{2}$, le produit $\frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q}$ ſera ſon énergie.

De même en multipliant la peſanteur $\frac{pcx}{2q}$ du triangle par ſon bras de levier $TC = \frac{2x}{3}$, le produit $\frac{2pcxx}{6q} = \frac{pcxx}{3q}$ ſera ſon énergie.

Ajoutant enſemble ces deux énergies, leur ſomme $\frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q} + \frac{pcxx}{3q}$ ſera l'énergie du Reveſtement entier, laquelle doit être égale à l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des Terres, ce qui nous donne cette équation $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pdbx}{q} + \frac{pdbb}{2q} = \frac{aaa}{12}$.

D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9ddbb}{4cc} - \frac{3dbb}{2c}} - \frac{3db}{2c}$ qui exprimera la valeur du fruit $BC = x$. *Ce qu'il falloit trouver.*

CONSTRUCTION.

Ayant fait $BK = q$ & $BF =$ à la hauteur a des terres du ſommet G du talu, tirés la ligne GK & menés-lui par le point F une parallele FI, vous aurés $BI = \frac{qa}{c}$. Fig. 25.

Car à cauſe des paralleles GK, FI, l'on a

$BG : BF :: BK : BI$.

C'eſt-à-dire.......................... $c : a :: q : \frac{qa}{c}$.

Enſuite ayant fait $BE = 4p$, tirés EI & menés-lui par le point F une parallele FL, vous aurés $BL = \frac{qaa}{4pc}$.

Car à cauſe des paralleles EI, FL, l'on a . . . . . .

$BE : BF :: BI : BL.$

C'eſt-à-dire......... $4p : a :: \frac{qa}{c} : \frac{qaa}{4pc} = BL.$

Puis ayant tranſporté BL de B en X ſur le prolongement de la hauteur AB. Décrivés un cercle ſur FX pour diametre, & la partie BV de l'horizontal ſera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Car BV étant moyenne proportionnelle entre $BF = a$ & $BX = BL = \frac{qaa}{4pc}$. L'on a $BF : BV :: BV : BX.$

C'eſt-à-dire.......................... $a : BV :: BV : \frac{qaa}{4pc}.$

D'où l'on tire $BV = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

Maintenant ayant fait $BO = \frac{3b}{2}$, tirés la ligne GO & menés-lui par le ſommet A du reveſtement la parallele AM, vous aurés $BM = \frac{3bd}{2c}$.

Car à cauſe des paralleles GO, AM
l'on a $BG : BA :: BO : BM.$

C'eſt-à-dire......... $c : d :: \frac{3b}{2} : \frac{3bd}{2c} = BM.$

Enſuite prolongés le côté QD du Reveſtement juſqu'à ce qu'il rencontre en N un cercle fait ſur BM pour diametre, & tirés la Corde NB. Cette Corde ſera $= \sqrt{\frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$. Car puiſque $BD = b$ par l'hypotheſe, & que nous avons trouvé $BM = \frac{3bd}{2c}$, nous aurons $MD = BM - BD = \frac{3bd}{2c} - b.$

Or la Corde MN eſt moyenne proportionnelle entre BM & MD.

Ce qui donne cette analogie $BM : MN :: MN : MD$

C'eſt-à-dire........................ $\frac{3bd}{2c} : MN :: MN : \frac{3bd}{2c} - b.$

Donc $MN = \sqrt{\frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}}$.

Maintenant tranſportés cette Corde MN de B en R &

tirés *RV*. Cette ligne *RV* sera $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c}$.

Car à cause de l'angle droit *RBV*, l'on a $RV =$ $\sqrt{\overline{BV}^2 + \overline{BR}^2} = \sqrt{\overline{BV}^2 + \overline{MN}^2} =$ $\sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c}$.

Enfin si l'on retranche de cette ligne *RV* une partie $RT = BM = \frac{3bd}{2c}$, l'on aura le reste $TV = RV - RT =$ $\sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc}} - \frac{3bbd}{2c} - \frac{3bd}{2c} = x$ qui est le fruit cherché *BC* du Revestement proposé. Ainsi il faut faire le fruit $BC = TV$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Si l'on fixe la hauteur c du talu égale à la hauteur a des Terres, il faudra substituer a en la place de c, ce qui changera la formule de ce dixiéme Cas en celle-ci $\sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{9bbdd}{4aa}} - \frac{3bbd}{2a} - \frac{3bb}{2a} = x$.

COROLLAIRE II.

Si l'on fixe la hauteur du Revestement & celle de son talu toutes deux égales à la hauteur a des Terres, il est évident que ce dixiéme Cas deviendra le quatriéme, & qu'il faudra substituer a en la place de la hauteur d du Revestement & de la hauteur c des Terres, ce qui changera la formule qui donne le fruit dans le dixiéme Cas en celle-ci $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa} + \frac{9bbaa}{4aa}} - \frac{3bba}{2a} - \frac{3ba}{2a} =$ $\sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{9bb}{4}} - \frac{3bb}{2} - \frac{3b}{2} = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{3b}{2}$ qui est la formule du quatriéme Cas.

COROLLAIRE III.

Si l'on fixe la hauteur d du Revestement à la hauteur a des Terres, sans fixer son talu de la même hauteur, ce

dixiéme Cas deviendra le ſixiéme, & il faudra ſubſtituer a en la place de la hauteur d du Reveſtement, ce qui changera la formule de ce dixiéme Cas en celle-ci $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbaa}{4cc}} - \frac{3bba}{2c} - \frac{3ba}{2c}$ qui eſt la formule du ſixiéme Cas.

COROLLAIRE IV.

Si l'on veut que le Reveſtement ſoit triangulaire, ſans fixer ſa hauteur, il eſt évident 1.° que le Reveſtement n'aura point d'épaiſſeur à ſa partie ſupérieure, ce qui donnera $b =$ zero. Ainſi il faudra ſubſtituer zero en la place de b dans la formule de ce dixiéme Cas, ce qui la changera en celle-ci, $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc}}$.

COROLLAIRE V.

Si l'on veut que le Reveſtement ſoit triangulaire, c'eſt-à-dire, qu'il n'ait point d'épaiſſeur à ſa partie ſupérieure, & qu'on fixe ſa hauteur égale à la hauteur a des Terres, il eſt évident que la hauteur c du talu ſera la même que celle du Reveſtement, & comme l'on a fixé la hauteur du Reveſtement $= a$ & ſon épaiſſeur par le haut $=$ zero, il faut ſubſtituer a en la place de c & zero en la place de b. Ce qui changera la formule de ce dixiéme Cas en celle-cy $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pa}} = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ qui eſt la formule du ſecond Cas.

Ainſi l'on void que ce dixiéme Cas comprend le ſecond, le quatriéme & le ſixiéme, & comme le neuviéme Cas comprend le premier, le troiſieme & le cinquiéme, nous aurions pû nous contenter de ces deux Cas, puiſqu'ils renferment tous les Cas dont on peut avoir beſoin dans la pratique.

REMARQUE.

Je n'ay déterminé juſqu'icy que les baſes des reveſtemens dont l'énergie eſt la plus petite qu'il eſt poſſible, étant ſeulement capable de faire équilibre avec l'énergie des terres dont ils doivent ſoûtenir la pouſſée.

Cependant il ne convient point dans la pratique de ſe contenter de cet équilibre, & il eſt abſolument néceſſaire de donner aux reveſtemens une force beaucoup plus grande que celle qui leur ſuffit pour faire équilibre avec l'énergie $\frac{aaa}{12}$ des terres, c'eſt ce que l'on fait dans la pratique, au moyen des renforts ou contreforts, qui ſont des eſperons rentrans en dedans du terreplein des Terraſſes ou Remparts, ou bien en augmentant ſeulement le profil du Reveſtement, enſorte que l'énergie du Reveſtement ſurpaſſe celle des Terres, ou ſoit à celle des Terres dans un rapport quelconque, comme de 3 à 2 ou de 4 à 3, ou plus generalement dans le rapport de *m* à *n*. Ce qui changera les formules des dix cas précédens en d'autres qui ſeront beaucoup plus generales, puiſqu'elles contiendront le rapport qui eſt entre l'énergie du Reveſtement & l'énergie des Terres.

Soit donc ſuppoſé l'énergie du Reveſtement que j'appelle z à l'énergie des Terres $\frac{aaa}{12}$ Dans le rapport de *m* à *n*. C'eſt-à-dire, $z : \frac{aaa}{12} :: m : n$ nous aurons l'énergie z du Reveſtement $= \frac{maaa}{12n}$, au lieu que dans les dix Cas précédens, nous avons toûjours fait l'énergie du Reveſtement $= \frac{aaa}{12}$. Cela poſé les dix formules précédentes qui nous donnent les baſes ou les parties x inconnuës des baſes des Reveſtemens ſe changeront dans les dix ſuivantes.

SÇAVOIR,

1.° Celle du premier Cas qui donne la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ en celle-cy $x = \sqrt{\frac{mqaa}{6np}}$.

2.° Celle du ſecond Cas qui donne la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ en celle-cy $x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np}}$.

3.° Celle du troiſiéme Cas qui donne la baſe $x + b =$

$\sqrt{\frac{qaa}{6p}+\frac{bb}{3}}$ en celle-cy $x+b=\sqrt{\frac{mqaa}{6np}+\frac{bb}{3}}$:

4.° Celle du quatriéme Cas qui donne la base $x+b=\sqrt{\frac{qaa}{4p}+\frac{3bb}{4}}-\frac{b}{2}$ en celle-ci $x+b=\sqrt{\frac{mqaa}{4np}+\frac{3bb}{4}}-\frac{b}{2}$.

5.° Celle du cinquiéme Cas qui donne la base $x+b=\sqrt{\frac{qaa}{6p}+bb-\frac{2bbc}{3a}}$ en celle-ci $x+b=\sqrt{\frac{mqaa}{6np}+bb-\frac{2bbc}{3a}}$.

6.° Celle du sixiéme Cas qui donne le fruit $x=\sqrt{\frac{qaaa}{4pc}+\frac{9aabb}{4cc}-\frac{3abb}{2c}}-\frac{3ab}{2c}$ en celle-ci $x=\sqrt{\frac{mqaaa}{4npc}+\frac{9aabb}{4cc}-\frac{3abb}{2c}}-\frac{3ab}{2c}$.

7.° Celle du septiéme Cas qui donne la base moins le fruit, c'est-à dire, l'épaisseur de la partie supérieure du Revestement $x=-\sqrt{-\frac{qaa}{2p}+3bb}+b$ en celle-ci $x=-\sqrt{-\frac{mqaa}{2np}+3bb}+b$.

8.° Celle du huitiéme Cas qui donne l'épaisseur de la partie supérieure du Revestement $x=\sqrt{12bb-\frac{qaa}{2p}}-2b$ en celle-ci $x=\sqrt{12bb-\frac{mqaa}{2np}}-2b$.

9.° Celle du neuviéme Cas qui donne la base entiere du Revestement $x+b=\sqrt{\frac{qaaa}{6pd}-\frac{2bbc}{3d}+bb}$ en celle-ci $x+b=\sqrt{\frac{mqaaa}{6npd}-\frac{2bbc}{3d}+bb}$.

10.° Celle du dixiéme Cas qui donne le fruit x du Revestement $x=\sqrt{\frac{qaaa}{4pc}+\frac{9bbdd}{4cc}-\frac{3bbd}{2c}}-\frac{3bd}{2c}$ en celle-ci $x=\sqrt{\frac{mqaaa}{4npc}+\frac{9bbdd}{4cc}-\frac{3bbd}{2c}}-\frac{3bd}{2c}$.

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

Comme nous avons ſuppoſé l'énergie du Reveſtement à l'énergie des terres dans le rapport de m à n. En appellant pour un moment z l'énergie du reveſtement, nous aurons cette analogie $z : \frac{aaa}{12} :: m : n$. Et par conſéquent $z = \frac{maaa}{12n}$.

Ainſi ſi l'on veut que l'énergie du Reveſtement ſoit à l'énergie des terres dans le rapport quelconque de m à n, il faudra faire l'énergie du reveſtement $= \frac{maaa}{12n}$, & non pas $= \frac{aaa}{12}$, comme nous avons fait dans les dix Cas du Probleme II. Cela poſé.

PREMIEREMENT.

La formule du premier Cas qui donne la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{6p}}$ ſe changera en $x = \sqrt{\frac{mqaa}{6np}}$, car l'énergie du reveſtement du premier Cas eſt $\frac{paxx}{2q}$, & cette énergie doit être égale $\frac{maaa}{12n}$; ce qui donne cette Equation $\frac{paxx}{2q} = \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{mqaa}{6np}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SECONDEMENT.

La formule du ſecond Cas qui donne la baſe $x = \sqrt{\frac{qaa}{4p}}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np}}$.

Car l'énergie du Reveſtement du ſecond Cas eſtant $\frac{paxx}{3q}$ l'on aura cette Equation $\frac{paxx}{3q} = \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qmaa}{4np}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

TROISIÉMEMENT.

La formule du troiſiéme Cas qui donne la baſe $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{bb}{3}}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$,

Car l'énergie du revêtement étant dans le troisiéme Cas égale $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + \frac{bb}{3}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

QUATRIÉMEMENT.

La formule du quatriéme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{4p} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$.

Car l'énergie du Revêtement dans le quatriéme Cas étant égale $\frac{pabb}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{paxx}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire la base $b + x = \sqrt{\frac{mqaa}{4np} + \frac{3bb}{4}} - \frac{b}{2}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

CINQUIÉMEMENT.

La formule du cinquiéme Cas qui donne la base $x + b = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$.

Car l'énergie du Revêtement étant dans le cinquiéme Cas égale $\frac{paxx}{2q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire la base $x + b = \sqrt{\frac{mqaa}{6np} + bb - \frac{2bbc}{3a}}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SIXIÉMEMENT.

La formule du sixiéme Cas qui donne le fruit du Revêtement égale $x = \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqa^3}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc} - \frac{3abb}{2c}} - \frac{3ab}{2c}$.

Car l'énergie du Revêtement étant dans le sixiéme Cas

égale $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pabx}{q} + \frac{pabb}{2q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire le fruit $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9aabb}{4cc}} - \frac{3abb}{2c} - \frac{3ab}{2c}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

SEPTIÉMEMENT.

La formule du ſeptiéme Cas qui donne la baſe moins le fruit, c'eſt-à-dire, l'épaiſſeur x de la partie ſupérieure du Reveſtement $= -\sqrt{\frac{-qaa}{2p} + 3bb} + b$ deviendra $x = -\sqrt{-\frac{mqaa}{2np} + 3bb} + b$.

Car l'énergie du Reveſtement étant dans le ſeptiéme Cas égale $\frac{pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{pabb}{3q}$ doit être $= \frac{maaa}{12n}$. Doù l'on tire le fruit $x = -\sqrt{-\frac{mqaa}{2np} + 3bb} + b$. *Comme nous l'avons énoncé.*

HUITIÉMEMENT.

La formule du huitiéme Cas qui donne l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du Reveſtement, ſçavoir $x = \sqrt{12bb - \frac{qaa}{2p}} - 2b$ deviendra $x = \sqrt{12bb - \frac{mqaa}{2np}} - 2b$.

Car l'énergie du Reveſtement dans le huitiéme Cas eſt $-\frac{2pabx}{3q} - \frac{paxx}{6q} + \frac{4pabb}{3q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{12bb - \frac{qmaa}{2np}} - 2b$ qui eſt l'épaiſſeur de la partie ſupérieure du Reveſtement. *Comme nous l'avons énoncé.*

NEUVIÉMEMENT.

La formule du neuviéme Cas qui donne la baſe du Reveſtement $x + b = \sqrt{\frac{qaaa}{6pd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$ deviendra $x + b = \sqrt{\frac{mqaaa}{6npd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$.

Car l'énergie du Revestement dans le neuviéme Cas est $\frac{pdxx}{2q} + \frac{pbdx}{q} + \frac{pbbc}{3q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x + b = \sqrt{\frac{qmaaa}{6npd} - \frac{2bbc}{3d} + bb}$. *Comme nous l'avons énoncé.*

DIXIÉMEMENT.

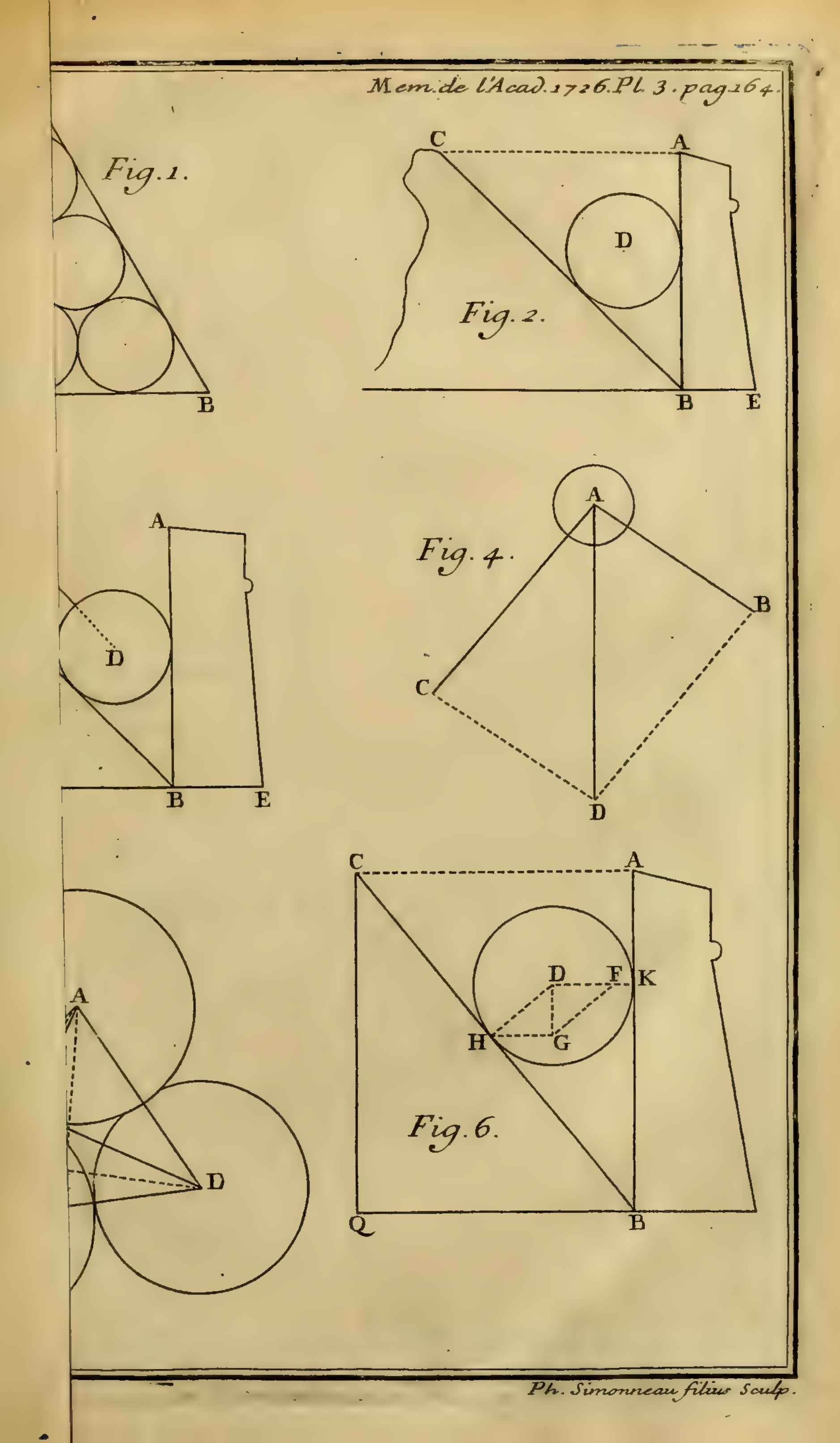
La formule du dixiéme Cas qui donne le fruit x du Revestement $= \sqrt{\frac{qaaa}{4pc} + \frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}} - \frac{3bd}{2c}$ deviendra $x = \sqrt{\frac{mqaaa}{4npc} + \frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}} - \frac{3bd}{2c}$.

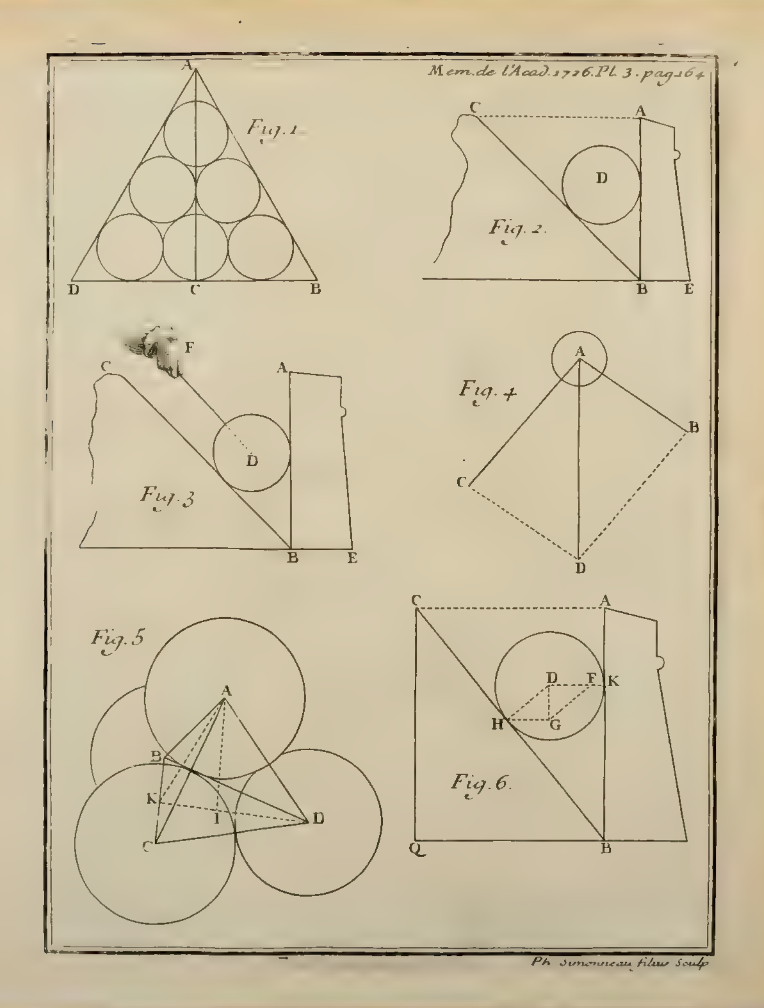
Car dans le dixiéme Cas l'énergie du Revestement est $\frac{pcxx}{3q} + \frac{pdbx}{q} + \frac{pbbd}{2q}$ qui doit être $= \frac{maaa}{12n}$. D'où l'on tire $x = \sqrt{\frac{qmaaa}{4npc} + \frac{9bbdd}{4cc} - \frac{3bbd}{2c}} - \frac{3bd}{2c}$ qui donne la valeur du fruit demandé. *Comme nous l'avons énoncé.*

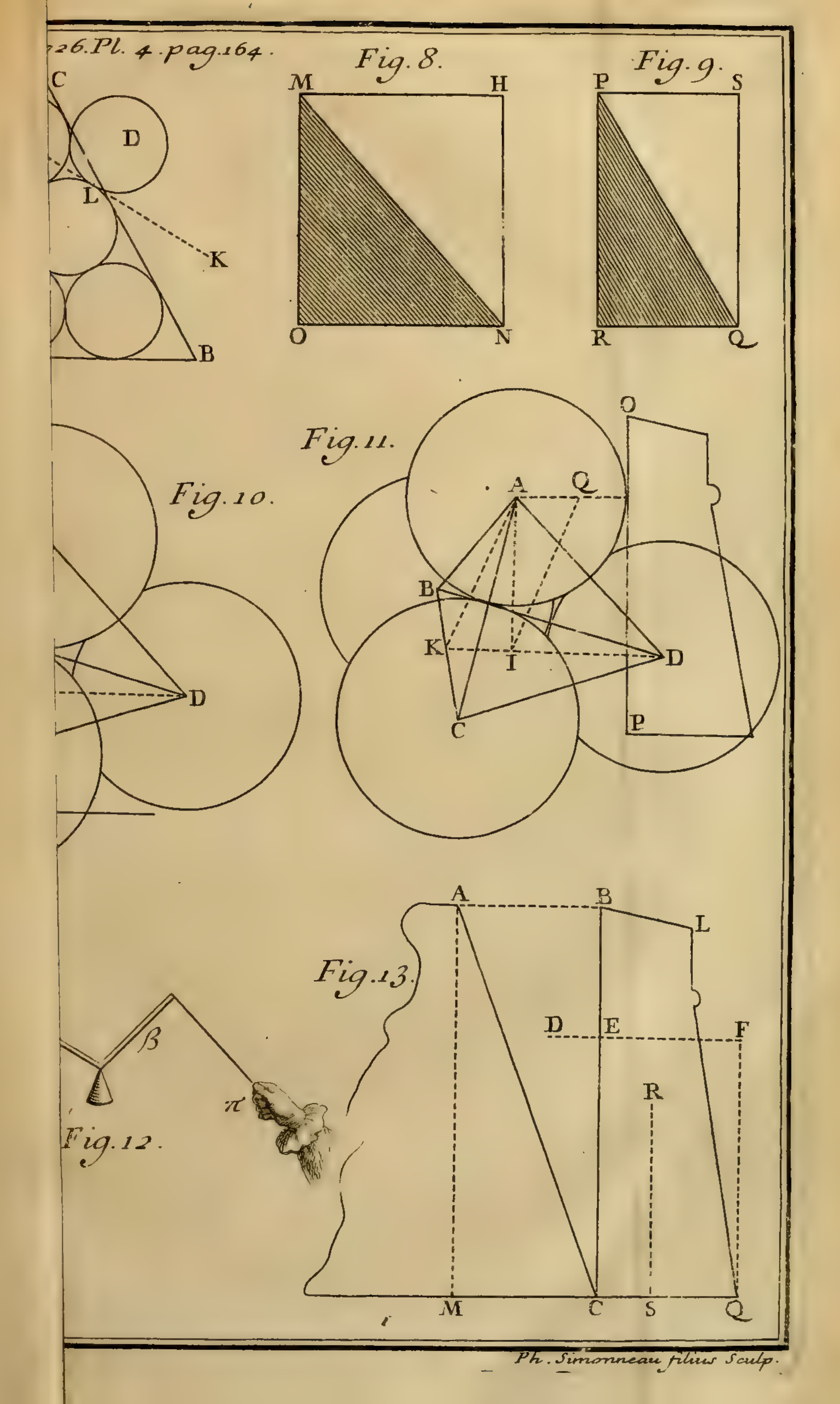
Voicy, je crois, tout ce que l'on peut dire touchant les terres qui poussent contre des Revestements parfaitement polis, & touchant les épaisseurs de ces Revestements polis qu'on leur doit opposer.

Il me reste maintenant à éxaminer quelle est la poussée des terres contre les Revestements dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & quelles doivent étre les épaisseurs & les talus de ces Revestements graveleux pour leur résister. Mais comme l'éxamen de la poussée des terres contre les Revestemens polis compose un Memoire assés long, je reserve pour un second Memoire la poussée des terres contre les Revestemens dont les surfaces sont graveleuses & inégales.

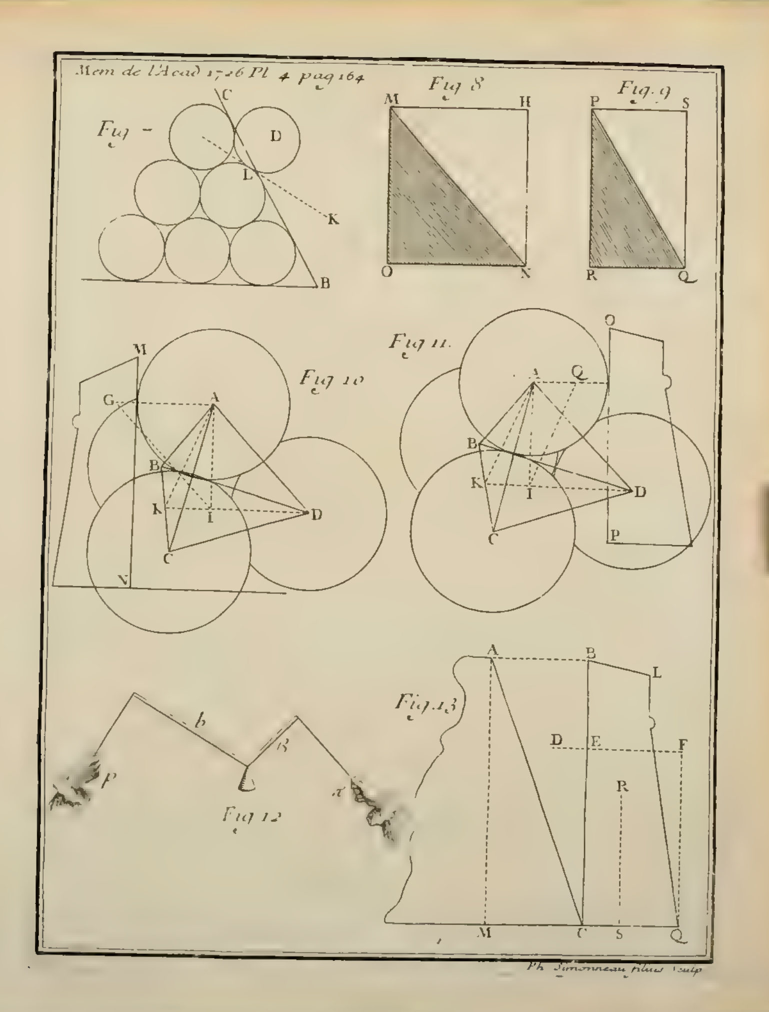



Mem. de l'Acad. 1726. Pl. 3. pag. 164.
Fig. 1.
B
C
A
D
Fig. 2.
B
E
A
Fig. 4.
B
C
D
A
D
B
E
A
D
C
A
D
F
K
H
G
Fig. 6.
Q
B
Ph. Simonneau filius Sculp.


Mem. de l'Acad. 1726. Pl. 3. pag. 164
Fig. 1
A
D
C
B
Fig. 2.
C
A
D
B
E
Fig. 3
F
C
A
D
B
E
Fig. 4
A
B
C
D
Fig. 5
A
B
K
I
C
D
Fig. 6.
C
A
D
F
K
H
G
Q
B
Ph. Simonneau filius Sculp.



726. Pl. 4. pag. 164.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
C
D
L
K
B
M
H
O
N
P
S
R
Q
A
I
β
π
E
F
L
Ph. Simonneau filius Sculp.



Mem de l'Acad 1726 Pl 4 pag 164
Fig 8
Fig. 9
Fig 10
Fig 11.
Fig 12
Fig. 13
Ph Simonneau filius Sculp

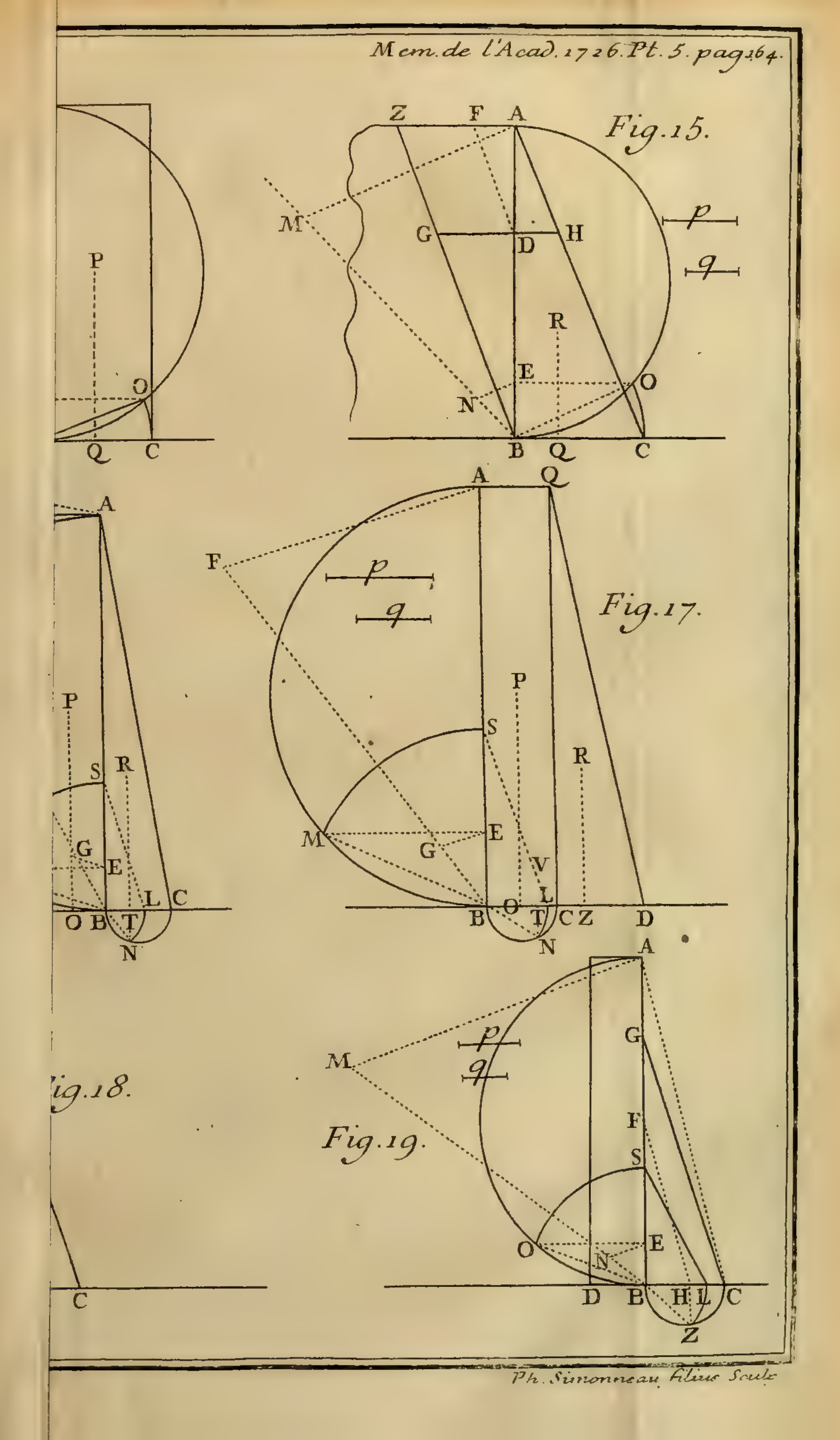
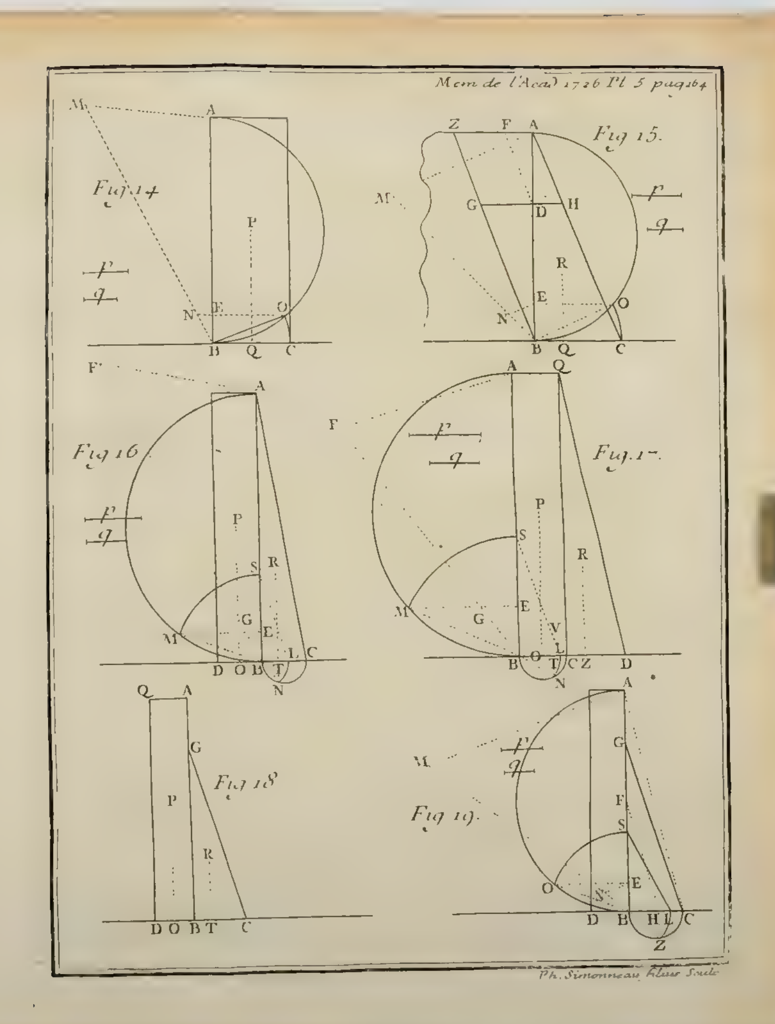
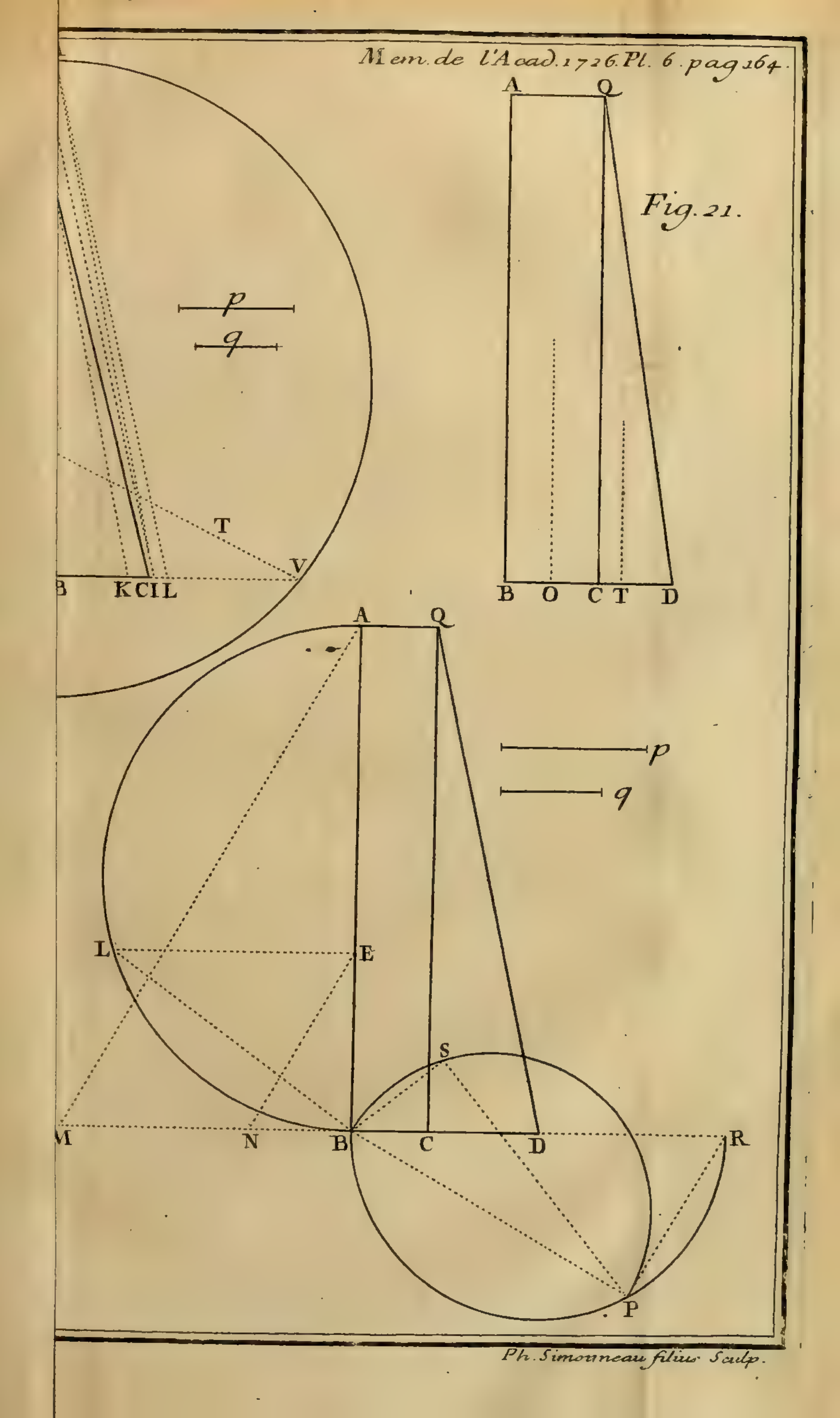


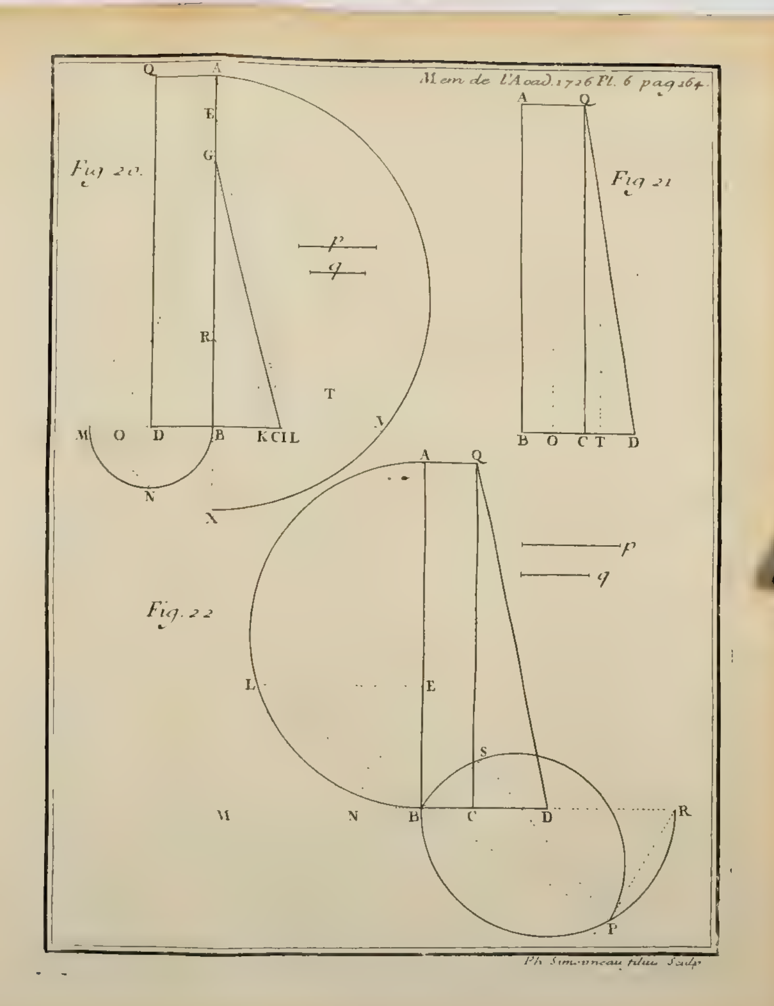
Fig. 15.
Z
F
A
M
G
D
H
p
q
R
E
O
N
B
Q
C
P
O
Q
C
A
Q
A
F
p
q
Fig. 17.
P
S
R
P
S
R
M
E
G
E
G
V
L
L
C
O
B
T
B
O
T
C
Z
D
N
N
A
G
M
p
q
Fig. 18.
Fig. 19.
F
S
E
O
N
D
B
H
L
C
C
Z

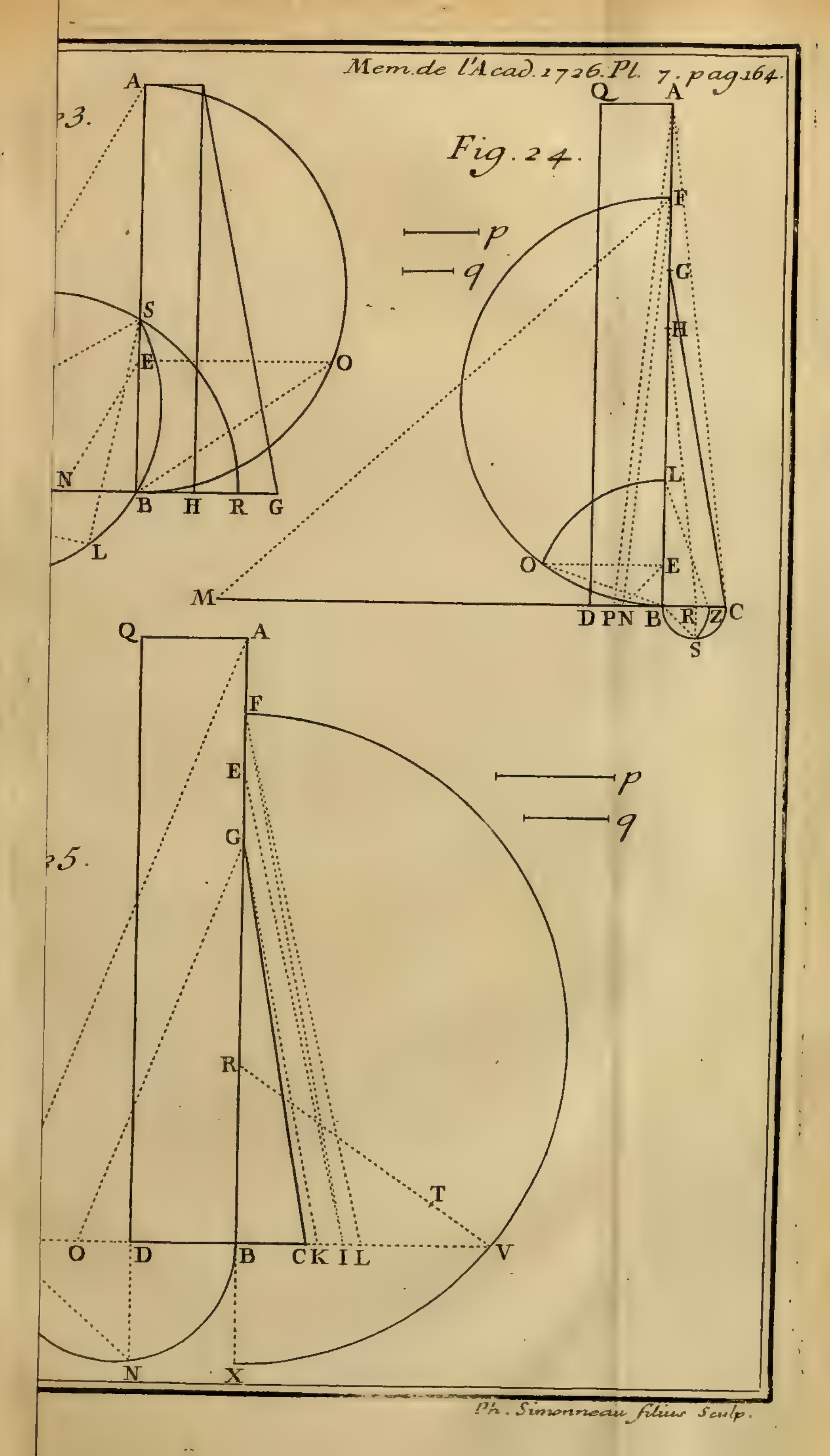


Ph. Simonneau filius Sculp.

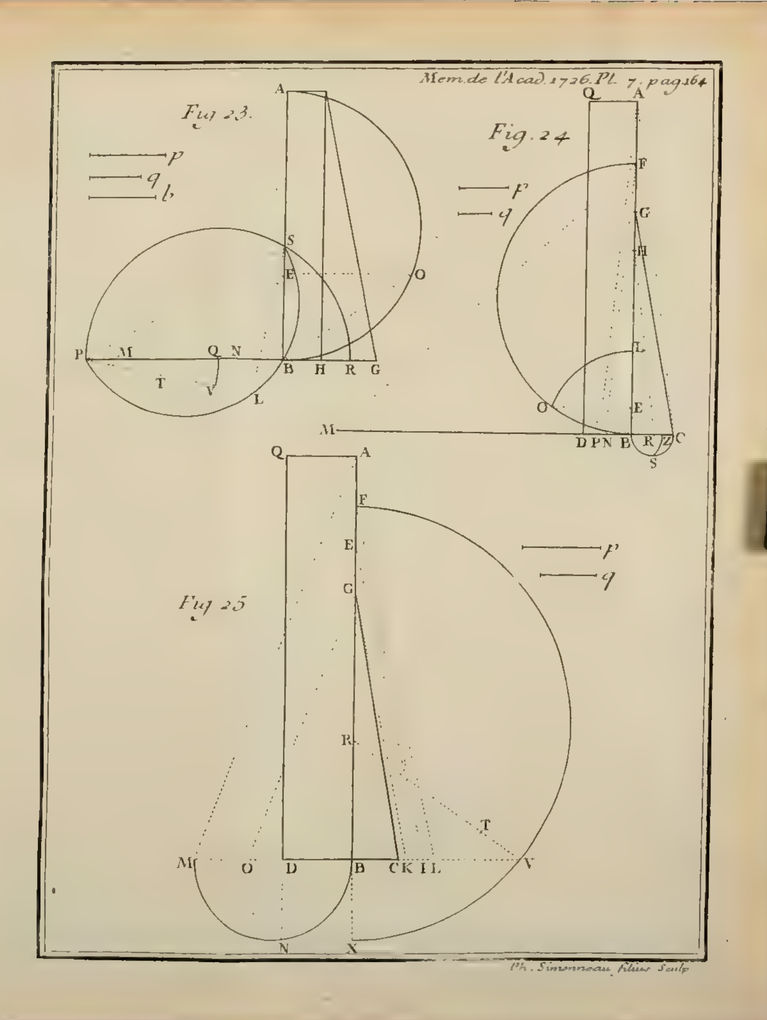


Ph. Simonneau filius Sculp.


Mem de l'Acad. 1726 Pl. 6 pag. 164.
Fig. 20.
Q
A
E
G
R
T
V
M
O
D
B
K C I L
N
X
p
q
Fig. 21
A
Q
B
O
C
T
D
Fig. 22
A
Q
p
q
L
E
S
M
N
B
C
D
R
P
Ph. Simonneau filius Sculp.



Ph. Simonneau filius Sculp.


Mem. de l'Acad. 1726. Pl. 7. pag. 164.
Fig. 23.
Fig. 24
Fig. 25
p
q
b
A
S
E
O
P
M
Q
N
B
H
R
G
T
V
L
F
H
D
Z
C
K
I
X
Ph. Simonneau filius Sculp.

SUR QUELQUES EXPERIENCES DE CATOPTRIQUE.

Par M. DU FAY.

JE fis voir il y a quelque temps à la Compagnie, une experience qui m'avoit été indiquée par M. de Varinge très versé dans les Mathematiques & dans la Phisique experimentale. On lui avoit dit qu'au College des Jesuites de Prague il y avoit deux Miroirs paraboliques concaves, qui étant placés vis-à-vis l'un de l'autre, comme on les voit, *(fig. 1,)* brûloient au foyer de l'un des deux lorsqu'on mettoit un charbon ardent au foyer de l'autre, il l'avoit éprouvé lui-même & avoit fait deux Miroirs de bois doré qui réüssissoient parfaitement étant éloignés de 3 pieds l'un de l'autre. Fig. 1.

J'avouë que cette experience qui m'étoit nouvelle me parût fort singuliere, je me disposai à la vérifier par moi-même. Je fis donc deux Miroirs de plâtre ausquels je donnai la forme parabolique du mieux que je pus, en les travaillant avec un calibre de Cuivre coupé suivant une parabole & mobile sur son axe, je fis dorer & brunir ces deux Miroirs, & les ayant disposés vis-à-vis l'un de l'autre, ensorte que leur axe fut commun, je plaçai au foyer de l'un des deux un charbon allumé que je soufflois du côté du Miroir avec un soufflet, dont le bout étoit recourbé; cela excita une si grande chaleur au foyer de l'autre Miroir, que le feu pris un instant après à de la poudre que j'y avois mise.

Je n'éloignai d'abord ces Miroirs que de six pieds l'un de l'autre, ne croyant pas que la chaleur du charbon de feu pût s'étendre plus loin, c'est à cette distance que j'en fis voir l'experience à l'Academie, & j'y appris que M. Homberg avoit dit à quelques personnes de l'Academie qu'il avoit

autrefois vû deux Miroirs qui faiſoient le même effet à dix pas ou environ l'un de l'autre; on me dit auſſi qu'il y avoit quelques années qu'un Allemand avoit apporté à Paris deux Miroirs de Laiton appliqués ſur un parquet de bois, qui brûloient à une diſtance conſidérable, & qu'il l'avoit fait voir à quelques perſonnes de l'Academie.

Voyant que cette experience étoit déja connuë, je parcourus les Autheurs qui ont traité de l'Optique pour voir s'il n'y auroit rien ſur cette matiere, je trouvai en effet que le P. Zahn & le P. Cavalieri en avoient parlé; Le premier, rapporte qu'un homme digne de foi lui a dit avoir vû à Vienne deux Miroirs ſpheriques concaves qui faiſoient l'effet que nous venons de dire étant placés à vingt pieds l'un de l'autre.

Oculus artif. pag. 753.

Le ſecond dit dans un Traité Italien ſur les Sections coniques, qu'il a mis des charbons ardents au foyer d'un Miroir ſpherique de plomb, & que les rayons s'étant réfléchis parallélement, il les avoit réünis enſuite avec un Miroir concave formé en cone parabolique tronqué, *(fig. 2,)* de façon que le foyer ſe trouvoit derriere le Miroir dans la partie tronquée, & que par ce moyen il avoit mis le feu à des matieres combuſtibles, mais il ne dit point à quelle diſtance ces Miroirs étoient l'un de l'autre.

Delle Settione coniche, cap. 27.

Fig. 2.

Voilà tout ce que j'ai trouvé dans les Autheurs ſur cette matiere, & j'avouë que je ſuis ſurpris qu'on ait ſi long-temps negligé de s'aſſurer d'un fait ſi ſingulier & ſi facile à verifier.

Après un peu de réfléxion je jugeai que c'étoit fort inutilement que je m'étois donné tant de peine pour faire des Miroirs paraboliques, & que des Miroirs ſpheriques devoient faire le même effet, parce que quoi-que les Miroirs ſpheriques ne réüniſſent pas les rayons précisément en un point, l'eſpace qu'ils occupent dans leur réünion eſt encore plus petit que le charbon qu'on y met; ainſi quoi-qu'il y ait apparence que de bons Miroirs paraboliques feroient un effet plus conſidérable que les ſphériques, ces derniers font néantmoins encore mieux que mes Miroirs paraboliques de plâtre quelque ſoin que je me ſois donné pour les faire avec exactitude.

Et en effet avec deux Miroirs ſpheriques, l'un de 20 pouces de diametre & l'autre de 17, j'ai mis le feu à 50 pieds, au lieu qu'avec mes Miroirs paraboliques je n'ai pu y parvenir qu'à la diſtance de 18 pieds.

J'ai voulu voir ſi cette experience réüſſiroit auſſi-bien par refraction que par réfléxion, mais j'ai trouvé une différence très conſidérable, car ayant mis un charbon au foyer d'un des deux Miroirs concaves, & ayant voulu réünir avec un verre lenticulaire les rayons qui en réfléchiſſoient, il m'a été impoſſible de rien allumer à ſon foyer tant ces rayons ſe trouvent affoiblis après leur paſſage dans le verre, j'ai pourtant réüſſi à mettre le feu par refraction, mais ſeulement à 4 pieds de diſtance, en mettant un charbon derriere la lentille à ſon foyer, & réüniſſant avec un Miroir concave les rayons qui avoient traverſé le verre lenticulaire.

Cette différence de la diſtance à laquelle on peut brûler par réfraction à celle à laquelle ſe peuvent étendre les rayons réfléchis, m'a fait ſonger à faire paſſer ces derniers par différens milieux afin de voir ce qui en réſulteroit.

J'ai placé entre mes deux Miroirs, éloignés l'un de l'autre de 18 pieds, une glace plane des deux côtés, cela a tellement diminué la chaleur, qu'il m'a fallu pour pouvoir brûler au foyer du ſecond, les rapprocher d'environ huit pieds, ce qui eſt près de moitié de la diſtance à laquelle ils brûlent ſans l'interpoſition de la glace. Je n'ai pas remarqué qu'il arrivat de différence ſenſible, ſoit que j'approchaſſe la glace de l'un des deux Miroirs, ou qu'elle fuſt placée à égale diſtance de l'un & de l'autre.

J'ai remarqué que la diminution de la force des rayons n'eſt pas à beaucoup près en raiſon des épaiſſeurs des glaces qu'ils traverſent, car une glace très mince fait une diminution fort conſidérable, & une dont l'épaiſſeur étoit double de la premiére, ne m'a obligé de rapprocher le Miroir que de très peu de choſe, ainſi c'eſt principalement à l'entrée des rayons dans le verre que ſe fait la plus grande perte.

Il ſemble qu'on doive inférer de ces obſervations que les

rayons du feu ordinaire sont composés de parties beaucoup plus grossiéres que ceux du Soleil, puisqu'il s'en faut bien que le passage dans le verre les affoiblisse à ce point-là, & que même la pluspart des experiences semblent prouver que les rayons du Soleil sont réünis en plus grand nombre, ou plus exactement par voye de réfraction que par réfléxion.

J'ai voulu voir aussi si l'air tranquille ou agité ne feroit point quelque changement dans l'experience; & pour cela je l'ai faite dans une chambre bien fermée, & ensuite à la même distance dans un endroit découvert où le vent étoit très violent, & je n'ai remarqué aucune différence sensible: j'ai même disposé les Miroirs en deux manieres différentes, l'une de façon que le vent traversoit les rayons, les coupant à angles droits, & l'autre ensorte qu'il devoit s'opposer au mouvement que faisoient les rayons pour venir du premier Miroir sur le second.

J'ai mis entre les deux Miroirs placez à l'ordinaire, de la paille allumée, pour voir si le passage des rayons dans la flamme y apporteroit quelque changement, l'effet en a été très sensiblement diminué, & il m'a fallu rapprocher les miroirs pour pouvoir brusler. Il est difficile de marquer precisément la distance qui fait la difference d'une experience à l'autre; car lors qu'on brusle, on n'est pas asseuré d'estre au plus grand éloignement possible; & d'ailleurs il arrive souvent quelques varietés, parce que la chaleur du Charbon n'est pas toûjours la même.

J'ai crû qu'il étoit inutile d'éprouver ce qui arriveroit aux rayons lorsqu'ils traverseroient d'autres milieux, comme l'eau, ou les differentes liqueurs, parce qu'il est à presumer qu'ils doivent y souffrir une plus grande diminution qu'en traversant le verre.

Il suit de ces experiences, que la chaleur du feu ordinaire se peut étendre fort loin dans l'air libre, & qu'on le peut appliquer plus avantageusement qu'on n'a fait jusqu'à present; car il semble qu'on ne s'en soit encore servi qu'à un petit nombre d'usages, comme de renvoyer dans le lit ou à une

certaine

certaine diſtance avec un verre lenticulaire fort convexe, l'image de la flamme d'une lampe placée dans une cheminée, & à augmenter la lumiere dans une machine d'Optique très connuë, & appellée communément *Lanterne Magique*, au lieu qu'il n'eſt pas douteux qu'on en pourroit tirer beaucoup d'autres utilités.

Si l'on met, par exemple, au foyer d'un Miroir parabolique ou ſpherique concave un charbon ardent, les rayons qui après avoir rencontré le Miroir ſont réfléchis parallélement, forment une eſpece de cylindre, dans l'eſpace duquel on ſent une chaleur à peu près égale à celle d'un Poële, & qui eſt ſenſible juſques à 25 ou 30 pieds; de façon qu'avec quelques charbons on pourroit échauffer une ſerre pour des plantes ou quelque autre endroit d'une largeur mediocre.

On pourroit auſſi donner aux contre-cœurs des cheminées une forme ſpherique, ou plûtôt hiperbolique, ce qui étant ajoûté aux plaques paraboliques que M. Gogher a imaginé de placer dans les côtés des cheminées, renvoyeroit beaucoup plus vivement que les plaques ordinaires, la chaleur du feu qu'on allumeroit à leur foyer, & par ce moyen on diminuëroit la conſommation du bois; ſuppoſé même qu'il fut neceſſaire de nettoyer de temps en temps ces contre-cœurs, on les feroit de fonte adoucie, ſuivant la méthode qu'à donnée M. de Reaumur, & pour lors il ſeroit facile de les tenir aſſés liſſes pour refléchir ſuffiſamment la chaleur.

On peut auſſi ſe ſervir du feu ordinaire pour faire les experiences qui ſe font communément avec le Soleil & les Miroirs concaves; car ſi on expoſe un Miroir ſpherique à dix pieds ou environ d'une cheminée, les rayons du feu ſe réüniront à ſon foyer & brûleront les matieres combuſtibles.

Il eſt certain que ſi l'on conſtruit un Miroir elliptique dont les foyers ſoient éloignés l'un de l'autre de vingt pieds ou environ, les rayons qui partiront d'un charbon placé à un de ſes foyers, iront ſe réünir à l'autre & y brûleront immanquablement. J'ai tenté de faire cette experience, &

j'ai fait un miroir elliptique de laiton avec toute l'exactitude poſſible, mais n'ayant conſideré le foyer de l'ellipſe que comme un point, & n'ayant pas eû égard à la groſſeur du charbon que je devois y mettre, les rayons ne ſe ſont jamais réünis en aſſés grand nombre à l'autre foyer pour pouvoir y brûler; cependant lorſqu'au lieu d'un charbon j'y mettois une petite bougie allumée, les rayons ſe réüniſſoient exactement à l'autre foyer & y cauſoient une chaleur ſenſible, mais n'avoient pas la force de brûler, ce qui arrive de même avec les Miroirs paraboliques, ſans doute parce que les parties de la flamme ſont trop déliées pour conſerver long-temps leur mouvement dans l'air.

Je n'ai pu faire toutes ces experiences ſur les Miroirs avec le feu commun, ſans en faire auſſi quelques-unes avec le Soleil; tout le monde ſçait l'hiſtoire ou la fable d'Archimedes, pluſieurs Autheurs l'ont combattuë vivement, quelques-uns ont entrepris de la deffendre, entr'autres le P. Cavalieri qui prétend qu'on peut parvenir à brûler à une trés grande diſtance par le moyen du Soleil en plaçant au foyer d'un Miroir concave un petit Miroir parabolique convexe &
Fig. 3. ſolide, comme on le voit, *(fig. 3)* de façon que le foyer de l'un & de l'autre ſe rencontrent en un même point; il eſt aiſé de voir que les rayons étant rendus convergens par le Miroir concave & tombant ſur le Miroir convexe en cet état, doivent en réfléchir parallélement à l'axe du petit Miroir, & former une eſpece de foyer lineaire; quoi-que le P. Niceron combatte cette experience par le raiſonnement, j'ai voulu la tenter, mais j'y ai trouvé pluſieurs inconvenients, le petit Miroir s'échauffe en un moment & il eſt preſque impoſſible de le placer dans le point où il doit être, d'ailleurs l'éclat de ces rayons réünis & tombans ſur ce Miroir convexe, incommode extremement la vûë.

Je m'y ſuis pris d'une autre maniere, j'ai fait deux Miroirs paraboliques fort concaves, le diametre de l'un étoit de deux pouces, & celui de l'autre n'étoit que de 6 lignes; ces deux paraboloïdes concaves étoient tronqués & le foyer étoit dans

la partie tronquée, je les ai diſpoſés l'un après l'autre, comme on le voit, *(fig. 4,)* ils devoient réfléchir parallélement les rayons, qui après s'être croiſés à leur foyer, tomboient divergents ſur leur ſurface interieure; celui des deux qui a le mieux réüſſi a été le grand, mais comme ſon embouchure étoit large, les rayons, quoi-que paralléles, n'étoient point aſſés proche les uns des autres pour faire une chaleur conſidérable, à moins que ce ne fut à une diſtance de 8 ou 10 pieds. J'ai fait & refait ces experiences de toutes les manieres que j'ai pû imaginer; j'ai placé des verres lenticulaires après le croiſement des rayons réünis par un miroir parabolique; j'ai mis des verres concaves avant la réünion des rayons; je ne laiſſois pas par tous ces moyens de renvoyer les rayons paralléles, mais, ou ils étoient trop réünis, & en ce cas le petit miroir n'y pouvoit reſter qu'un moment, ou ils étoient trop écartés les uns des autres pour pouvoir faire un effet bien ſenſible; d'ailleurs le mouvement du Soleil rompoit toutes mes meſures dés que j'avois placé les Miroirs dans le point où ils devoient être. Fig. 4.

C'eſt ainſi que la Phyſique ſe refuſe ſouvent aux verités de la Geometrie qui ſuppoſent pour l'ordinaire les corps plus reguliers ou plus parfaits qu'ils ne ſont, & nous ne voyons que trop ſouvent des exemples de cette diſcordance qui ſe trouve entre la Geometrie & la Phyſique.

Cependant s'il eſt poſſible de porter à une grande diſtance l'action des rayons du Soleil, je crois que le petit paraboloïde concave dont je viens de parler eſt une des meilleures voyes dont on puiſſe ſe ſervir. Premiérement, ce petit Miroir s'échauffe très peu puiſque la réünion des rayons réfléchis par le grand Miroir, ſe fait ſur un eſpace vuide; en ſecond lieu, il eſt facile de rencontrer le foyer de ce Miroir dont on peut marquer la place avec un fil de fer : on pourroit auſſi ſubſtituer à ce Miroir parabolique un Miroir elliptique dont les foyers ſeroient à une très grande diſtance l'un de l'autre.

Pour faire ces experiences avec plus de commodité, je recevois d'abord les rayons du Soleil ſur un Miroir plan avec

lequel je les renvoyois sur le Miroir concave ou sur les autres dont j'avois besoin. Cela me fit souvenir que plusieurs Autheurs & entr'autres Porta, disoient qu'on peut renvoyer assés loin l'image du Soleil, & que la faisant tomber sur un Miroir concave on pourroit brûler à son foyer; j'avois toûjours crû que cette distance pouvoit être de 40 ou 50 pieds, mais voulant éprouver jusqu'où cela pourroit aller, je fus fort étonné de voir qu'à 200, 300 pieds & jusques à 600, l'image du Soleil reçûë sur un Miroir plan d'un pied en quarré & renvoyé sur un Miroir concave de 17 pouces de diametre, avoit la force de brûler des matieres combustibles au foyer de ce dernier.

Ce n'est point encore là vrai-semblablement le dernier terme où cette experience puisse être portée, mais il est extremement difficile à une plus grande distance de diriger avec le Miroir plan l'image du Soleil sur le Miroir concave, parce qu'elle est alors si fort étenduë, qu'on ne peut presque plus la distinguer.

Faisons maintenant quelques observations sur cette experience, elle prouve premierement que l'action des rayons du Soleil n'est que mediocrement diminuée par la réflexion, sur un Miroir plan, & je ne vois pas pourquoi il n'arriveroit pas de même de toutes les autres formes que pourroit avoir le Miroir. Si des rayons réfléchis par un Miroir qui a un pied quarré de surface & qui après avoir fait dans l'air un chemin de 600 pieds, se sont un peu écartés les uns des autres, ensorte qu'ils occupent alors un espace d'environ dix pieds quarrés par les inegalités de la surface du Miroir, si dis-je, ces rayons, ou plustost leur dixiéme partie étant réünie avec un Miroir concave peut brûler au foyer de ce dernier après une seconde réfléxion qui doit encore en faire perdre quelques-uns, pourquoi ne jugeroit-on pas qu'ils puissent brûler à la même distance si le premier Miroir étoit tel qu'il les rendit convergents en ce point? cela n'est-il pas même vraisemblable, puisqu'il n'y auroit qu'une réfléxion au lieu de deux & que l'on suppose que tous ces rayons, qui dans

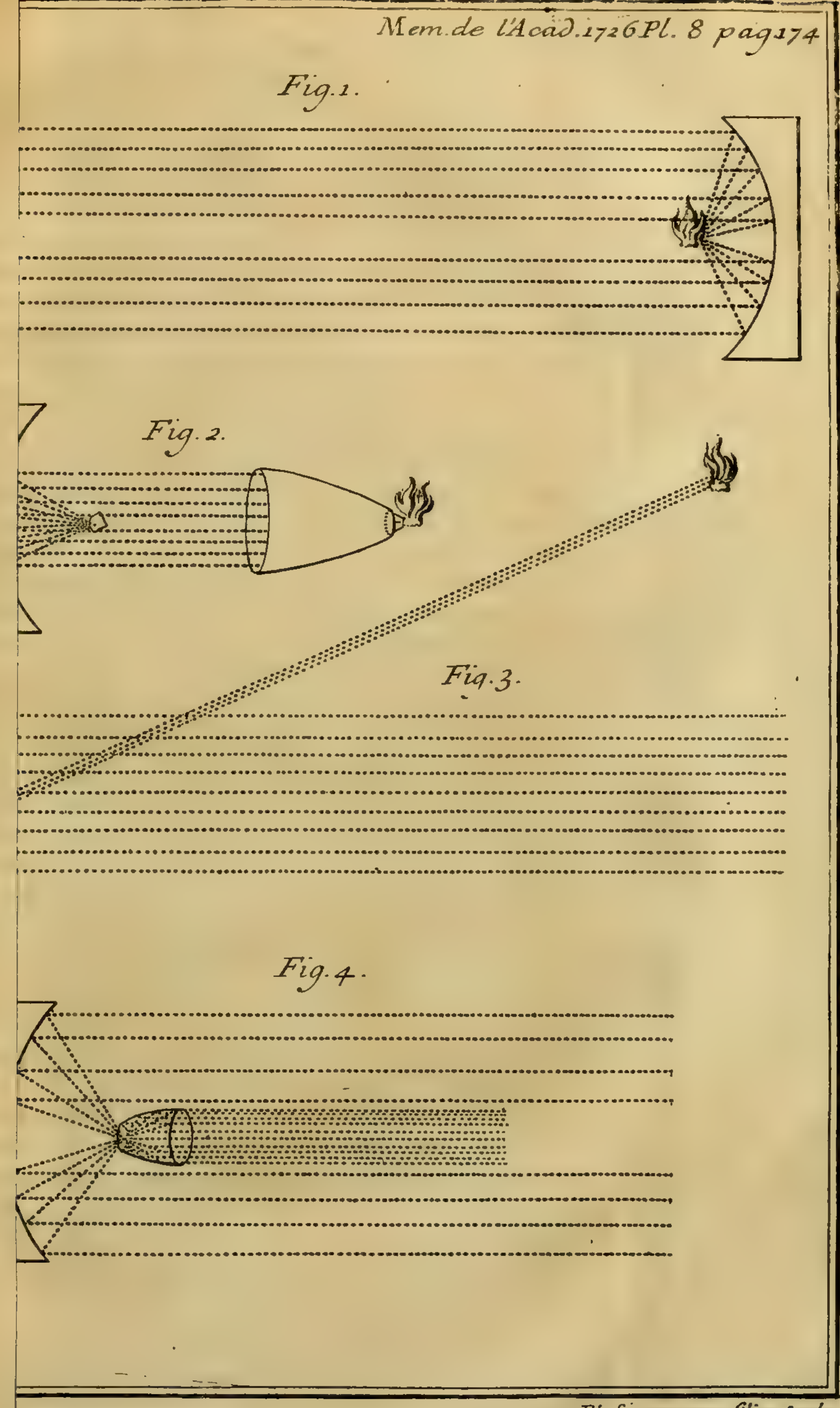
l'experience preſente, ſont diſperſés par les inégalités du Miroir, ſeroient dirigés au même foyer; il ne s'agit pas de ſçavoir ſi un tel Miroir eſt poſſible ou non, mais ſi phyſiquement parlant cela peut arriver, cette opinion a été extremement contredite, & je dois mettre M. Deſcartes à la teſte de ceux qui l'ont combattuë.

Il dit poſitivement dans ſa Dioptrique, que ſi l'éloignement du foyer d'un verre eſt à ſon diametre, comme la diſtance de la terre au Soleil eſt au diametre du Soleil, c'eſt-à-dire, ſi le foyer du verre eſt éloigné d'environ cent fois la longueur de ſon diametre, quand il ſeroit travaillé par la main des Anges, la chaleur n'en ſeroit pas plus ſenſible à ſon foyer, que celle des rayons du Soleil qui traverſeroient un verre plan. Le Pere Niceron qui ſoûtient la même opinion, entre dans un plus grand détail. Voicy le raiſonnement ſur lequel il ſe fonde, & qu'il eſt inutile de rapporter tout au long, il ſuffit d'en bien examiner le ſens.

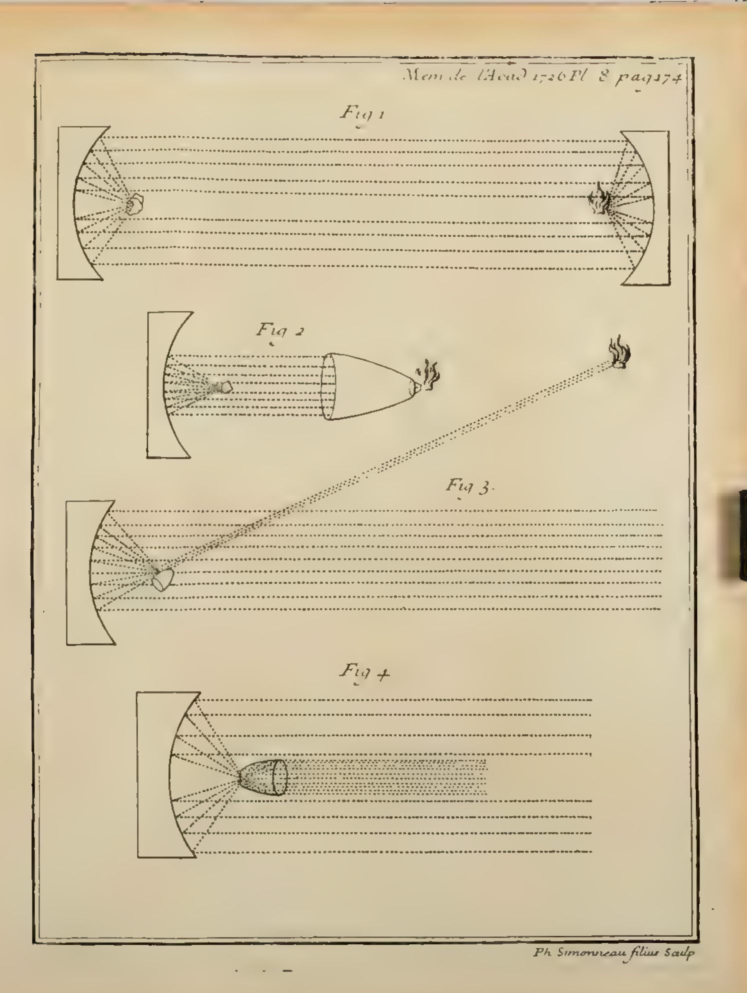
Il convient que les rayons qui partent d'une portion du diſque du Soleil égale au verre qu'on y expoſe, ſeront exactement réünis à ſon foyer s'il eſt elliptique, ou même hyperbolique à cauſe que la grande diſtance fait regarder comme paralléles les rayons qui viennent d'un même point du Soleil, mais il n'en eſt pas de même de tous les autres rayons qui partent du reſte du diſque du Soleil, car ils ne peuvent être réünis dans le même point & forment autour de ce point une image du diſque du Soleil, proportionnée à la longueur du foyer du verre. Lorſque ce foyer eſt très court, l'image du Soleil eſt fort petite, parce que tous ces rayons paſſent ſi proche du foyer, qu'ils ſemblent ne faire qu'un point lumineux, mais à meſure que le foyer s'éloignera, l'image du Soleil s'agrandira par la diſperſion de tous ces rayons qui ne partent pas du centre du Soleil que je ſuppoſe repondre directement au verre elliptique; & par conſéquent cet amas de rayons qui étant réünis en un très petit eſpace, faiſoient un effet conſidérable, n'en feront pas plus que les rayons directs du Soleil lorſque l'éloignement du foyer ſera tel qu'ils ſeront

auſſi écartés les uns des autres qu'ils l'étoient avant de rencontrer le verre.

On ne peut nier que ce raiſonnement ne ſoit très vrai & que les conſéquences n'en ſoient juſtes : mais ne ſeroit-il pas poſſible de ſe paſſer de ces rayons qui ne partent pas de la partie du diſque du Soleil correſpondante au verre elliptique, & n'y a-t-il pas lieu de penſer qu'il pourroit peut-être ſuffire pour brûler, de réünir en un point ceux qui partent d'une petite portion du diſque du Soleil ? la derniere experience que nous avons rapportée ſemble en être une preuve. Le Miroir plan que je preſente au Soleil reçoit des rayons de tout ſon diſque, mais il ne renvoye ſur le Miroir concave que ceux qui viennent d'une portion de ce diſque égale au Miroir plan, tous les autres ne pouvant être conſiderés comme paralléles à ceux-là, font de différents angles d'incidence, & par conſéquent réfléchiſſent ailleurs ; cependant ces rayons affoiblis par le chemin de 600 pieds dans l'air, & réduits environ à leur dixiéme partie, comme on le voit par l'extenſion de l'image du Soleil, ſuffiſent encore pour brûler après une nouvelle réfléxion ſur un ſecond Miroir ; ne peut-on point inférer de-là que les rayons d'une petite portion du diſque du Soleil ſuffiſent pour brûler & qu'un ſeul Miroir pourroit brûler à une très grande diſtance s'il avoit la forme requiſe, ce que je crois très difficile, pour ne pas dire impoſſible, à moins que le haſard n'y contribuaſt, car dans le nombre des Miroirs dont je me ſuis ſervi, j'en ay trouvé un long d'un pied & large de 6 pouces qui réüniſſoit les rayons du Soleil à 25 pieds de diſtance dans un foyer de 3 à 4 pouces de diametre, il n'étoit point aſſés exact pour y pouvoir rien allumer, mais il étoit impoſſible d'en ſupporter la chaleur pendant 5 ou 6 ſecondes. Quelques Autheurs ont propoſé de former un Miroir d'un très long foyer par un grand nombre de petits Miroirs plans que pluſieurs perſonnes tiendroient à la main & dirigeroient tous de façon que les images du Soleil formées par chacun de ces Miroirs concourreroient en un même point ; ce ſeroit peut-être la façon de réüſſir la plus ſeure & la moins difficile à executer.



Ph. Simonneau filius Sculp.


Mem de l'Acad 1726 Pl 8 pag 274
Fig 1
Fig 2
Fig 3.
Fig 4
Ph. Simonneau filius Sculp

Je ne propoſe ces idées que comme des conjectures qui ont quelque vrai-ſemblance; la premiere experience rapportée dans ce Memoire, prouve que l'action du feu ordinaire ſe peut étendre très loin lorſque les particules ignées ſont dirigées & réünies par des corps capables de les réfléchir, & qu'elles n'ont point à traverſer un milieu plus denſe que l'air; ces dernieres obſervations nous donnent lieu de ſoubçonner qu'on ne tire pas des rayons du Soleil tout le parti qu'on en pourroit tirer, & qu'il ſeroit peut-être poſſible de perfectionner cette partie de la Phyſique qui ſemble avoir été abandonnée depuis quelque temps, moins par la difficulté qui ſe rencontre dans les experiences qu'elle demande neceſſairement, que par le peu d'eſperance qu'on avoit de parvenir à quelque choſe de plus parfait que ce qui étoit connu juſques à preſent.

OBSERVATIONS NOUVELLES SUR LES MOUVEMENTS ORDINAIRES DE L'E'PAULE,

Sur l'action des Muſcles qui executent ces mouvements, & ſur l'uſage particulier de quelques-uns des mêmes Muſcles;

Avec quelques remarques ſingulieres ſur le Muſcle grand Dorſal & ceux du bas ventre.

Par M. WINSLOW.

LA mechanique de l'Omoplate & celle de l'Os-hyoide, par rapport à leurs mouvements & à leurs changements d'attitude, eſt très ſinguliere. Elle eſt fort differente de la mechanique des autres os du corps humain, qui ont tous des appuis fermes ſur leſquels ils ſont ou mûs ou arrêtés par les

muſcles, en partie en maniere de leviers, & en partie d'une autre façon. L'Omoplate & l'Os hyoide ne ſont que ſuſpendus & différemment bridés par les muſcles mêmes qui les meuvent, & qui déterminent ou fixent leurs attitudes ſelon les differens beſoins. Je ne parleray à preſent que de ce qui regarde l'Omoplate. Les Anatomiſtes conviennent que cet Os eſt la principale piece de l'épaule, qu'elle ſe trouve dans les animaux auſſi-bien que dans l'homme, & que la clavicule n'eſt, pour ainſi dire, qu'acceſſoire dans l'homme & dans ceux d'entre les quadrupedes qui peuvent tourner leurs pattes anterieures pour embraſſer quelque choſe. Ils conviennent que les mouvements & les differentes attitudes de l'épaule dépenpendent principalement de l'Omoplate, qui en même temps entraîne ou pouſſe la clavicule. On s'eſt contenté de dire en general, que l'Omoplate peut monter, deſcendre, avancer, reculer, & que les mouvements de cet Os ſont bornés par la clavicule, qu'il ſert d'appuy aux Os du bras, & en facilite les mouvements. On n'a rien déterminé ſur les attitudes particulieres de ces Os dans les differents mouvements de l'épaule. On a toûjours été fort partagé & indécis par rapport aux muſcles qui executent ces mouvements; & encore s'eſt-on beaucoup mépris dans les uſages, non-ſeulement des muſcles qu'on a voulu y deſtiner, mais encore de ceux qu'on a voulu en exclure, & même de ceux dont on ne parle qu'en doutant.

Il n'eſt donc pas ſurprenant que l'on ne trouve nulle part, que je ſçache, l'explication de pluſieurs phénomenes très ſinguliers qui en dépendent, dont voicy deux qui ſautent aux yeux de tout le monde, & qui ſe preſentent preſque à tout moment. Le premier eſt que l'Omoplate eſt la baſe, l'appuy & le ſoûtien de tous les mouvements, tant ſimples que compoſés, & de tous les efforts du bras, même des plus grands & des plus violents, pendant que lui-même n'eſt ni mû, ni fixé ſur aucun appuy ſolide comme les autres Os. Le ſecond phénomene eſt la grande puiſſance de l'épaule pour ſurmonter ou contrebalancer des reſiſtances très conſiderables, pour

ſoulever

ſoulever des fardeaux d'une très grande peſanteur, & pour les ſoûtenir ſans ſe laiſſer abbaiſſer. J'en ajoûte encore un troiſieme qui arrive lorſqu'étant aſſis, & appuyant les mains ſur le ſiége à côté des hanches, on ſouleve tout le corps, & qu'on le tient comme ſuſpendu entre les épaules, ſans qu'elles montent où changent leur attitude ordinaire. Si l'on a fait ſi peu d'attention ſur des phénomenes ſi évidents & ſi communs, il eſt encore moins ſurprenant qu'on en ait laiſſé échaper d'autres, qui ne ſe preſentent pas ſi frequemment, ni ſi évidemment, & qui néanmoins ſont d'une grande importance, non-ſeulement dans la Phyſique, mais auſſi dans la Medecine & dans la Chirurgie.

Pour expliquer ces phénomenes, & pour décider ſur le nombre, les fonctions & les uſages des muſcles qui y ont rapport, il faut d'abord examiner toutes les circonſtances qui accompagnent les mouvements & les attitudes de l'épaule, tant en general qu'en particulier.

Les mouvements de l'Omoplate en general paroiſſent plus ſur la partie de l'Omoplate qu'on appelle Acromium, & qui eſt préciſément ce qu'on nomme pour l'ordinaire épaule, & ſur l'extremité voiſine de la clavicule, que ſur les autres parties de ces deux os.

Quoique la ſituation & l'attitude de ce deux os ſoient très connuës, je ne trouve pas qu'on ait fait aſſés d'attention ſur la direction de la cavité glenoide de l'Omoplate, qui reçoit la tête de l'os du bras, ni ſur celle des facettes cartilagineuſes de l'acromion & de la clavicule, par leſquelles ces deux os s'articulent enſemble.

La cavité glenoide n'eſt pas tournée directement en dehors, mais elle eſt auſſi en même temps tournée obliquement vers le devant & en haut. La petite facette cartilagineuſe de l'acromion eſt tournée obliquement en dedans, & celle de la clavicule obliquement en dehors. La neceſſité de cette remarque paroîtra dans la ſuite.

A l'égard des mouvements particuliers de l'épaule & des attitudes qui en reſultent, il ne ſuffit pas de ſçavoir qu'on le

peut hausser, baisser, porter en devant & en arriere, il faut absolument examiner les différens cas dans lesquels chaque espece de mouvement & d'attitude est employée. J'avouë ingenuement que mon inadvertance sur cet article m'a fait perdre un temps considerable, & m'a causé beaucoup de fatigue inutile, jusqu'à ce que je me suis apperçû que la même espece de mouvement differe considerablement selon les differents cas où elle se rencontre. Les exemples suivans feront comprendre ce que je viens de dire; mais il faut avec cela observer, que par les termes de hausser, baisser, &c. je ne comprends pas seulement un certain changement d'attitude, mais encore les efforts contre une attitude opposée. Car les muscles qui levent une partie dans une occasion, ce sont les mêmes qui dans une autre occasion font seulement effort contre l'abbaissement de la même partie, sans la lever. Par exemple, les mêmes muscles qui levent l'épaule quand on la veut hausser, ces mêmes muscles l'empêchent de s'abbaisser quand on veut qu'elle soûtienne un fardeau. Il faut encore observer que dans quelque situation que le corps puisse être, le terme de *lever* signifie icy approcher de la tête, & que celui de *baisser* en marque l'éloignement; soit qu'on soit debout, assis, couché, qu'on ait la tête en haut, en bas, &c. sans cette attention l'on pourroit quelquefois se trouver embarrassé.

Voici plusieurs exemples de ces différents mouvements, arrangés sous quatre Classes generales.

PREMIÉRE CLASSE.

On hausse l'Epaule, ou on l'empêche de se baisser.

Sans charge ou resistance étrangere, le bras étant en bas auprès des côtes, comme quand on hausse les épaules par compassion, ou pour faire un grand soupir. *(Fig. 1.)*

Sans charge ou resistance étrangere, le bras étant étendu & éloigné des côtes, comme pour montrer quelque chose de loin. *(Fig. 2.)*

Pour ſoulever ou ſoûtenir un fardeau ſoit immediatement, ſoit par le moyen d'une corde, &c. ſoit enfin par quelque portion du bras abbaiſſé, comme quand on porte un ſeau ſur l'avant-bras ou avec la main. *(Fig. 3. 4. & 5.)*.

La même choſe arrive à ceux qui ſur une corde horiſontalement tenduë, ſe pendent par les mains la tête en bas & les jambes en haut, car ils ſont tous leurs efforts pour empêcher les épaules de s'loigner de la tête, c'eſt-à-dire, ſelon le langage commun, de s'abbaiſſer. *(Fig. 6.)*

Pour ſoutenir un fardeau par les mains au-deſſus de la tête; cela arrive auſſi à ceux qui s'appuyent ſur les mains, la tête en bas & les jambes en haut. *(Fig. 7 & 8.)*

Pour tirer de bas en haut. *(Fig. 9.)*

SECONDE CLASSE.

On baiſſe l'Epaule, on l'empêche de monter.

Simplement ſans charge eſtrangere; comme quand on veut faire le cou long. *(Fig. 10.)*

Pour tirer de haut en bas. *(Fig. 11.)*

Pour marcher avec des bequilles. *(Fig. 12.)*

Pour s'appuyer directement ſur les coudes, ou ſur les mains, comme pour imprimer un cachet, &c. *(Fig. 13.)*

Pour ſe ſoulever directement par les mains appuyées ſur le ſiege à côté des hanches, quand on eſt aſſis. *(Fig. 14.)* ou pour ſe mettre à ſon ſéant dans le lit. *(Fig. 16.)*

Pour grimper ſans éloigner les bras des côtés de la poitrine. *(Fig. 15.)* La ſuſpenſion du corps par les bras levés en haut, peut encore avoir lieu icy, quoi-qu'elle puiſſe auſſi être rapportée à une autre eſpece de mouvement ou d'attitude, dont il ſera parlé dans la ſuite.

Pour lever la tête pendant que l'on eſt couché ſur le côté. *(Fig. 17.)* Cette obſervation eſt très ſinguliere, & perſonne, que je ſçache, n'en a parlé. Je l'expliquerai ci-après.

TROISIÉME CLASSE.

On avance l'Epaule ſur le devant, on l'empêche de reculer.

Simplement ſans reſiſtance étrangere, comme pour croiſer les bras, *(Fig. 18.)*

Pour s'appuyer ſur les mains ou ſur les coudes, le viſage & la poitrine étant en bas, comme quand on veut ſe proſterner. *(Fig. 19.)*

Pour traîner ou tirer par derriere. *(Fig. 20.)*

Pour pouſſer directement devant ſoy avec les bras étendus, ou de côté avec un ſeul. *(Fig. 21. 22.)*

QUATRIÉME CLASSE.

On recule l'Epaule, on l'empêche d'avancer.

Simplement ſans reſiſtance étrangere, comme pour faire avancer ou ſaillir la poitrine. *(Fig. 23.)*

Pour tirer à ſoy pardevant, comme quand on tire une grande ſcie. *(Fig. 24.)*

Pour embraſſer. *(Fig. 25.)*

Pour ſe ſoulever dans le lit (étant couché ſur le dos) par une corde attachée en haut. *(Fig. 26.)*

Après avoir conſideré les differents mouvements de l'épaule, & les cas où ils arrivent, il faut faire attention ſur les attitudes des os qui la compoſent. Il faut d'abord ſe ſouvenir que l'omoplate eſt un os large, mince, irregulierement triangulaire, & diſpoſé naturellement de la maniere ſuivante : Des trois bords, le plus petit que les Anatomiſtes appellent côté ſuperieure de l'omoplate, eſt ſitué en haut & preſque tranſverſalement; le plus grand auquel ils ont donné le nom de baſe, regarde l'épine du dos, de maniere qu'il en eſt plus éloigné par en bas que par en haut; le troiſiéme bord, communément appellé côte inferieure de cet os, eſt fort obliquement tourné vers les parties laterales de la poitrine. Des deux angles qui

terminent la baſe, l'un eſt ſuperieur, & l'autre inferieur; le troiſiéme, qui n'a ni la forme ni le nom d'angle, & qui eſt pluſtoſt une eſpece de col determiné par une cavité nommée glenoïde, porte deux avances, une petite appellée Coracoïde, & une dite Acromion : ſa ſituation eſt telle, que l'Acromion eſt le plus élevé, & forme principalement ce qu'on appelle communément le moignon de l'épaule. *(Fig. A.)*

Dans la premiere eſpece des mouvements marqués cy-deſſus, c'eſt-à-dire, quand on hauſſe l'épaule, c'eſt de toutes les parties de l'omoplate le ſeul acromion qui ſoûtient les efforts des fardeaux & des réſiſtances. Quand ces mouvements ſont petits, tout le corps de cet os paroît monter preſque uniformément, mais dans les grands mouvements l'acromion ſe leve pendant que l'angle ſuperieur deſcend, & que l'angle inferieur ſe porte en devant *(Fig. B.)* L'extremité voiſine de la clavicule ſuit les mouvements de l'acromion, y étant étroitement liée, pendant que l'autre extremité de la clavicule ne ſe meut que comme ſur un point, étant attachée à la partie ſuperieure du Sternum qui eſt preſque immobile à cet endroit. Cecy joint à ce que j'ay dit cy-deſſus de la direction particuliere des facettes cartilagineuſes, par leſquelles l'acromion & l'extremité voiſine de la clavicule ſont articulés enſemble; cecy, dis-je, démontre aſſés que la clavicule ne ſert pas d'appuy à l'omoplate dans la premiere eſpece de ſes mouvements. Il faut encore avertir en paſſant, que les termes par leſquels on déſigne communément les extremités de la clavicule, ſont fort équivoques, en appellant celle qui eſt jointe au Sternum, anterieure, inferieure ou interne; & l'autre, poſterieure, ſuperieure ou externe. Pour éviter ces équivoques, j'en nomme l'une humerale ou ſcapulaire, & l'autre pectorale ou ſternale. L'extremité humerale de la clavicule eſt expoſée aux mêmes réſiſtances & fardeaux que l'acromion, mais il la ſoûtient, & par conſéquent il eſt ſeul chargé de tout.

Dans la ſeconde eſpece de mouvement de l'épaule, ſoit qu'on la rabaiſſe après l'avoir élevée, ſoit qu'on l'empêche de

monter, c'eſt toûjours à la tête de l'omoplate, c'eſt-à-dire, à l'angle qui porte l'acromion, que les réſiſtances ſe font. Pendant que cet angle ou acromion deſcend en rabaiſſant l'épaule, l'autre angle ſupérieur remonte, & l'angle inférieur recule. *(Fig. C.)* Dans ce cas l'acromion entraîne ſeulement la clavicule avec lui; deſorte que dans cette eſpece de mouvement elle ne lui ſert pas plus d'appuy que dans la premiere.

Les deux autres eſpeces de mouvement ont cela de particulier, qu'en avançant l'épaule les deux forment enſemble un angle plus aigu que dans leur attitude ordinaire, *(Fig. D.)* & qu'en la reculant cet angle devient plus grand. Dans le premier cas on écarte l'acromion des côtes, & dans le ſecond on l'en fait approcher. *(Fig. E.)* Dans ces deux eſpeces de mouvements la clavicule ne ſert que de borne, c'eſt-à-dire, à empêcher que l'omoplate ne ſe jette trop en avant ou en arriere.

On pourroit encore établir *une cinquiéme eſpece*, par laquelle *l'omoplate tourne dans ſon propre plan:* Par exemple, quand on leve le bras en haut & en devant, l'attitude de l'omoplate eſt alors telle, que l'acromion, l'apophyſe coracoide & la cavité glenoide ſont tournez en haut, l'angle poſtérieur eſt abbaiſſé, & l'angle inférieur s'éloigne de l'épine du dos & s'avance vers le milieu des côtes, comme dans la *(Fig. B.)*

Quand on porte le bras en arriere par en bas, l'attitude de l'omoplate eſt alors dans un ſens tout oppoſé au précédent, l'acromion deſcend, l'angle poſtérieur monte, & l'angle inférieur recule. Dans ce cas la baſe de l'omoplate devient parallele à l'épine du dos, comme dans la *(Fig. C.)*

Quand on fait aller le bras en maniere de pendule, ou pour le tourner comme avec une fronde, alors ce n'eſt qu'une combinaiſon alternative des autres mouvements. *(Fig. 27.)*

Mais cette eſpece de mouvement ſe trouve ſouvent mêlée avec les quatre précédentes, ſelon que ces mouvements ſont plus ou moins directs ou obliques. Et même quand on en examine avec attention ceux qui paroiſſent les plus directs, on y trouvera quelque combinaiſon. C'eſt la clavicule qui en

eſt la cauſe ; car étant appuyée par une de ſes extremités au Sternum, la connexion de ſon autre extremité avec l'acromion fait, que l'on ne peut lever l'épaule directement en haut, ſans l'avancer un peu en même temps, ni la rabaiſſer ſans la reculer.

Après avoir bien conſideré les différents mouvements de l'épaule, & les attitudes particulieres de ſes os, principalement celles de l'omoplate, j'ay examiné avec grand ſoin, & à pluſieurs repriſes, tous les muſcles qui y ſont attachez, & ceux qui m'ont paru y avoir quelque rapport ſans y eſtre attachez. Par cet examen, toûjours accompagné d'une attention particuliere ſur les remarques précédentes, je crois être parvenu à déterminer plus précisément & le nombre & les vrayes uſages des muſcles, qui executent tous les mouvements de l'épaule, ſelon toutes les circonſtances mentionnées.

Des cinq muſcles qui meuvent l'omoplate ſur le Thorax, les trois qui l'attachent aux Vertebres; ſçavoir, le Trapeze, le Rhomboide & le nommé Releveur propre, n'ont donné aucun ſujet de conteſtation parmi les Anatomiſtes qui ont écrit avant moy. Les deux autres qui l'attachent aux côtes; ſçavoir, le grand Dentelé & le petit Pectoral, n'ont pas eû le même ſort. Ce dernier a été très long-temps compté parmi les ſeuls moteurs de l'omoplate, & le grand Dentelé parmi les muſcles de la reſpiration. Dans la ſuite on a crû ces deux muſcles réciproquement capables de mouvoir l'omoplate & les côtes, dans des differentes occaſions. Riolan dans ſon Anthropographie de l'année 1649. (dans laquelle édition il a révoqué tout ce qu'il avoit écrit auparavant) diſtingue les muſcles de l'omaplate en Propres & en Communs. Il appelle Propres le Trapeze, le Rhomboide, le Releveur, & le petit Pectoral, n'oſant pas y joindre le grand Dentelé, qui lui paroiſſoit plûtôt appartenir au mouvement des côtes qu'à celui de l'omoplate. Il nomme communs le grand Dorſal & le petit Pectoral; leſquels, dit-il, quoi-que deſtinez au mouvement du bras, s'attachent un peu en paſſant à l'omoplate. Il n'en donne pas d'autre raiſon ni d'explication.

On a été très long-temps ſans donner aucun muſcle à clavicule, étant dans la penſée qu'elle n'en avoit pas beſoin, à cauſe de ſa connexion avec l'Omoplate, dont elle ſuit les mouvements. Spigel celebre Profeſſeur de Padoüe, & un des premiers contemporains de Riolan lui a enfin approprié le muſcle appellé Soûclavier, que tous les Anatomiſtes avant lui avoient rangé parmi les muſcles de la reſpiration. On lui avoit fait des objections, il y a répondu, & fait tout de ſon mieux pour montrer que ce muſcle eſt l'abbaiſſeur propre de la clavicule. Je m'étonne qu'il n'avoit pas auſſi reconnu pour un Releveur de cet os la portion anterieure ou ſuperieure du Trapeze qui y eſt ſi particulierement attachée, que ſans difficulté il lui auroit dû attribuer cette fonction. Pluſieurs modernes ſont encore du ſentiment des anciens par rapport au muſcle Soûclavier; je m'expliquerai dans la ſuite.

Avant que d'entrer dans l'examen particulier des differents mouvements de l'épaule, il faut ſe ſouvenir, que l'omoplate, outre les cinq muſcles mentionnez ci-deſſus, ſert encore d'attache à pluſieurs autres; ſçavoir, à ſept pour le Bras, qui ſont le Deltoide, le Sus-épineux, le Sous-épineux, le grand Rond, le petit Rond, le Sous-ſcapulaire & le Coraco-Brachial; à deux pour l'avant-bras, qui ſont le Biceps & le long Extenſeur; à un pour l'os Yoide, appellé communément Coraco-yoidien, & que je nommerois plûtôt Omo-yodien. Il eſt bon d'avertir à cette occaſion, que Riolan même, quoi-qu'il lui donnoit le nom commun de Coraco-yoidien, a dit qu'il n'eſt pas attaché à l'apophyſe ou epiphyſe coracoide, mais à la côte ſupérieure de l'omoplate.

Il eſt bon de faire une pareille attention, par rapport à la clavicule, qui outre le muſcle ſouclavier ſert auſſi d'attache à une portion du Trapeze, à une du Deltoide, à une du grand Pectoral, à une du Sterno-Maſtoidien, que l'on nomme auſſi Sterno-cleido-Maſtoidien, à cauſe de ſon attache à la clavicule. Je paſſe ſous ſilence le Sterno-yoidien, & le Sterno-thyroidien, de même qu'un petit muſcle très particulier dont perſonne n'a parlé, que je ſçache, & que j'avois d'abord pris

pour

pour une bande extraordinaire du Coraco-ou Omo-Yoidien. On verra dans la ſuite l'utilité de cette attention ſur les muſcles circonvoiſins.

L'élevation de l'épaule eſt communément attribuée à l'action du muſcle, qu'on a nommé pour cela Releveur propre de l'omoplate, & à celle de la portion ſupérieure du M. Trapeze. J'ay fait voir dans un Memoire de l'année 1719. que contre l'opinion ordinaire, toutes les portions du Trapeze concourent ſouvent enſemble à cette action, & qu'alors ledit Releveur, loin de lever, ſe relâche & ſuit l'abbatement de l'angle ſupérieur de l'omoplate, en même temps que l'acromion ſe leve. Mais ayant conſideré attentivement les réſiſtances conſidérables que l'on ſurmonte quelquefois par l'épaule, ſoit en la levant, ſoit en l'empêchant de s'abbaiſſer, & la grande délicateſſe de la portion antérieure ou ſupérieure du M. Trapeze, laquelle eſt très mince, & par conſéquent composée de très peu de fibres motrices, quoyque ſa longueur & ſa largeur faſſent d'abord paroître le contraire ; ayant conſideré, dis-je, cette diſproportion, & ne trouvant aucun exemple d'une pareille dans tout le corps humain, je me ſuis trouvé fort embarraſſé comment expliquer évidemment cette force de lever l'épaule pour ſurmonter & pour ſoûtenir des poids qui paroiſſent preſque inſurmontables. Ma difficulté étoit d'autant plus grande, que ſouvent ce n'eſt que l'extremité ou le moignon de l'épaule qui en eſt chargé, que c'eſt la portion la plus foible du Trapeze qui y eſt attachée ; & enfin que le prétendu Releveur en eſt trop éloigné, pour pouvoir devenir auxiliaire dans cette ſituation. Mais je deſeſperois preſque en voyant enſuite que l'on peut tenir la tête entierement inclinée ſur l'une ou l'autre épaule, & en même temps hauſſer cette épaule, ou la tenir hauſſée avec autant de force, qu'on la hauſſe & qu'on la tient hauſſée, la tête & le col étant dans leur ſituation ordinaire : car tout le monde ſçait, que la portion du Trapeze qui tient par une de ces extremités à l'acromion & à la clavicule, eſt attachée par l'autre à l'occiput & aux vertebres ſupérieures du col; d'où on conclut naturellement,

que dans la ſituation inclinée de la tête & du col, dont je viens de parler, les fibres de la portion ſupérieure du Trapeze ſont lâches & hors d'état de ſe raccourcir ſuffiſamment. J'ajoûte à tout cela qu'en tenant l'épaule levée, on ne ſent pas par le tact la tenſion de ces fibres du Trapeze, & qu'on peut en cette ſituation & dans cette attitude de l'épaule, & même de toutes les deux épaules, tourner la tête très librement de côté & d'autre.

Enfin, après avoir examiné en vain d'autres muſcles que je pouvois ſoupçonner y avoir quelque rapport, & après avoir lû avec attention plus de trente des meilleurs Auteurs ſur cette matiere, ſans y trouver aucune lumiere pour ſortir de mon embarras, j'ay recommencé l'examen que j'avois autrefois entrepris du grand Dentelé, & je croy y avoir trouvé le dénouëment de mes difficultez. J'ay donné une deſcription particuliere de ce muſcle dans l'année 1719. très-differente de toutes celles qu'on en avoit données auparavant. J'y ay ajoûté la raiſon de l'inadvertance de pluſieurs habiles Anatomiſtes, par rapport à la deſcription de ce muſcle; & j'y ay promis des obſervations ſur quelques uſages nouveaux, que je croyois alors en avoir trouvez, mais qui dans la ſuite de mon examen m'ont paru ne pas répondre aſſez à la juſte idée que le public s'eſt toûjours formée de nôtre Compagnie.

Sans repeter à preſent ce que j'en ay dit aſſez amplement dans le Memoire cité, il ſuffit de faire ſouvenir que ce muſcle eſt le plus fort de tous ceux qui attachent l'omoplate au tronc du corps humain, que les fibres dont ſon plan eſt formé, ſont attachées par une extremité le long de tout le bord de la baſe de l'omoplate, & par l'autre aux huit premieres côtes pour l'ordinaire, quelquefois plus, quelquefois moins, & cela par autant de portions ſéparées, que les Anatomiſtes appellent digitations. Il faut ſur-tout ſe ſouvenir, que les deux premieres digitations ſont des paquets de fibres, dont l'autre extremité s'épanouit le long des trois quarts ſupérieurs de la baſe de l'omoplate, & que toutes les autres digitations qui ſont épanouies ſur les ſix ou ſept côtes ſuivantes, ſont autant de

bandes charnuës dont les extremitez poſtérieures ſont ramaſſées dans l'eſpace du quart inférieur de la baſe de l'omoplate ; deſorte que ces bandes ſont diſpoſées en maniere de rayons ou de portions d'une évantail épanouie. Par là on voit que depuis la baſe de l'omoplate juſqu'au côté de la poitrine, la plus grande partie des fibres motrices de ce muſcle croiſent très fort les côtes de bas en haut, & de derriere en devant, & qu'il y en a très peu des plus inférieures qui côtoyent les dernieres côtes, & quelquefois paroiſſent très legerement croiſer la derniere de ces côtes dans un ſens contraire. Il ne faut pas oublier ici, que pendant que l'acromion monte, l'angle ſupérieur de ſa baſe deſcend, & l'angle inférieur s'avance vers le devant ; deſorte que tout l'omoplate ſe tourne ſur le plan de ſa largeur, comme j'ay déja dit cy-deſſus.

La forme, le volume, la diſpoſition de ce muſcle, l'arrangement de ſes fibres, & ſur-tout l'attache de ſa plus grande portion vers l'angle inférieur de la baſe de l'omoplate, montrent aſſez, que toutes ſes parties conſpirent à lever l'acromion en haut ; car les bandes rayonnées font avancer l'angle inférieur de l'omoplate vers la partie laterale de la poitrine, & les plus ſupérieures de ces mêmes bandes ſoûlevent cet angle, le ſoûtiennent, & ainſi contrebalancent les réſiſtances, aux quelles ſont expoſez l'acromion & l'extremité voiſine de la clavicule, qui ſont levez en haut par le même moyen ; c'eſt pourquoy, quand on veut lever l'épaule chargée de grands fardeaux, il n'eſt pas étonnant que l'on retient, le plus qu'il eſt poſſible, la reſpiration, afin que les côtes étant par là arrêtées vacillent moins, & ainſi deviennent alors le point fixe de ce muſcle.

Tout ceci me paroît prouver aſſez évidemment, que le M. grand Dentelé eſt le principal Acteur du mouvement de l'épaule en haut, que ſans lui il eſt impoſible d'expliquer comment on peut ſoûlever & ſoûtenir de ſi grands fardeaux; & enfin que le M. Trapeze n'eſt que ſon auxiliaire. Toutes les portions de l'un & de l'autre de ces deux muſcles concourent à la même action, mais d'une maniere très differente, tant

par rapport à la quantité qu'à la direction de leurs fibres motrices.

Dans cette eſpece de mouvement de l'épaule, le M. Rhomboide, le petit Pectoral & le prétendu Releveur propre ne ſont que prêter comme des Modérateurs, ſelon l'idée que j'ay propoſée dans mon Memoire de 1720. ſur l'action des muſcles en general. Mais après ce mouvement ils conſpirent tous trois enſemble à ramener l'épaule dans ſon attitude ordinaire, c'eſt-à-dire, à la rabaiſſer, principalement dans les cas que j'expliqueray cy-après.

Je reſerve à une autre occaſion mes remarques ſur l'uſage, que non-ſeulement pluſieurs Anciens, mais auſſi quelques Modernes, attribuent au grand Dentelé, par rapport à la reſpiration. Il ſuffit à preſent d'avoir fait entrevoir, par ce que je viens de dire, & par ce que j'ay dit dans mon Memoire de 1719. que la plus grande & la plus forte portion du grand Dentelé eſt tellement diſpoſée, qu'elle ne peut abſolument pas lever les côtes, comme on a prétendu, & que la petite portion, qui ſemble dans quelques ſujets pouvoir relever la derniere côte à laquelle elle eſt attachée, eſt très mince, très foible, & à peine la dixieme partie de ce muſcle.

M. Cowper dans ſa grande Myographie poſthume imprimée à Londres en 1724. *in folio*, rapporte une obſervation au ſujet du prétendu Releveur propre de l'omoplate.
» Voici comme il en parle, Ch. XX. n. LXXXIII. Nous avons
» trouvé, dit-il, dans quelques ſujets des faiſceaux de fibres
» charnuës, qui ſortoient de la partie inférieure de ce muſcle,
» & alloient ſe terminer ſur la ſeconde ou troiſieme côte avec
» la partie ſupérieure du grand Dentelé. Il me ſemble que ces faiſceaux de Cowper ne ſont que la petite portion particuliere du grand Dentelé, dont j'ay donné la deſcription dans mon Memoire de 1719. & que M. Cowper l'a pris pour un détachement du nommé Releveur.

On comprend aiſément, que toutes les circonſtances que j'ay rapportées à la premiere claſſe des mouvements de l'épaule, c'eſt-à-dire, à ſon élevation ou hauſſement, s'expliquent par

une même méchanique, & que c'eſt le grand Dentelé qui en eſt le principal organe. On pourroit trouver quelque difficulté là-deſſus, par rapport à la 6.e & la 8.e Fig. mais ſi l'on fait attention que dans la 6.e Fig. l'homme étant pendu à contre-ſens par ces mains ſur une corde horizontalement tenduë, les pieds en haut & la tête en bas, tout le fardeau de ſon corps tombe entre les épaules, qui arrêtées par les mains ne peuvent pas ſuivre ; deſorte que dans ce cas les épaules ſeroient violemment écartées de la tête vers fauſſes côtes, c'eſt-à-dire, ſelon le langage ordinaire, abbaiſſées au point de cauſer des compreſſions & des tiraillements inſupportables, ſi elles n'eſtoient alors contrebalancées par quelque artifice qui, ou les maintiendroit dans leur place, ou les approcheroit de la tête, c'eſt-à-dire, ſelon le même langage, les tiendroit levées ou hauſſées ſelon le beſoin. Cet artifice ſe trouve encore dans l'action du grand Dentelé, qui eſt, comme je l'ay fait ſentir, le principal Moteur dans toutes ces attitudes de la premiere claſſe des mouvements de l'épaule. Il n'eſt pas difficile d'appliquer ceci à la 8.e Fig. qui repreſente l'homme étant appuyé par ſes mains à terre, ſans que la tête y touche, pendant qu'il tient les jambes directement en haut. C'eſt pourquoy, ſans m'y arrêter, je paſſeray à la ſeconde claſſe.

L'abbaiſſement de l'épaule a eſté preſque en tout temps plus attribué à ſon propre poids, qu'à l'action des muſcles. Spigel eſt le premier, comme j'ay déja dit, qui lui a trouvé un abbaiſſeur particulier ; ſçavoir, le M. Soûclavier, après l'avoir ôté du rang des muſcles de la reſpiration, parmi leſquels l'opinion commune des Anatomiſtes l'avoient placé. Les raiſons qu'il a oppoſées à cette opinion, n'ont pas été aſſez convaincantes pour la faire abandonner. Il dit, qu'encore que cette partie puiſſe redeſcendre par ſon propre poids ſans le ſecours du M. Soûclavier, il y a cependant des occaſions où on en avoit beſoin, comme quand on eſt couché. Il ajoûte que cet uſage, & ce beſoin, ne regardent pas tant la clavicule en particulier que l'omoplate même, qui ſans cela n'auroit pas eu de muſcle abbaiſſeur, & par conſequent auroit

ſouvent été expoſé à de grands inconvenients : Il allegue encore pour preuve de ſon opinion les Phénomenes qui ſe rencontrent dans les differentes fractures de la clavicule, & dont je diray mes ſentiments dans une autre occaſion.

Depuis ce temps-là juſqu'à preſent l'ancienne idée de la fonction de ce muſcle a toûjours trouvé des Patrons, même parmi les grands Maîtres, & même parmi les plus Modernes ; comme il paroît aſſez dans leurs ouvrages qui ſont entre les mains de tout le monde. Il paroît d'abord très étonnant que dans un ſiecle auſſi éclairé que le nôtre, les illuſtres en ſcience ſont ſi partagez & ſi indéterminez ſur l'uſage de ce muſcle, comme s'il étoit difficile de l'examiner, ou qu'il fallût pour cela faire venir des ſujets des païs très éloignez ; muſcle néanmoins que le moindre apprentif connoît & démontre ſans difficulté. Mais cet étonnement ceſſera bien-tôt, quand on examine pluſieurs cauſes aſſez generales. Par exemple, on ſe contente ſouvent des idées ſans les examiner par les expériences : On ſe contente ſouvent de l'inſpection d'un ſquelete mal accommodé, ou tout au plus d'une diſſection faite à la hâte, & très ſuperficiellement ; on ſe repoſe enfin ſur le rapport de ceux que l'on croit être aſſez habiles.

Mais pour revenir au muſcle Soûclavier, ſi l'on veut une conviction démonſtrative de la nullité de ſon uſage par rapport à la reſpiration, & de la realité de celui qu'il peut avoir à l'égard du mouvement de la clavicule, il faut d'abord bien examiner la conformation de la premiere côte, & ſa connexion avec le Sternum. Il faut faire cet examen non pas ſur un ſquelete ordinaire où la vraye connexion de la premiere côte avec le Sternum eſt détruite ; mais ſur un cadavre tout frais, après en avoir emporté les parties molles qui environnent cette côte, & en y laiſſant les cartilages & les ligaments dans leur entier. Alors on verra, 1.° que ſa portion cartilagineuſe eſt beaucoup plus courte, beaucoup plus large, & beaucoup moins ſouple que celles de toutes les autres côtes, 2.° on verra que cette portion n'eſt pas articulée avec le Sternum comme celles des côtes ſuivantes, mais qu'elle eſt auſſi intimement

ſoudée avec le Sternum, qu'elle l'eſt avec le corps de la côte. Enſuite il faut examiner avec beaucoup d'attention le muſcle Soûclavier, ſa direction & ſes attaches. On obſervera non ſeulement qu'il eſt placé entre la clavicule & la premiere côte, le long de l'intervalle de ces deux os, un peu obliquement, comme tout le monde ſçait, mais auſſi qu'il eſt attaché par un bout au haut de la portion cartilagineuſe de cette côte vers le Sternum, de même qu'à une petite partie voiſine de ſa portion oſſeuſe, & que par l'autre bout il s'attache à une bonne partie de l'extremité humerale de la clavicule. Ainſi cette partie de la premiere côte étant immobile, & l'extremité opposée de la clavicule étant très facile à mouvoir, il eſt évident qu'il ne peut pas lever la premiere côte, & que dans certains cas il peut facilement rabaiſſer la clavicule, & en même temps l'épaule par la connexion de cet os avec l'omoplate. Voilà bien peu de choſe pour terminer le différent de tant de grands Sçavants. Tout eſt facile quand on l'a trouvé.

J'ai avancé ci-deſſus que l'épaule étant levée par l'action du grand Dentelé & du Trapeze, trois autres muſcles, ſçavoir le petit Pectoral, le Rhomboïde & le prétendu Releveur propre, conſpirent enſemble à la rabaiſſer dans certaines occaſions. Ainſi en y ajoûtant le muſcle Soûclavier, on peut conter quatre muſcles abbaiſſeurs de l'épaule, pour me ſervir du langage commun des Anatomiſtes. J'ai encore averti que Riolan diviſe les muſcles de l'omoplate en Propres & en Communs, prenant pour ces derniers le grand Dorſal & le grand Pectoral, & diſant pour toute raiſon que ces muſcles, quoi-que deſtinés à mouvoir le bras, adherent un peu à l'omoplate en paſſant; ſçavoir le grand Pectoral à l'acromion par une legere adherence de ſa portion ſuperieure, & le grand Dorſal à l'angle inferieure de l'omoplate par une petite portion détachée, qu'il croit pouvoir abbaiſſer cet os. Pluſieurs Autheurs ont avancé que la portion inférieure du muſcle Trapeze peut auſſi abbaiſſer l'épaule; mais j'ai démontré tout le contraire dans mon Memoire de 1719. A l'égard de la petite portion ſuperieure du grand Dorſal, ce n'eſt qu'un faiſceau de fibres

charnuës, qui se trouve dans quelques sujets, comme détaché du reste de ce muscle, & attaché à l'angle inferieur de l'omoplate. Ce faisceau ne peut faire autre chose que d'être un auxiliaire assés foible du muscle appellé Grand-rond, & pourroit avec lui contribuer à faire tirer l'angle inferieur de l'omoplate vers le milieu des côtes : mais alors l'acromion monteroit en même temps, & par conséquent l'épaule au lieu de s'abbaisser, comme on la crû, seroit levée. L'adherence legere de la portion superieure du grand Pectoral à l'acromion, quand elle s'y trouve, pourroit peut-être aider un peu à l'abbaisser, mais ce seroit si peu, qu'on n'oseroit y conter.

Il y a des cas où les quatre muscles, sçavoir le petit Pectoral, le Rhomboïde, le prétendu Releveur propre & le Soûclavier, que j'ai dit concourir ensemble à rabaisser l'épaule, ne suffisent pas pour executer cette action. Mais avant que de parler de ces cas, il faut expliquer en peu de mots ce que chacun de ces quatre muscles opere en particulier dans leur action commune. Il faut encore pour cela se souvenir que dans l'élevation de l'épaule, c'est l'acromion qui monte avec l'extremité voisine de la clavicule, pendant que l'angle superieur de l'omoplate descend, & que l'angle inferieur s'éloigne de l'épine du dos. Ainsi pour rabaisser l'épaule quand on est couché, sur-tout quand on a le dos plus bas que la region lombaire, il est évident que le petit Pectoral par son attache à l'apophyse ou epiphyse coracoide, & le muscle Soûclavier par son attache voisine à la clavicule, tirent ensemble l'acromion en bas, pendant que le prétendu Releveur propre remonte l'angle superieur, & que le Rhomboïde appproche l'angle inferieur des vertebres. Quand on est debout ou assis, & qu'on ait alors haussé l'épaule, le seul poids du bras suffit pour la rabaisser, & dans ce cas les quatre muscles n'y contribuent en rien, & ne font autre chose que reprendre leur ressort.

Mais si dans cette même attitude, sçavoir étant debout ou assis, on veut abbaisser l'épaule avec effort; par exemple pour allonger le col tout droit, comme dans la 9.e fig. alors le secours de ces quatuor sera necessaire.

La

La 10.[e] figure & les ſept ſuivantes, ſçavoir la 11. 12. 13. 14. 15. 16. & 17. repreſentent les cas où il faut employer des forces ſuperieures à celles des quatre muſcles, pour arrêter les épaules en bas, & les empêcher de monter. Je trouve réellement ce ſecours dans les deux muſcles du bras, le grand Pectoral & le grand Dorſal; non pas ſelon l'idée de Riolan par rapport à leur adherence legere à l'omoplate; mais je le trouve dans des portions très conſiderables de ces deux muſcles. Pour s'en convaincre il faut ſe rappeller l'idée de leur conformation, de leur direction & de leurs attaches. Le grand Pectoral eſt un gros muſcle qui s'étend ſur la partie latérale anterieure de la poitrine, qui s'attache aux portions antérieures de la clavicule & à celles des huit, quelquefois neuf premieres côtes juſqu'au Sternum; de là ces fibres ſe ramaſſent en maniere de rayons, & forment un tendon très fort & plat, qui eſt attaché à l'os du bras le long d'une portion de la gouttiere bicipitale, de telle façon que la partie inferieure de ce tendon repond à la portion ſuperieure du volume charnu du muſcle, & que la partie ſuperieure du même tendon repond à la portion inferieure du corps du muſcle. Quant au grand Dorſal, on ſçait qu'il eſt attaché par une expanſion tendineuſe très large aux apophyſes épineuſes des ſix, ſept ou huit vertebres inferieures du dos, à toutes celles des lombes, à l'os ſacrum, à la portion voiſine de la crête de l'os des îles, & enfin par une eſpece de digitations aux extremités des trois ou quatre fauſſes côtes inferieures. De toute cette étenduë, ſes fibres charnuës montent en ſe ramaſſant vers le haut de l'os du bras, où elles forment auſſi un tendon plat, qui s'attache à l'autre bord de la gouttiere bicipitale de cet os. Un peu avant ſon attache, il ſe croiſe avec un pareil tendon d'un muſcle appellé grand Rond, qui s'attache au même bord mais plus bas. J'ay obſervé à cette occaſion, que le fond de la gouttiere bicipitale eſt tapiſſé par le mêlange de ces trois bandes tendineuſes. Les deux muſcles dont je viens de parler forment ce qu'on appelle le creux de l'aiſelle.

Ainſi le grand Pectoral & le grand Dorſal étant attachés

d'une part au tronc du corps humain, & de l'autre à l'os du bras près la connexion de cet os avec l'omoplate, ils peuvent agir ſur l'omoplate même, comme s'ils y étoient immediatement attachés, & y agiſſent très réellement & très ſenſiblement dans les cas indiqués cy-deſſus; ſçavoir le grand Pectoral par ſa portion inferieure, & le grand Dorſal tant par ſa portion moyenne ou inferieure, que par ſa portion anterieure. Dans ces cas ils font en quelque maniere la même choſe que feroient des bretelles, qui étant appliquées ſur les épaules & fermement arreſtées au bas du corps, les tiendroient en bride & les empêcheroient de monter pendant que l'on s'appuyeroit ſur les coudes près les côtes, ou ſur les mains près les hanches. Pour s'en aſſûrer, on n'a qu'à faire aſſeoir quelqu'un dans un fauteüil & luy faire appuyer les mains ſur le ſiege, ou les coudes ſur les bras du fauteüil, pour ſe ſoulever directement en haut, & en même temps on touchera ſes côtés depuis le creux des aiſelles juſqu'en bas; alors on ſentira ces muſcles très bandés, ſur-tout le grand Dorſal, qui ſeul pourroit ſuffir quand la perſonne eſt legere, & ſans aucune charge ou reſiſtance. On peut faire la même experience ſur ſoy-même, en s'appuyant ſur une main, pendant que l'on touche le côté avec l'autre; mais il faut obſerver en même temps de ſe ſoulever par ce ſeul appuy, & de ſe ſoulever directement : il n'eſt pas difficile d'appliquer cette idée aux autres figures marquées. Mais la 12.e qui repreſente la maniere de marcher avec des bequilles, en démontre tellement & l'action & la neceſſité, que ſans le ſecours de ces muſcles, il paroît impoſſible d'expliquer le marcher de ces infirmes. C'eſt auſſi par les mêmes muſcles indépendamment de l'épaule, qu'on eſt ſuſpendu, quand on ſe pend par les mains, ayant les bras levés en haut, comme dans la fig. 16. *b.*

La 17.e figure qui repreſente un homme couché ſur le côté & levant la tête, ou la ſoûtenant en l'air, paroît d'abord n'avoir aucun rapport à ce Memoire. C'eſt pourquoy auſſi j'ai averti au commencement, que cette obſervation eſt très ſinguliére. En voici le fait : pour lever la tête dans cette

attitude, ou pour l'y soûtenir sans appuy, il faut que le muscle Mastoidien & le muscle Splenius du côté, qui est en l'air, agissent. Le Splenius étant attaché aux dernieres vertebres du col & aux premieres du dos, est assés affermi pour agir dans cette occasion; mais l'attache du Mastoidien étant en partie à la clavicule, & par conséquent très vacillante à cause de la mobilité de cet os, a besoin d'être arrêtée pour que ce muscle puisse soulever ou soûtenir la tête. Le muscle Souclavier ne suffit pas pour contrebalancer ou pour surmonter une telle pesanteur, & sa direction n'y est point du tout favorable. C'est le grand Dorsal qui est ici l'Agent, sa portion moyenne ou inferieure & sa portion anterieure tiennent l'os du bras abbaissé en bride. L'os du bras retient l'omoplate & la clavicule par leur connexion mutuelle; le bas de sa portion posterieure y peut aussi contribuer. Par ce moyen l'attache du muscle Mastoidien à la clavicule, devient stable & met ce muscle en état de lever & de soûtenir la tête. Pour en voir la preuve, on n'a qu'à faire ce mouvement dans son lit, & en même temps couler sa main depuis le creux de l'aisselle le long du grand Dorsal qu'on trouvera alors très bandé. Dans ce cas sa portion anterieure étant attachée aux trois ou quatre dernieres fausses côtes qui sont naturellement les plus mobiles à proportion des autres, la portion posterieure des muscles Obliques du bas ventre qui y est aussi attachée, se met en même temps en contraction pour arrêter ces côtes, afin que l'attache du grand Dorsal soit stable pendant qu'il est en action.

Cette observation a beaucoup de rapport avec celle que j'ay faite il y a quelques années sur une action particuliere des muscles Droits du bas ventre. Car étant couché sur le dos, si en même temps on leve la tête ou on la soûtient levée, on sentira alors ces muscles bandés comme des cordes tenduës, & cela plus ou moins selon les efforts qu'on y employe. Ce phénoméne a imposé à d'habiles praticiens, qui l'ont pris pour une espece de convulsion & pour un mauvais signe dans quelques maladies. J'en ay fort surpris un, à qui sans l'avoir averti

de cette circonſtance, je fis ſentir d'un moment à l'autre le ventre d'un malade, tantoſt tendu, tantoſt mollet, le long de ces muſcles. L'explication en eſt très naturelle. Ce ſont les deux muſcles Maſtoidiens qui doivent lever la tête dans cette attitude. Le Sternum, auquel leurs portions, qui alors agiſſent le plus, ſont attachées, ne peut pas leur ſervir de point fixe dans ce cas, à moins qu'il ne ſoit lui-même affermi, & comme contrebalancé par la contraction des muſcles Droits du bas ventre, comme il eſt facile de ſentir ſur ſoy-même dans le lit. Depuis que j'ai fait cette découverte, j'ai toûjours eû ſoin dans les maladies inflammatoires du bas ventre & même celles de la poitrine, comme auſſi dans les rhumatiſmes douloureux des parties voiſines, d'empêcher que les malades ne faſſent aucun effort pour lever la tête, même pour boire ou prendre un boüillon, & j'ordonne aux aſſiſtans de la leur ſoûtenir entierement dans ces beſoins, ou de ſe ſervir des tuyaux commodes pour cela. J'obſerve encore la même conduite dans certaines obſervations chirurgicales du bas ventre, en faiſant voir le grand inconvenient de la coutume ordinaire de faire mettre la tête bien baſſe aux malades couchés ſur le dos dans ces occaſions.

Mais pour revenir à nôtre ſujet, il y a des attitudes où il y a une combinaiſon de ces deux phénoménes dont je viens de parler. C'eſt quand on eſt couché de façon qu'on n'eſt ni tout-à-fait ſur le dos, ni tout-à-fait ſur le côté, mais en partie ſur le dos & en partie ſur l'un ou l'autre côté. Si alors on leve la tête directement, il faut que toutes les deux portions inferieures du muſcle Maſtoidien oppoſé, ſçavoir celle qui eſt attachée au Sternum & celle qui eſt attachée à l'extremité voiſine de la clavicule, ſoient également arrêtées & affermies. Alors le grand Dorſal & les muſcles Obliques du bas ventre d'une part & les muſcles Droits de l'autre, conſpireront enſemble à cette action. Enfin le reſultat de tout ceci eſt, que l'abbaiſſement de l'épaule ſe fait dans les cas de beſoin par quatre muſcles qui luy ſont propres, & par deux qui lui ſont communs avec le bras, mais tout autrement que l'on a crû.

La troisiéme classe des mouvements de l'épaule dont les figures 18. 19. 20. 21. & 22. donnent des exemples, enferme les cas où il faut avancer les épaules sur le devant, ou les empêcher d'aller en arriere. On conçoit bien que cela est necessaire pour pousser une resistance directement devant soy par les mains, ou de côté par un bras étendu, pour s'appuyer contre terre sur les coudes ou sur les mains, pour traîner quelque chose derriere soy, soit par les bras seuls, soit par des cordes ou des bretelles appliquées aux épaules. Le grand Dentelé est encore le principal organe ici, étant attaché d'une part vers l'extremité anterieure des huit côtes superieures, & de l'autre tout le long de la base de l'omoplate. J'ai même observé dans les quadrupedes, que quand ils sont sur leurs pieds ou en marche, leur poitrine est en quelque façon suspenduë entre les épaules ou omoplates par les grands Dentelés de l'un & de l'autre côté; ce qui a aussi lieu dans l'attitude de l'homme, representée par la 19.e figure. Le petit Pectoral n'est ici qu'un auxiliaire assés foible. Dans les efforts violents pour traîner quelque chose par les bras ou mains portées en arriere, les grands Pectoraux viennent au secours par le moyen de leur attaches à la partie superieure des bras. Dans les mêmes cas les clavicules retiennent aussi les omoplates, & les empêchent d'aller trop arriere, & cela par leur connexion avec ces os & avec le Sternum.

Dans la quatriéme Classe, où il faut reculer les épaules, ou les empêcher de se porter sur le devant, comme il paroît dans la 23. 24. 25. & 26. fig. il n'y a que la concurrence ou cooperation égale du muscle Rhomboïde & de la portion inferieure du muscle Trapeze, qui pour l'ordinaire puissent l'executer d'une maniere directe. Car le Rhomboïde seul tireroit obliquement en haut; & la portion inferieure du Trapeze seul tireroit obliquement en bas. Mais comme les plans de ces deux muscles se croisent, ils peuvent, en agissant ensemble, tirer l'omoplate plus ou moins directement en arriere: une partie de la portion moyenne du Trapeze pourroit aussi y contribuer. Au reste tout le monde sçait que les clavicules

ſervent ici d'arc-boutants qui bornent les omoplates, & les empêchent de ſe trop porter ſur le devant dans les grands efforts.

Je ne m'arrête pas à la cinquiéme eſpece de ces mouvements, que j'avois dit qu'on pourroit encore établir, & dont la 27.e figure montre l'exemple, car ce n'eſt dans le fond qu'une ſuite ou une combinaiſon des autres. Je paſſe auſſi ſous ſilence les mouvements extraordinaires, comme ceux que j'ai expliqués dans mon Memoire de l'année 1723.

DESCRIPTION DE L'AURORE BOREALE.

Du 26. Septembre, & de celle du 19. Octobre.

Obſervées au Château de Breüillepont, Village entre Pacy & Ivry, Dioceſe d'Evreux.

Par M. DE MAIRAN.

13.me Novembre 1726.

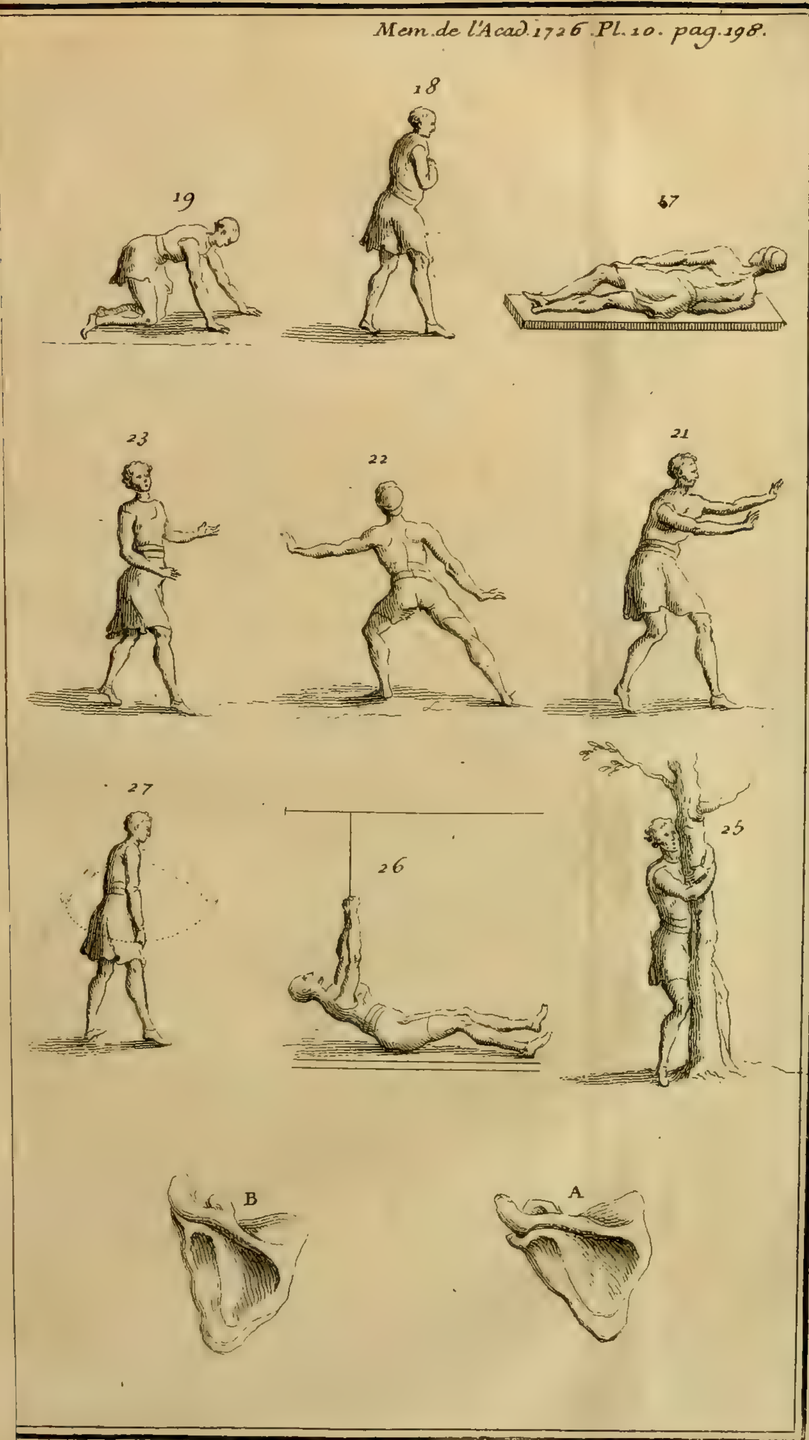
LA Lumiere Septentrionale ou l'Aurore Boreale eſt un Phénomene très ordinaire dans les païs Septentrionaux, & vray-ſemblablement auſſi ancien que le monde. Cependant les anciens Philoſophes ne l'ont point connu, ou n'en ont parlé que ſous l'idée generique de Phénomene, de feu & de Lumiere celeſte. M. *Gaſſendi* eſt un des premiers qui en ait fait mention, & qui l'ait rapporté au Nord, comme à ſon lieu propre & à ſa veritable origine. Il l'obſerva en 1621, & lui donna, tant à cauſe de ſa poſition, que de la reſſemblance de ſa lumiére avec celle qui precéde le lever du Soleil, le nom d'*Aurore Boreale.*

Depuis M. *Gaſſendi* juſqu'au commencement de ce ſiecle, & en 1716, l'Aurore Boreale avoit été aſſés rare, & n'avoit paru que trois ou quatre fois. Mais depuis 1716 il ne s'eſt



Ph. Simonneau filius del et Sculp.


4
3
2
1
8
7
6
5
12
11
10
9
15
16
14
13



Ph. Simonneau filius del. et Sculp.



Ph Simonneau filius del. et Sculp

presque point passé d'année où elle n'ait été vûë, en France, en Angleterre, en Allemagne, & en divers autres endroits de l'Europe, soit dans le même temps, soit en des temps differents. Enfin l'Aurore Boreale a paru deux fois cette Automne, sçavoir, le 26 Septembre, & le 19 Octobre.

La matiere qui fait le sujet de cette lumiére se trouve apparemment plus abondante depuis 1716, qu'elle n'avoit été auparavant, & sans que le Phénomene soit devenu plus frequent pour le Nord, il s'est trouvé souvent plus étendu, & par là plus souvent visible pour les païs éloignés du Nord. Mais je ne dois point m'arrêter icy à des conjectures Physiques, qui ne sçauroient sitost être bien solides sur cette matiere : je me borne pour le present à rapporter fidellement ce que j'ay vû, & je laisse à d'autres le soin d'en chercher l'explication.

AURORE BOREALE.

Du 26. Septembre.

Ayant regardé le Ciel vers les 10 heures du soir, par la porte du Château de Breüillepont, qui donne sur la cour en terrasse du côté du Nord, lieu spatieux, élevé, & découvert, j'apperçus une grande lumiere sur l'horison, tout le reste du Ciel étant d'un beau bleu, serein, & sans nuages. Je reconnus sur le champ l'Aurore Boreale telle à peu près que je l'avois vûë les années precedentes, & qu'elle a été décrite dans nos Memoires.

Il faisoit fort beau, & assés chaud depuis quelques jours. Il y avoit eû seulement le jour precedent, qui étoit celuy de l'éclipse du Soleil, quelques nuages du côté du Couchant vers les 4 à 5 heures du soir; mais le Soleil s'étoit couché après cela, de même que le 26, presque aussi brillant & aussi degagé de vapeurs, qu'il l'est d'ordinaire en plein midy.

La Lumiére Boreale s'étendoit comme une bande le long de l'horison, & y occupoit 85 à 86 degrés. Sa largeur ou sa hauteur avoit au milieu environ le quart de sa longueur : elle

étoit moins haute à ses extremités; elle y diminuoit de clarté, de même qu'à toute sa partie superieure, ce qui donnoit à sa figure totale à peu près l'air d'un segment de cercle.

Sa situation étoit telle, que menant une perpendiculaire ou un vertical par l'étoile Polaire sur l'horison, il laissoit les trois quarts de la lumiere à gauche vers le Couchant, & l'autre quart à droite vers le Levant. Ce qui étoit d'autant plus sensible, que dans ce moment la plus basse des deux precedentes du Quarré de la grande Ourse, qui font presque une ligne droite avec la Polaire, touchoit au bord supérieur de la Lumiére, & toutes les deux se trouvoient à très peu près dans ce vertical. *Voyés la figure premiere.*

Cette Lumiere pouvoit être considerée comme un fonds permanent sur lequel s'élevoient de temps en temps, & presque à plomb, des colomnes plus claires qu'elle, ou plus approchantes de la couleur du feu. Dans les premiers moments que je la vis, il y avoit deux ou trois de ces colomnes inégales en grosseur, en hauteur, & en clarté. La plus grosse & la plus haute, qui étoit vers le milieu un peu à droite, me parut avoir trois diametres du Soleil de largeur vers sa partie superieure, où elle étoit plus large qu'à son pied sur l'horison. Elle s'élevoit d'environ le quart de sa longueur au-dessus de l'Aurore, & portoit d'autant sur le Ciel bleu, en s'y perdant par des nuances un peu rougeâtres. Les autres, & celles qui leur succedoient tantost à un endroit, tantost à l'autre, étoient à peu près de même : car ces colomnes sont très changeantes, & très peu durables. On apperçoit d'abord un petit defaut d'uniformité sur le fonds de la lumiére totale, une espece de lueur transparente dont la vivacité ne semble croître, que parce qu'on y fixe davantage ses regards. En moins d'une minute pour l'ordinaire, cette lueur parvient à sa plus grande clarté; & alors elle est très visible, & plus opaque : un instant après elle diminuë, & elle s'évanoüit par des degrés si insensibles, quoi-que très prompts, qu'on seroit tenté de croire que c'étoit une illusion de la vûë, si le Phénomene n'étoit souvent repeté. Le plus que j'aye vû de colomnes à la fois, est cinq à six,

à ſix, & c'étoit vers les dix heures & demi. Les yeux ſont attirés çà & là par ces colomnes naiſſantes, qui ſe ſuccedent, & qui diſparoiſſent quelquefois en moins de ſept à huit ſecondes. Les colomnes m'ont paru commencer à être viſibles tantoſt par le haut, tantoſt par le bas, & quelquefois par le milieu, comme ſi, étant formées d'avance, elles ne devenoient viſibles que parce que quelque lumiere étrangere venoit à les frapper. Du reſte l'Aurore Boreale a été ſouvent ſans colomnes, ſur-tout vers les onze heures.

Depuis onze heures & demi juſqu'à minuit, que j'ai ceſſé de l'obſerver, je n'en ay apperçû aucune, & toute la lumiere étoit fort affoiblie, & conſidérablement diminuée, tant en longueur qu'en largeur. Une circonſtance que je dois encore rapporter touchant ces colomnes, c'eſt que je ne les ay jamais trouvées exactement perpendiculaires à l'horiſon; mais preſque toûjours convergentes vers un point, que j'ai jugé autant au-deſſous de l'horiſon que l'étoile polaire étoit au-deſſus. J'ajouterai que quelques-unes étoient plus lumineuſes ou plus enflammées par le milieu ſelon leur longueur, & quelques autres par leurs bords.

Enfin il m'a paru que cette Aurore Boreale, avoit un petit mouvement horiſontal du côté de l'Eſt, & qu'elle avançoit vers la droite, à meſure que les étoiles de la grande Ourſe, auſquelles je l'avois d'abord rapportée, alloient de ce côté du ciel. De ſorte qu'en imaginant la perpendiculaire ou le vertical que j'ai fait paſſer par l'étoile Polaire, comme fixe, il répondoit ſucceſſivement à des parties plus occidentales de la Lumiere Septentrionale, & qu'à minuit, par exemple, il ne tomboit plus que ſur le quart de ſa longueur, en la prenant de gauche à droite.

La même lumiere reparut le lendemain 27 vers les 11 heures & demi. Le temps avoit été fort couvert à diverſes repriſes ce jour-là, & ſur-tout depuis 6 heures du ſoir juſqu'à 11. Mais ayant commencé de s'éclaircir après onze heures, je vis l'Aurore Boreale au même lieu & tout à fait ſemblable à celle du 26 à la même heure. Des nuages

ſombres dont tout le ciel ſe couvrit peu de temps aprés, me la déroberent.

Voilà une de ces Aurores Boreales tranquilles, qui ne s'étendent pas au-delà de la partie Septentrionale du ciel, & comme on la vûë le plus ſouvent dans nos climats. Celle que je vais décrire, & qui la ſuivit de près, eſt d'une eſpece bien différente par les mouvements, l'étenduë, & tous les autres Phénomenes extraordinaires qui l'accompagnent.

AURORE BOREALE.

Du 19 Octobre.

Deſcription generale du Phénomene, depuis ſept heures un quart jusqu'à huit heures.

Il y avoit 4 à 5 jours qu'il faiſoit fort beau, & que le Barometre ſe ſoûtenoit à 28 pouces de hauteur. Le Soleil s'étoit couché le 19, & le jour précédent, ſans aucun nuage : le temps étoit calme, clair & ſerein, & en tout ſemblable à celui du 26 Septembre, excepté que l'air étoit plus froid. Je fus averti à ſept heures un quart, qu'on voyoit une grande lumiere dans le Ciel, je me tranſportai ſur le champ à la cour en Terraſſe dont j'ai parlé ci-deſſus, & je vis du côté du Nord & à la même place à peu prés où j'avois vû à 10 heures du ſoir l'Aurore Boreale du 26 Septembre, une Lumiere de la même couleur, mais plus élevée, & beaucoup plus étenduë de part & d'autre en regardant vers le Nord. C'étoit dans ce moment un grand Arc de cercle appuyé ſur l'horiſon, comme un limbe de 5 à 6 degrés de largeur, qui bordoit un ſegment circulaire fort obſcur, & tirant ſur le violet. Le bord ſuperieur du limbe vers ſon milieu, un peu à droite, & où ſa clarté commençoit à s'affoiblir par nuances, laiſſoit appercevoir la plus haute des deux étoiles qui ſont ſur la poitrine de la grande Ourſe, & avoit 32 ou 33 degrés de hauteur ſur l'horiſon. On voyoit à gauche les trois étoiles de la Queuë. Toutes les autres étoiles de cette conſtellation étoient cachées ou très affoiblies par la ſplendeur du limbe, ou par l'obſcurité du ſegment. Hors de là & dans tout le reſte du ciel les étoiles brilloient d'une lumiere très vive. Les

deux jambes de l'arc ou limbe lumineux portoient à droite & à gauche de la verticale que j'ai imaginée par l'Etoile polaire; mais environ d'un quart plus vers la gauche à l'Occident, que vers la droite à l'Orient. Ayant remarqué à l'horiſon les deux points où il s'appuyoit, je trouvai le lendemain que la ligne qui les joignoit étoit ſoutendante d'un arc de 102 degrés. Ce qu'il y avoit de ſingulier aux deux pieds de cet arc, & de bien différent de l'Aurore Boreale du 26 Septembre, c'eſt qu'au lieu d'y eſtre affoibli de clarté, comme dans la premiere, il y paroiſſoit plus lumineux, & la Lumiere qu'il avoit dans chacun de ces deux endroits, plus étenduë, plus enflammée, moins uniforme & plus colorée que dans tout le reſte du limbe, s'élevoit en forme de bouquet, comme s'il y avoit eû des reſtes d'un autre arc appuyé ſur les mêmes impoſtes.

Le ſegment circulaire, obſcur & opaque qui rempliſſoit le dedans du limbe juſqu'à l'horiſon, ne me paroiſſoit d'abord être autre choſe qu'un nuage accidentel & étranger à l'Aurore Boreale placé entre elle & moi, je comptois qu'il ſe diſſiperoit, & qu'il me laiſſeroit bientoſt voir en grand tout le Phénomene du 26 Septembre : mais il ſe maintint conſtamment à quelques petits changements près, comme on verra dans la ſuite.

A ſept heures & demi, il ſe dentela par ſes bords, ſans diminuer de grandeur ni d'obſcurité; & peu à peu, en moins de deux ou trois minutes, il s'éleva de ſa circonference, à diſtances preſque égales, & au nombre de 18 à 20, des colomnes, ou pluſtoſt des crenaux noirâtres, & ſemblables à de la fumée épaiſſe, qui auroit été dardée du centre du cercle auquel appartenoit le ſegment vers ſa circonférence. Ces crenaux obſcurs qui coupoient ainſi le limbe éclairé, & qui laiſſoient voir ſa lumiere dans leurs intervalles, y produiſoient par-là autant de petites colomnes ou crenaux lumineux. Les uns & les autres ne montérent pas bien haut, & ne paſſérent pas le bord exterieur du limbe, où ils ſe confondirent avec une eſpece d'arc ou ſecond cintre fort obſcur, qui terminoit

le premier & qui étoit de la même couleur, & apparemment de la même matiere que les crenaux noirâtres & le dedans du ſegment. *Voyez la figure 2.*

Après avoir conſideré attentivement ce Phénomene, je rentrai dans la maiſon pour en retenir un devis & une note ſuccinte.

Il n'y avoit pas un quart d'heure que j'y étois, & que j'avois laiſſé le ciel dans l'état où je viens de le décrire, lorſque je fus rappellé par les cris d'admiration des perſonnes que j'avois laiſſées ſur le lieu de l'obſervation. C'étoit en effet un ſpectacle ſingulier, & des plus magnifiques.

Le ciel étoit éclairé de toutes parts d'une Lumiere qui s'élevoit de l'horiſon par vibrations & par ſecouſſes, comme une flamme ondoyante, & dont toutes les ſommités alloient ſe réünir au-deſſus de nôtre tête, à un lieu fixe, une eſpece de couronne au centre de laquelle tendoient une infinité de courans de Lumiere.

Tout l'hemiſphere concave du ciel ne reſſembloit plus qu'à un dome dont ce point de réünion étoit la clef.

Du côté du nord le ſegment circulaire violet noirâtre de l'Aurore ſubſiſtoit toûjours; mais les colomnes de fumée étoient diſſipées, & la lumiere du limbe éclairé ſe confondoit avec des flocons de nuages blancs auſſi éclairés que lui, & qui en rempliſſoient tout l'intervalle depuis le ſegment obſcur juſqu'au point de réünion dont je viens de parler.

Vers le Levant la lumiere étoit plus vive qu'en aucun autre endroit du ciel, & ſes vibrations mieux frappées. Le Couchant étoit remarquable par l'amas de cinq à ſix nuages obſcurs & violets, du milieu deſquels il en ſortoit un fort gros, & rouge comme du ſang : les ondulations de lumiere y étoient peu ſenſibles.

Au Midi tout paroiſſoit plus tranquille. On y découvroit même une grande partie du ciel qui étoit bleu foncé, & ſans lumiere. On appercevoit les étoiles par-tout où le tiſſu des nuages ſoit obſcurs, ſoit lumineux manquoit. *Voyez la figure 3.*

Voilà en general quelle étoit un peu avant 8 heures la

face du ciel vû de la Terrasse de Breüillepont. Mais ces phénomenes déja assés remarquables par eux-mêmes, le devenoient encore par les changements continuels qui y arrivoient. On ne regardoit pas le ciel une minute, sans y découvrir de nouveaux objets aussi dignes d'attention que ceux qui les avoient precedés; & cela dura jusqu'à plus d'une heure après minuit, ou, comme j'ai lieu de le croire jusqu'au crepuscule du matin.

Pour en donner ici le détail, je regarderai le même ordre que je suivois dans l'observation même. Je portois d'abord mes regards vers le Nord sur le segment circulaire obscur, & sur la lumiere qui le bordoit, je parcourois ensuite le reste du ciel, allant du Levant au Couchant, & finissant par le midi; après quoi je faisois une attention particuliere aux vibrations de Lumiere, & au point où elles alloient aboutir. C'est dans cet ordre encore que j'écrivois mes notes, en rentrant de temps à autre dans une des chambres du Château à plain-pied de la Terrasse. Car quelque attentif que j'aye été à ces phénomenes, & aux circonstances qui les accompagnoient, il m'eust été impossible d'en rappeller exactement la suite & l'heure, si je n'avois eû cette précaution. Je me servois de ma montre dont je pouvois m'assûrer à très peu près, l'ayant mise avec le coucher du Soleil quelques heures auparavant.

Du Nord, *du segment obscur, de son limbe lumineux, du cintre obscur,* &c.

Le segment circulaire obscur, le limbe dont il étoit presque toûjours bordé, & les crenaux de Lumiere, & de fumée qui en partoient, en un mot l'Aurore Boreale proprement dite, fut entre tous les Phénomenes que je remarquai le plus constant. J'ai appris qu'il commençoit à paroître un peu avant sept heures. Nous venons de le décrire jusqu'à 8, où sa Lumiere se confondoit avec celle qui étoit repanduë dans la plus grande partie du reste du ciel. Les changements qui lui arrivérent depuis jusqu'à environ $8^h\ 50'$ furent peu remarquables; mais à cette heure là, les crenaux de fumée & de lumiere commencérent à revenir avec le limbe obscur où elles se terminoient, comme dans l'observation ci-dessus. A 9^h

les colomnes obſcures & le limbe obſcur étoient diſſipés, le ſegment noirâtre & violet ſubſiſtant toûjours; mais il s'élevoit des bords de ſa circonference de grands jets de lumiere, ſemblables quelquefois à des aigrettes, & plus ſouvent à des rayons du Soleil, qui ſe ſeroient échappés de derriere le ſegment ou nuage obſcur. Les jets de lumiere qui partoient du milieu de ce nuage alloient juſqu'au ſommet du dome & s'y terminoient comme ſes côtes. Ils continuérent avec divers changements, & quelques interruptions juſqu'à $10^h\ 6'$ où il ne s'en formoit plus, & où toute la Lumiere de l'Aurore Boreale paroiſſoit affoiblie. Mais ce qu'il y avoit de ſingulier dans ce moment, c'eſt que le ſegment circulaire juſqu'ici obſcur & opaque, & pour ainſi dire impenetrable, étoit devenu blanc & lumineux, à peu près comme le reſte de la matiere du Phénomene, ou des nuages éclairés qui s'étendoient depuis l'horiſon juſqu'au Zenith. Il fut ainſi pendant 5 à 6 minutes, après quoi il commença à s'obſcurcir peu à peu; de maniere qu'à $10^h\ 55'$ il étoit revenu ſous ſa premiere forme, opaque, & bordé de ſon limbe lumineux comme dans la premiere obſervation. Il ſembloit que ce fut là ſon état naturel, & que tous les autres fuſſent empruntés des circonſtances étrangeres : c'eſt ainſi que je le trouvai encore à $11^h\ 20'$, à $11^h\ 36'$ & à $12^h\ 25'$, &c. Mais je pris garde depuis 11^h juſqu'à $1^h\ \frac{1}{4}$ après minuit que je ceſſai d'obſerver, que le ſegment obſcur s'ébrechoit quelquefois aux bords de ſa circonference, tantoſt vers le Levant & tantoſt vers le Couchant; il ſortoit preſque toûjours de cette breche un grand jet de lumiere, qui s'étendoit juſqu'au Zenith, & qui enflammoit quelquefois de proche en proche le reſte du Ciel. C'eſt ce qui arriva, par exemple, d'une façon très marquée à $12^h\ 30'$. Tout le Ciel paroiſſoit être redevenu tranquille, & degagé de nuages tant obſcurs, que colorés, ou lumineux, excepté le ſegment de cercle & ſon limbe qui reſtoient toûjours. Le ſegment s'ébrecha un peu à droite vers le Levant; il ſortit bientoſt de cette breche une eſpece d'aigrette brillante, mèlée de couleur de feu tirant ſur le citrin par ſes

bords, & en moins d'une minute ſa clarté s'étendit juſqu'au Zenith, embraſſant toute cette partie du ciel juſqu'au Midi, & ramena les vibrations & les ondes de Lumiere, qui durérent juſqu'à $12^h\ 35'$. Le cintre obſcur au-deſſus du lumineux revint quelques moments après, & les colomnes obſcures, & les jets de Lumiere. Mais tous ces phénomenes paroiſſoient de plus en plus aller en s'affoibliſſant.

Cependant j'ai ſçû d'une perſonne du voiſinage, qui obſerva juſqu'à trois heures du matin, que le ſegment circulaire obſcur, & la Lumiere de l'Aurore Boreale ſubſiſtoient encore à cette heure-là, & qu'ayant été ſe repoſer deux heures, il trouva vers les $5^h \frac{1}{4}$ que le Nord en reſtoit encore tout éclairé malgré la véritable Aurore qui ſe montroit déja à l'Orient. Un habitant du Château m'avoit dit auſſi que le matin du 19.e à pareille heure, il avoit vû cette partie du ciel fort éclairée, & rougeâtre. D'où il paroît que c'étoit-là, pour ainſi dire, le foyer de l'incendie, & le tronc d'où partoient comme autant de branches tous les Phénomenes qui ſe repandirent à diverſes repriſes ſur le reſte du ciel.

Quant à ce mouvement du Nord vers l'Orient que j'avois obſervé dans l'Aurore Boreale du 26.e Septembre, je ne l'ai point remarqué dans celle-ci. Je crus l'appercevoir cependant à 9^h. Le ſegment circulaire & ſon limbe éclairé paroiſſoient avoir avancé vers l'Orient de la 5.me ou 6.me partie de la longueur de la ſoutendante. Ce changement devenoit ſenſible par l'obſervation que j'avois faite des points de l'horiſon où il ſe terminoit à $7^h \frac{1}{4}$, & même ſans cela, puiſque j'en fus averti par quelques-unes des perſonnes de la Compagnie avec qui j'étois. Mais je ne remarquai point dans la ſuite que le même mouvement continuât, comme dans l'Aurore du 26.e Septembre. Soit qu'en effet il n'y eut aucun mouvement, ſoit qu'il fut beaucoup plus lent ou plus irregulier, ou que la grandeur, la varieté & la multitude des Phénomenes qui accompagnoient l'Aurore Boreale du 19.e Octobre ayent empêché d'en appercevoir les progrès.

Au reſte je ne dois pas oublier par rapport au ſegment

circulaire obſcur & opaque, que j'ai vû fort ſouvent à Breüille-pont pendant l'automne, & immédiatement après le Soleil couché, un gros nuage qui s'étendoit au loin ſur toute la partie ſeptentrionale de l'horiſon, à peu près comme une mer enflée que l'on appercevroit d'un lieu élevé. Ce nuage parut le lendemain 20.e Octobre, & a paru pluſieurs autres fois depuis. Ce que je rapporte ici, moins comme une conjecture ſur le ſegment obſcur, que pour ſatisfaire autant qu'il m'eſt poſſible aux circonſtances particuliéres du lieu, & ſçachant d'ailleurs que ce ſegment obſcur de la même étenduë & avec des circonſtances tout à fait ſemblables a été vû en divers lieux de l'Europe dans pluſieurs autres apparitions de l'Aurore Boreale.

De la partie Orientale *du ciel.*

Pendant que le Nord ſe faiſoit remarquer par les phénomenes que je viens de décrire, les autres parties du ciel étoient couvertes juſqu'au Zenith, d'une infinité de petits amas de matiére lumineuſe ou de nuages éclairez, qu'on diſtinguoit par leurs diverſes couleurs, ou par des intervalles à travers leſquels on voyoit le ciel d'un bleu pâle & blancheaſtre, & les étoiles foibles & éteintes. J'ai déja obſervé qu'un peu avant 8 ^{h}, à 7 ^{h} 48′ toute la partie Orientale étoit fort éclairée, & que les vibrations de lumiere y étoient plus ſenſibles qu'en aucun autre endroit du ciel : tout cela changea pluſieurs fois, & la clarté & les vibrations paſſérent ſucceſſivement à l'Occident & au Midi, & ſe trouvérent ſouvent à la fois dans tout le ciel; enfin il y avoit des moments de tranquillité, où tout ſembloit s'aller réünir au Nord & près du limbe lumineux. Ce qu'il y eût de plus conſtant vers la partie du Levant, c'eſt les couleurs des nuages éclairez qui le tapiſſérent pluſieurs fois; car c'étoit preſque toûjours du blanc, qui en approchant du Midi devenoit un peu couleur de roſe. Il y eût même de ce côté, je veux dire vers le Levant, à 8 ^{h} 50′ un nuage fort rouge vineux, qui revint foiblement vers les 10^h 6′, & que je ne vis plus enſuite.

De la partie Occidentale.

Le gros nuage rouge de l'Occident, dont j'ai déja fait mention

mention dans la deſcription du coup d'œil général que je portai d'abord ſur le ciel, pouvoit être à 25 ou 30 degrès de hauteur ſur l'horiſon, un peu déclinant vers le Nord. Il étoit ſi parfaitement couleur de ſang, & les rayons de même couleur qui s'en échappoient à plomb, reſſembloient ſi bien à la pluye d'un nuage qui creve, que je ne pûs m'empêcher de faire remarquer aux perſonnes qui étoient avec moi, la conformité de ce que nous avions alors devant les yeux, avec ces prodiges, & ces pluyes de ſang, dont les Naturaliſtes & les Hiſtoriens des ſiécles paſſés ont ſi ſouvent parlé dans leurs ouvrages.

Il dura juſqu'à 9^h, & le temps de ſa plus grande force fut de 8^h & $\frac{1}{2}$ à $8^h \frac{3}{4}$. A ſa place vinrent des nuages d'un violet clair & lavé, qui dégénerérent enfin en nuages blancs jaunâtres, éclairés alors de temps en temps par les vibrations de lumiere dont nous avons parlé, & qui n'y avoient jamais penetré auparavant. En general cette partie du ciel fut plus ſouvent obſcurcie par des nuages ſombres, qu'aucune autre.

Du Midi.

Le Midi à compter de part & d'autre ſur l'horiſon, depuis 10 à 12 degrés vers le Levant, juſqu'à une trentaine vers le Couchant, & à 55 ou 60 de hauteur, tantoſt plus, tantoſt moins, fut toûjours d'un bleu vif, quoyque foncé, & ne ſubit aucune des viciſſitudes que nous avons remarquées dans toutes les autres parties du ciel. Quelques étoiles de la tête & des épaules du Centaure y brilloient, & la planete de Jupiter y parut très vive & très bien tranchée. Hors de cette étenduë, tout y participa de proche en proche aux Phénomenes de l'Orient & de l'Occident qui luy étoient contigus. La partie de deſſus autour de la Couronne près du Zenith, y fut ſouvent rayonnante de nuages blancs & lumineux, qui tendoient éxactement au centre, & qui reſſembloient aux reſtes d'une Coupole ébrechée au-deſſous de ſa Lanterne juſqu'à ſes jambages. Ces petites nuées furent ſouvent panachées de rouge couleur de feu, comme les plumes de certains

oiſeaux, & en prirent même quelquefois la figure. A 11^{h} elles ne paroiſſoient preſque plus.

De la Lumiere *ou clarté generale repanduë dans le ciel, & de ſes* Ondulations.

La Lumiere générale qui ſe répandoit ſur la partie ſupérieure du Midi, & ſur tout le reſte du ciel, par des ſecouſſes & des ondulations frequentes & reglées, étoit telle qu'on pouvoit y lire un caractére de médiocre groſſeur; c'eſt du moins ce que des perſonnes dignes de foi m'aſſûrérent le lendemain. Car j'avouë que j'oubliai d'en faire l'eſſai moi-même; mais je faiſois ſouvent quelque choſe d'équivalent, en regardant au cadran de ma montre, où je vis toûjours fort bien pendant les vibrations de Lumiere, ſur-tout juſque vers les 10 heures, les chiffres, & les diviſions des Minutes.

Les vibrations me parurent toûjours égales & iſochrones pendant des eſpaces de temps conſidérables, ſe trouvant ſeulement plus foibles, & moins promptes, lorſque les nuages blancs ſe diſſipoient, & que le Phénomene s'alloit réduire à la ſimple Aurore Boreale, comme il arriva pluſieurs fois. Il me ſembla que dans leur plus grande vîteſſe, il s'en faiſoit deux ou trois par ſeconde. J'ai d'abord repreſenté ces vibrations par des ondes de lumiere ou de flame, qui montoient de l'horiſon juſqu'au ſommet de la voute, parce qu'en effet elles avoient cette apparence à mes yeux, & aux yeux de toutes les perſonnes qui étoient avec moi. Cependant je crois avoir démêlé bien diſtinctement que cela ne provenoit que de l'arrangement des nuages blancs & lumineux que ces vibrations frappoient. Ils étoient aſſés égaux en grandeur, & ſouvent ſeparés par de petits intervalles aſſés égaux auſſi, faiſant en tout un ciel pommelé. De ſorte que la Lumiére venant à foueter ſur cet aſſemblage, elle devoit paroître décrire des ondes, & parcourir toutes les ſinuoſités des nuages, & de leurs interſtices. Je donne le nom de nuages à tout amas de vapeurs, d'exhalaiſons ou de matiére quelconque même lumineuſe, répanduë par flocons dans le ciel, & ſur laquelle les vibrations de Lumiere venant à tomber, en étoient réfléchies, & rendoient ainſi par ſecouſſes cette matiere ou plus

claire & plus lumineuſe, ou plus vivement colorée. Il y eut ſouvent en pluſieurs endroits du ciel, & ſur-tout vers le Zenith, de ces ſortes de nuages, qui n'étoient viſibles que dans l'inſtant de la pulſation du petit éclair, & qui hors de là ſe confondoient avec le bleu du ciel, & laiſſoient appercevoir quoique foiblement les étoiles qui étoient au-deſſus d'eux. Ce à quoi je pris garde encore, c'eſt que je n'appercevois les ſecouſſes de Lumiere qu'en regardant le ciel, & nullement en fixant mes regards ſur les objets qui étoient autour de moi, & qui me ſemblerent toûjours éclairés uniformément. Pendant que les vibrations étoient les plus fortes, & qu'elles faiſoient paroître le ciel dans une agitation prodigieuſe, & tout en feu, quelqu'un me demanda ſi je n'entendois pas un bruit qui reſſemblat à celui du Tonnere en éloignement. Nous fimes ſur le champ grand ſilence, & perſonne n'entendit aucun bruit, du moins de cette nature; car nous diſtinguâmes celui des cloches de pluſieurs Villages ou Bourgs à la ronde, dont les habitans avoient pris l'allarme, & ne s'attendoient pas à moins qu'à la fin du Monde.

A $8^h\ 35'$ les vibrations étoient inſenſibles, & le repos ſembloit leur ſucceder dans tout le ciel, excepté dans un très petit eſpace vers le Levant. Mais elles revinrent peu à peu, de maniere qu'à $8^h\ 50'$ tout étoit auſſi agité que dans le commencement.

A 9^h elles eurent plus l'apparence d'une fumée lumineuſe, qui ondoyoit depuis l'horiſon juſqu'au Zenith, qu'en aucun autre temps.

A $9^h\ 13'$ les colomnes de Lumiere qui s'étoient formées ſur le bord lumineux de l'Arc, & qui ſembloient partir de derriere le ſegment obſcur, prirent le mouvement général d'ondulation.

A $9^h\ 18'$, $10^h\ 6'$, $10^h\ 55'$ &c. Les ondulations, & la Lumiere s'affoiblirent de plus en plus juſqu'à $1^h\ \frac{1}{4}$, quoiqu'il y eut de temps en temps des repriſes de Lumiere & de vibrations, ſur-tout après les breches lumineuſes qui ſe formoient ſur le bord du ſegment obſcur, ainſi que je l'ai rapporté en ſon lieu.

La Lune qui devoit eſtre ce ſoir là ſur l'horiſon depuis 10^h 16', & qui étoit dans ſon dernier quartier depuis le matin du 18, ne me parut apporter aucune modification ni à la Lumiere, ni aux autres Phénomenes. Cependant on voit bien qu'il n'eſt pas poſſible que ce qu'elle avoit de clarté ne rendit la leur d'autant moins vive.

Du Point de réunion *& de la* Couronne *vûë vers le Zenith.*

Il ne me reſte plus qu'à parler de ce Point de réunion auprès du Zenith, de cette Couronne qu'on y voyoit autour, & où alloient aboutir tous les mouvements, toutes les ondulations, & toutes les traînées de nuages, qui partoient de l'horiſon, comme à ſon Pole.

C'eſt de tous les Phénomenes que j'ai décrits, celui qui me parut le plus ſingulier, & c'eſt peut-être le plus digne d'attention. J'ai appellé ce Point la clef de la voute, la Lanterne du Dome; cette idée m'a été commune avec la plûpart de ceux qui virent le Phénomene avec moi. D'autres l'ont comparé à une Gloire, & en effet il y avoit des moments où la reſſemblance étoit parfaite. Sa figure & ſa grandeur changerent bien des fois, mais la plus conſtante étoit circulaire, & d'un diametre environ 4 fois plus grand que celui du Soleil. C'étoit une eſpece de trou rond au tiſſu des nuages lumineux dont il reſultoit, & à travers lequel on voyoit le ciel d'un bleu pâle. Ces nuages furent preſque toûjours d'un blanc de coton, ſouvent moins opaques, & comme rarefiés, quelquefois hachés de traits couleur de feu, & convergents vers le centre commun. En general la durée de la Couronne, la clarté de la matiere lumineuſe & des rayons qui la formoient, ſa viſibilité & ſon inviſibilité me parurent toûjours dépendre de la vivacité plus ou moins grande de la Lumiere totale, & ſuivre ſes redoublements, ſes affoibliſſements & ſon repos. J'en ai rapporté pluſieurs circonſtances dans les articles précédents, qui me diſpenſeront d'y inſiſter davantage dans celui-ci. Ce que je crus de plus eſſentiel dans l'obſervation de cette partie du Phénomene, ce fut de déterminer autant qu'il me ſeroit poſſible le lieu du Point de réunion, & de voir

s'il étoit parfaitement immobile; dans l'espérance de tirer de là par Trigonometrie, la hauteur de ces objets dans l'Athmosphere, supposé que quelque autre observateur en fit autant à une distance considérable. Car j'avouë que depuis la Colomne & le Globe de feu qui parurent le 30e Mars 1719, & qui furent vûs en même temps, assés élevés dans l'air, de divers endroits de l'Europe éloignés l'un de l'autre de deux ou trois cens lieuës, j'ay toûjours soupçonné que la region où se forment ces méteores, & par consequent nôtre Athmosphere, dans laquelle on ne doute guére qu'ils ne soient renfermés, étoit beaucoup plus haute qu'on ne l'a conclu de quelques observations d'un genre different & très susceptible d'exception. Je tâchai donc, faute d'instrument, de m'assûrer par toutes les voyes dont je pûs m'aviser, de la veritable position du centre dont il s'agit. Je le regardai le long du mur septentrional du Château, & je remarquai que je le perdois de vûë avant que de toucher ce mur; je m'approchai des encoignûres, & je ne le vis que de celle qui est vers le Couchant, & qui décline de ce côté; je passai enfin â une fenêtre du mur opposé & parallele au précédent, d'où j'apperçus non-seulement le centre, mais toute la Couronne qui étoit assés grande dans ce moment. De-là je jugeois à vûë d'œil, que ce Point pouvoit être à environ 10 à 12 degrés du Zenith vers le Midi. Mais une circonstance heureuse vint à mon secours, & me donna le moyen de le fixer avec plus de précision que je n'aurois osé en esperer. A 9^{h} 13$'$ une petite étoile seule & isolée parut au milieu de la Couronne, qui étoit alors tout-à-fait circulaire. Quelque temps après j'apperçûs encore au défaut des rayons & des nuages lumineux qui l'environnoient, vers la gauche en regardant le Midi, quatre autres étoiles de la même grandeur. J'en retins éxactement la figure & la position par rapport à celle qui étoit sensiblement au milieu de la Couronne. De sorte que j'ai pû massûrer depuis, avec le Globe celeste, & le Livre de *Bayer*, que c'étoit l'étoile du dernier anneau de la chaîne d'Andromede. D'où je conclus, en y joignant toutes les autres circonstances de l'heure & du lieu, que le centre

de la Couronne, le Point de réunion des vibrations & des ondes de la fumée lumineuſe, étoit entre 7 & 8 degrés du Zenith de Breüillepont, du côté du Midi, déclinant d'environ 1 degré vers le Couchant.

A l'égard du mouvement de ce Point ou de ſon immobilité, je ne ſçaurois en rien dire de poſitif. A $9^h\ 38'$, il me ſembla que toute la Couronne avoit un peu avancé vers le Couchant. Mais je me defiai de mes yeux ſur cette apparence, tant à cauſe du mouvement des étoiles auſquelles je l'avois rapportée, que parce que dans la ſuite, & plus d'une heure après, je la vis à la même place où je l'avois vûë dès le commencement.

Conſequences *qu'on en peut tirer, ſur la* hauteur de l'Athmoſphere.

Le même centre de réunion & la même Couronne ayant été vûë de Paris, & de la plûpart des autres endroits, où nous apprenons que cette Aurore Boreale a paru, je ne doute pas qu'il ne ſe trouve quelque Aſtronome qui en aura déterminé la poſition avec exactitude dans quelque moment de la durée du Phénomene. Je croirois même pouvoir déja aſſûrer ſans trop de témérité, par tout ce qui m'en eſt revenu, & par le calcul que j'en ai fait, en prenant les choſes ſur le plus bas pied, que le lieu de ce méteore étoit à plus de 50 lieuës au-deſſus de nôtre tête. Et s'il eſt vrai, comme une perſonne habile m'a dit l'avoir obſervé, que le centre de la Couronne n'a été vû à Paris qu'à 4 à 5 degrés du Zenith du côté de l'Eſt, il faut que ſa hauteur ait été de plus de 70 lieuës. D'autres obſervations, & qui ne ſont pas d'une moindre autorité pour moi la feroient beaucoup plus grande. Mais il eſt clair que tout ceci ſuppoſe deux choſes. L'une que l'apparence de l'objet dont il s'agit, n'étoit pas ſimplement optique, comme celle de l'Iris, dont le lieu varie avec la poſition du ſpectateur, mais réelle & ſuſceptible de parallexe, eû égard à ceux qui la voyoient de différents endroits. L'autre, qui ne regarde que la concluſion que nous en tirons ſur l'Athmoſphere, c'eſt que ce méteore étoit en effet dans nôtre Athmoſphere, ou tout au plus à ſa partie ſupérieure, & non

au de-là. Suppoſitions à la verité très vrai-ſemblables, mais ſur leſquelles cependant je n'oſerois encore prononcer. Il eſt ſans doute plus à propos de ſuſpendre nôtre jugement & nos recherches ſur cette matiere, en attendant qu'il nous vienne quelque choſe de mieux circonſtancié, de plus précis, & confirmé par un plus grand nombre d'obſervations. Nous n'avons pas trop de toutes nos lumieres, de tous nos ſoins, & de toute la diſcuſſion dont nous ſommes capables, quand il s'agit de nous déterminer ſur des queſtions ſi délicates, & d'établir des ſentimens ſi différents des opinions reçûës.

EXPLICATION DES FIGURES.

LEs figures qui ſuivent ont été gravées d'après les Tableaux que j'en fis en grand au paſtel, ſur les lieux, & dès le lendemain de l'apparition des Aurores Boreales qu'elles repreſentent.

La 1.ere eſt l'Aurore Boreale du 26 Septembre, comme elle eſt décrite, page 199, & ſuivantes.

La 2.de l'Aurore Boreale du 19 Octobre, & la partie du ciel vers le Nord, en l'état oú elle étoit vers les ſept heures & demi du ſoir. Voyez page 202.

La 3.me eſt une Projection de l'hemiſphere concave ſupérieur du ciel, & repreſente tout le Phénomene, tel à peu près que je le vis vers les 8 heures du ſoir. Ainſi il faut porter cette figure horiſontalement ſur ſa tête, la renverſer, & la regarder de bas en haut, en mettant le Nord marqué *N* devant ſoi. Les trois autres lettres majuſcules, *S, E, O,* marquent le Sud, l'Eſt & l'Oueſt. *a b* eſt le ſegment obſcur de la figure 2. dont l'Arc & le cintre ſe trouvent ici exprimés par des lignes ſenſiblement droites, à cauſe de la projection qui en fut faite ſur les principes dont on ſe ſert communément en Geographie pour les Mappemondes & les hémiſpheres Polaires. C'eſt-à-dire, que toutes les parties en ſont retrécies vers le centre, & élargies vers la circonference.

La bordure noire & inégale, qui eſt autour, repreſente l'horiſon ſenſible du lieu.

EXAMEN

De la force qu'il faut donner aux Cintres dont on se sert dans la construction des grandes Voutes, des Arches des Ponts, &c.

Par M. PITOT.

6. Juillet 1726. 1. LES Arts Mechaniques dépendent la plûpart d'une sçavante & profonde théorie; on ne peut travailler à leur perfection, sans remonter, pour ainsi dire, à cette théorie : & y puiser comme à leurs sources toutes les nouvelles découvertes qu'on y peut faire. Ce n'est pas là cependant la route qu'on a suivie, les progrès des Arts sont dûs la plûpart à l'intelligence des bons ouvriers, qu'une routine ou une longue pratique leur a indiqués; mais faute de connoître les principes & les regles des Mechaniques, il est bien rare qu'ils prennent la voye la plus simple.

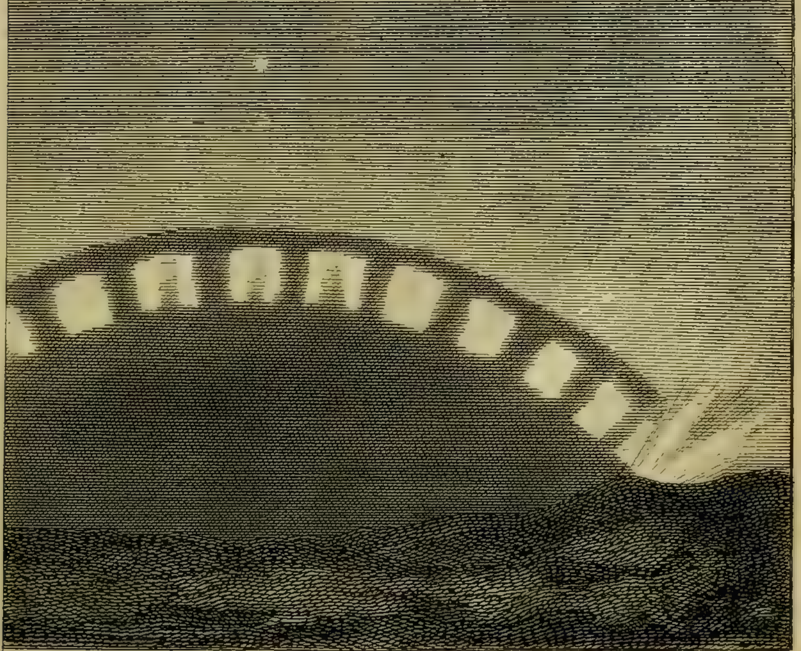
2. La Charpente pourroit nous en fournir beaucoup d'exemples, les grands usages & les commoditez que cet Art nous procure, auroient dû mériter plus d'attention qu'on n'y en a fait; & il me paroît surprenant que parmi un si grand nombre d'Auteurs qui ont écrit de l'Architecture, Mathurin Jousse soit le seul qui ait écrit de la Charpente en particulier; encore ne donne-t-il que les noms des pieces & leurs figures; il seroit cependant très-important de donner quelques principes ou regles générales pour éviter les défauts ausquels les ouvriers tombent souvent, dont le plus ordinaire est de multiplier si fort les pieces qui servent à l'assemblage d'une Charpente, qu'on peut dire que quelquefois ils en diminuent la force & la solidité, au lieu de l'augmenter, outre les autres défauts qu'on ne sçauroit trop éviter; car on diminuë la capacité du lieu, on augmente la dépense, & on rend l'assemblage désagreable.

3. Les



Ph. Simonneau filius Sculp.

ale vue à Breuillepont le. 26. Septembre. 1726.



Boreale vue à Breuillepont le. 19. octobre. 1726.



Fig. 1 Lumiere Boreale vue à Breuillepont le 26. Septembre 1726

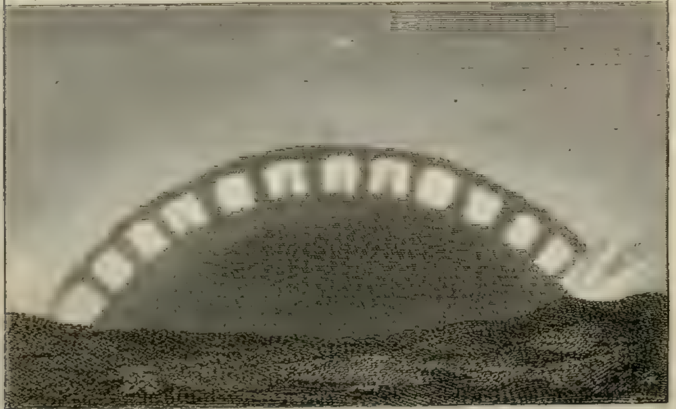


Fig. 2 Lumiere Boreale vue à Breuillep[illegible] Octobre 1726

3. Les principes & les regles que nous donnerons ici pour



parût

ifilius Sculp

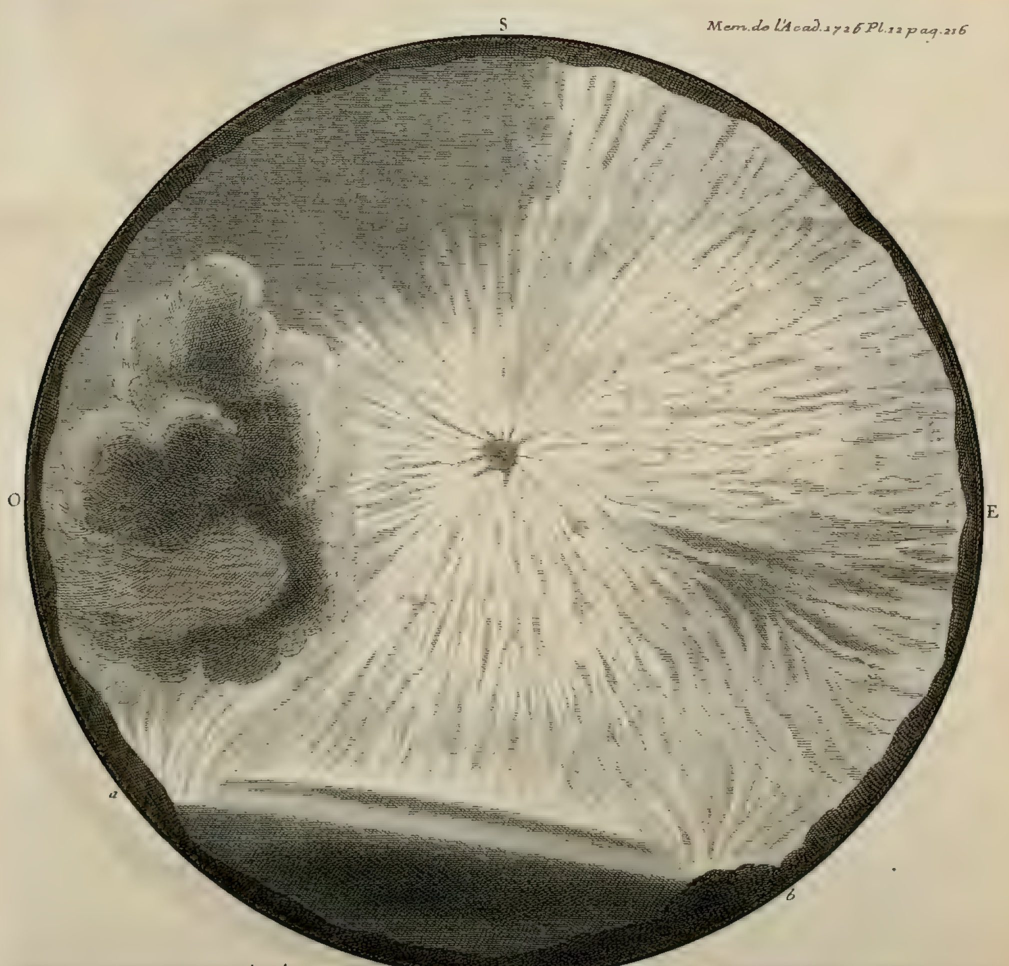


Fig 3 Lumiere Boreale du 19: Octobre 1726 telle qu'elle parût dans tout l'hemisphere Superieur du Ciel vers les 8 heures du Soir.

Ph. Simonneau filius Sculp

3. Les principes & les regles que nous donnerons ici pour connoître la ſolidité & la force des cintres en particulier, pourront être appliqués à toute la Charpente en général.

DÉFINITION.

4. Ce que nous appellons *Cintre*, & que les Italiens nomment *Armatures*, ſont des aſſemblages de Charpente propres à ſoûtenir tout le poids de la maçonnerie d'une voute avant que la clef ſoit poſée.

5. On voit par-là, que rien n'eſt plus important en fait de conſtruction de grandes voutes, domes, & Ponts de pierre, que de faire des cintres aſſés forts pour porter tout le fardeau de la maçonnerie : & qu'on doit admirer dans ces grands ouvrages hardis, les cintres dont on s'eſt ſervi pour les conſtruire; car ſi malheureuſement ils ſe trouvent trop foibles, on voit dans un moment périr tout ſon ouvrage, & quelquesfois pluſieurs malheureux ouvriers.

6. On conſtruit les cintres de mille façons différentes: Mathurin Jouſſe en donne trois deſſeins, la plûpart des Architectes en ont voulu inventer des particuliers; mais quelques-uns ſont tombez dans des défauts très-dangereux: il paroît que M. Blondel n'a rien voulu propoſer du ſien ſur cette matiere, il s'eſt contenté de donner dans ſon cours d'Architecture les deſſeins d'Antonio Sangallo, dont Michel Ange s'eſt ſervi pour conſtruire la voute de S.t Pierre de Rome. Je ne cherche pas ici la forme la plus parfaite qu'on puiſſe donner aux cintres, ce que je me propoſe dans ce Memoire eſt de chercher des regles pour connoître & calculer leur force : & même de tout aſſemblage de Charpente.

Mais avant que d'expliquer les remarques & les expériences que nous avons faites pour y parvenir, il eſt à propos de donner le détail des cintres que j'ay choiſis pour exemple; le premier (*fig. 1.*) pour les Arcs en plein cintre, & le deuxiéme (*fig. 2.*) pour les Arcs ſurbaiſſés, ils n'ont rien de particulier que quelque arrangement que j'ay crû leur devoir donner pour les rendre plus forts; nous donnerons auſſi les

meſures ou groſſeurs les plus ordinaires, pour avoir au moins les rapports des groſſeurs que chaque piece doit avoir : & y faire enſuite les changemens qu'on trouvera neceſſaires.

A B eſt le diametre d'une voute ou d'une arche de Pont que nous ſuppoſerons dans la ſuite de 60 pieds pour l'arc en plein cintre (*fig. 1.*) & de 80 pieds pour l'arc ſurbaiſſé (*fig. 2.*) la montée où flèche *C D* ſera à l'arc ſurbaiſſé de 30 pieds.

Les Courbes *A E D F B* auront 6 pouces ſur 12 de gros.

L'Entrait *E F* aura au moins 12 pouces ſur 12 de gros.

La Semelle *G H* 12 pouces ſur 12.

Les Jambes de force *I E, I G : K F, K H* 8 ſur 10.

Le Poinçon *R D* 12 ſur 12.

Les Arbalêtriers *L M, N O* (*fig. 1.*) 6 ſur 10.

Les Décharges *L M* & les Arbalêtriers *N O* (*fig. 2.*) 8 ſur 10.

Les Moiſes *P Q* 8 pouces ſur 20 ou 24 de gros.

7. C'eſt au bon arrangement & à l'aſſemblage de toutes ces pieces que conſiſte la plus grande partie de la force du cintre, c'eſt pourquoy nous donnerons ici quelque maxime, dont on pourra ſe ſervir très-utilement.

1.° Que chaque piece ſoit appuyée & contrebutée avec ſa correſpondante, ainſi qu'on peut voir dans nôtre deſſein où les Jambes de force *I G, K H* ſont contrebutées par le moyen de la ſemelle *G H*, les Arbalètriers ſont contrebutés au point *M* du poinçon, &c.

2.° Il faut éviter, autant qu'il eſt poſſible, de faire traverſer deux pieces l'une ſur l'autre par des entailles comme les croix de S.t André, &c. Car les deux pieces diſpoſées ainſi, n'ont pas plus de force qu'une ſeule au point où elles ſe croiſent.

3.° Il ne faut pas compter beaucoup ſur la force des tenons, ſur-tout aux pieces qui ſont poſées obliquement pour ſoûtenir un fardeau, il faut y faire auſſi des embraſſements, & même y mettre des moiſes, en ſe ſouvenant toûjours de cette maxime, que les meilleurs aſſemblages de charpente ſe peuvent faire ſans tenons & mortoiſes; il paroît que l'auteur du

cintre dont on s'eſt ſervi pour la voute de S.t Pierre de Rome, que nous avons cité cy-deſſus, a eû égard à cette maxime : j'oſe dire que ceux que je propoſe ne ſeroient pas moins ſolides, quand même il n'y auroit point de tenons.

REMARQUE I.

Sur les Courbes & les Arcs ſurbaiſſés.

8. Comme les cintres doivent avoir en dehors la même forme que la voute en dedans, c'eſt-à-dire, que les Courbes *AEDFB* doivent avoir préciſément la même courbure que celle qu'on veut donner à la voute, il faut ſçavoir (pour conſtruire les cintres des arcs ſurbaiſſés) les méthodes dont on ſe ſert pour tracer ces ſortes d'arcs ſurbaiſſés ou à anſes de paniers. Voici les remarques que je fis là-deſſus, lorſque nous traçames l'Arche du Pont de Lille-Adam, dont je fus chargé de l'inſpection en 1720.

On peut donner aux arcs ſurbaiſſés telle courbure qu'on voudra, on trouve pluſieurs méthodes dans Serlio, dans Blondel, &c. Les unes font trouver la courbure de l'arc par pluſieurs points trouvés de ſuite, & les autres font trouver ces mêmes arcs ſurbaiſſés, en les conſiderant comme compoſés de trois portions de cercles exentriques; la courbure qu'on trouve par les méthodes des points trouvés de ſuite, eſt elliptique; il y a cependant une de ces méthodes qui donne la parabole, ainſi que M.r de la Hire l'a démontré dans les Memoires de l'Académie de 1702. mais la méthode dont on ſe ſert le plus ſouvent dans la pratique eſt une de celles ou l'arc ſurbaiſſé eſt formé de trois portions de cercle: elle eſt telle *AB* eſt le diametre de l'ouverture de l'arche ou de la voute pris aux premieres retombées, *CD* ſon élevation ou la montée de l'arc; il faut trouver les trois centres *S, T, S* deſquels ayant décrit les arcs *AV, BV* chacun de 60 degrés avec la même ouverture de compas *AS* ou *BS*, & du centre *T* l'arc *VDV* qui doit auſſi être de 60 degrés, pour avoir l'arc ſurbaiſſé *AVDVB* de 180 degrés: cet arc ainſi décrit Fig. 2.

fait un effet agréable à la vûë, n'ayant aucuns jarrets sensibles.

Toute la difficulté de cette pratique consiste à trouver un des centres S.

Voici la méthode que je propose, soit $AC = a$. $CD = b$, & l'inconnuë $CS = x$, le triangle S, R, S étant équilateral $ST = 2x$ & $CT = \sqrt{3xx}$, ainsi $DT = b + \sqrt{3xx}$. mais $DT = SV$ ou $SA\,a - x + ST\,2x$, ce qui donne cette équation $\sqrt{3xx} + a - b + x$ de laquelle on tirera par les operations algebriques $x = \frac{1}{2}\overline{a - b} + \sqrt{\frac{1}{2}\overline{a - b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a - b}^2}$. D'où l'on tire cette construction.

Soit pris $BY =$ à CD & $CZ = \frac{1}{2}CY$, on décrira sur ZY le demi-cercle $Z\text{Æ}Y$, & on portera $Z\text{Æ}$ de Z en S, le point S sera le vrai centre qu'on cherche.

DÉMONSTRATION.

Il est clair que $CY = a - b$ & $CZ = \frac{1}{2}\overline{a - b}$ par la construction; ainsi $C\text{Æ} = \sqrt{\overline{a - b} \times \frac{1}{2}\overline{a - b}}$ & $Z\text{Æ} = \sqrt{\frac{1}{2}\overline{a - b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a - b}^2}$: mais $CS\,x = CZ\,\frac{1}{2}\overline{a - b} + ZS$ ou $Z\text{Æ}\,\sqrt{\frac{1}{2}\overline{a - b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a - b}^2}$. Donc $x = \frac{1}{2}\overline{a - b} + \sqrt{\frac{1}{2}\overline{a - b}^2 + \frac{1}{4}\overline{a - b}^2}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE II.

9. La position de l'entrait a été assés arbitraire à tous ceux qui ont donné des desseins de cintre, je crois cependant qu'il est bon de le placer en EF où la diagonale CA (*fig. 1.*) & TA (*fig. 2.*) coupe les Courbes, car en considerant que la plus grande pression étant au point B & les points A & B étant fixes ou inébranlables, l'endroit le plus foible des Courbes doit être aux points EF où passe la diagonale.

La Semelle GH est non-seulement très-necessaire pour

appuyer & contrebuter les Jambes de force, mais auſſi pour fortifier l'entrait qu'on pourra faire de deux pieces, lorſque ſa longueur ſurpaſſera environ 60 pieds : ainſi qu'on l'a pratiqué au dome des Invalides.

REMARQUE III.

10. Un cintre tel que nous l'avons décrit dans les fig. 1. & 2, n'eſt à proprement parler qu'une ferme de cintre, dont il en faut pluſieurs pour cintrer une voute ou une arche de Pont; on en met ordinairement à chaque diſtance de 6 à 7 pieds, nous les ſuppoſerons diſtantes de 6 pieds dans la ſuite, ainſi pour une arche de 30 pieds de largeur d'une teſte à l'autre, il faudroit cinq cintres ou fermes de cintres, dont chacune porteroit une portion de la voute de 6 pieds de large.

REMARQUE IV.

11. Il faut meſurer ou toiſer la ſolidité de l'arc ou portion de la voute qu'une ferme de cintre doit porter par les regles de la Geometrie pratique, en ſçachant combien on doit donner de longueur de coupe ou extradoxe aux vouſſoirs, on donne ordinairement 3 pieds aux quarreaux, & 4 à 5 pieds aux boutiſſes : mais comme dans les grands ouvrages on prolonge les aſſiſes avec des libages juſqu'à 6 ou 7 pieds plus ou moins ſelon qu'on approche de la clef, nous les prendrons toutes de 7 pieds dans la ſuite; ainſi pour les arcs en plein cintre, il n'y aura qu'à meſurer la ſuperficie du profil *AGDQBR* dont *AG* ou *BR* ſera de 7 pieds, & la multiplier par 6 pieds, pour avoir le ſolide de l'arc. Mais pour les arcs ſurbaiſſés tracés ſuivant la méthode que nous avons donnée, il faudra par le moyen de la formule trouver la valeur des diametres *AH* ou *BI*, (*fig. 4.*) & *DK* ou *EK* avec leſquels on meſurera ſéparément la ſuperficie des portions du profil *APSE* ou *BRSE* & *ESQSED*, en prenant toûjours *AP* ou *BR* de 7 pieds; & enfin on multipliera la ſuperficie entiére *APQRBDA* par 6 pieds, pour avoir le ſolide de l'arc ſurbaiſſé. Fig. 3.

REMARQUE V.

12. Ayant trouvé la ſolidité d'un arc, il faut trouver ſa peſanteur ſuivant celle de la pierre dont on s'eſt ſervi, qu'on pourra connoître, ſoit par les tables que quelques Auteurs ont donné ſur la peſanteur ſpecifique de pluſieurs matieres, ou par des épreuves qu'on pourra faire aiſément ſoi-même par la regle ſuivante.

Prenés un morceau quelconque de la pierre, dont on voudra connoître la peſanteur ſpecifique, après l'avoir peſé exactement dans l'air, on la peſera de même l'ayant plongé dans l'eau, & on dira enſuite, comme la différence entre le poids de la pierre dans l'air & ſon poids dans l'eau, eſt à ſon poids dans l'air, ainſi la peſanteur d'un pied cube d'eau qu'on ſçait être communément de 72 livres, ſera à la peſanteur d'un pied cube de cette pierre.

Cette regle eſt évidente, car la difference ou la diminution du poids de la pierre étant peſée dans l'eau, eſt égale au poids d'un même volume d'eau que le morceau de pierre, & il eſt clair que le poids d'un volume quelconque d'eau, eſt au poids d'un même volume de pierre, comme la peſanteur d'un pied cube d'eau eſt à celle d'un pied cube de la même pierre.

Dans les Exemples que nous donnerons à la fin de ces Remarques, nous ſuppoſerons que la pierre peſe 160 livres le pied cube.

REMARQUE VI.

13. Le poids total de l'arc ou portion de la voute étant trouvé par les deux Remarques précédentes, il eſt évident que tout ce poids ne peſe pas ſur le cintre avant que la clef ſoit poſée, & qu'une partie eſt portée par les pieds droits de la voute, ainſi il faut reduire le poids total de l'arc à celui que le cintre doit porter. Pour faire cette réduction, je dis que (pour les arcs en plein cintre) le poids total de l'arc, eſt à celui que le cintre doit ſoûtenir, comme le quarré du rayon CB ou CD (*fig. 3.*) eſt à la ſuperficie du quart de cercle CBD.

DÉMONSTRATION.

14. Ayant divisé par la pensée l'arc *BRQD* en un nombre infini de petits voussoirs, & mené à chaque division ou à chaque coupe des plans *CNS*, & les lignes *PNO* paralleles à *CD*, on voit évidemment que chaque voussoir *V* peut être regardé comme un petit poids posé sur son plan incliné *CNS*, mais par les proprietés du plan incliné *CN*, est à *NO*, comme le poids du voussoir *V* est au poids ou à la force relative qu'il faut employer pour le retenir sur son plan : Ainsi chaque rayon *CN* ou bien chaque ligne *PNO* sera l'expression du poids total ou de la force absoluë du voussoir, & chaque sinus *NO* sera celle de la force relative qu'il faut employer pour le soûtenir sur le plan, on aura donc la somme de toutes les lignes *PNO* ou la superficie du quarré *CM* pour l'expression du poids total de tous les voussoirs ou de l'arc entier *BRQD*, & de même la somme de tous les sinus *NO*, ou la superficie du quart de cercle *CDB* exprimera la somme de toutes les forces relatives qu'il faut employer pour retenir tous les voussoirs, ou (ce qui est le même) le poids que le cintre doit soûtenir.

COROLLAIRE I.

15. Puisque le quarré du diametre d'un cercle est à sa superficie ou le quarré du rayon à la superficie du quart de cercle, comme 14 est à 11, on trouvera par là très facilement la reduction qu'il faut faire au poids total d'un arc en plein cintre par cette regle, comme 14 est à 11, ainsi le poids de l'arc est au poids reduit que le cintre doit porter.

COROLLAIRE II.

16. Si l'on veut avoir la réduction du poids d'un arc quelconque *BRSN*, ou la quantité dont cet arc doit peser sur le cintre, on dira, comme le rectangle *OM*, est au segment du cercle *BON*, ainsi le poids de l'arc est au poids reduit, ce qui est évident, car le rectangle *OM* est composé

d'un même nombre de lignes *PNO* qu'il y a de voussoirs infiniment petits dans l'arc *BRSN*, & le segment *BNO* est de même composé d'un égal nombre de lignes *NO;* ainsi par nôtre démonstration le rectangle *OM* sera l'expression du poids total de l'arc, & le segment *BNO* sera celle du poids réduit.

COROLLAIRE III.

17. Si l'arc de la voute est un arc surbaissé décrit suivant la méthode que nous avons donnée, *Art. 8.*[e], il faut pour trouver la réduction qu'il faut faire au poids total de l'arc *BRSQD* (*fig. 4.*) chercher d'abord celle de l'arc *BRSE* par le rapport du rectangle *OM* au segment *BEO*, & ensuite celle de l'arc *ESQD* par le rapport du rectangle *KXTD* au quadriligne *KXED* qu'on trouvera aisément par les regles de la planimetrie.

REMARQUE VII.

18. Nous avons donné dans les Remarques précédentes les moyens de calculer le poids ou la charge de la maçonnerie que le cintre doit porter, il faut maintenant donner ceux de calculer la force du cintre, suivant la résistance des bois tirés ou poussés selon leurs longueurs.

On ne peut connoître la force ou la resistance des bois que par des expériences faites sur les bois dont on fait usage; car la force de chaque espece de bois est différente. Nous avons trouvé par plusieurs expériences que le bois de chesne, qui est presque le seul en usage dans la Charpente soûtient environ 60 livres par ligne quarrée, étant tiré suivant sa longueur, & qu'ainsi un bâton de ce bois d'un pouce quarré ou 144 lignes peut soûtenir environ 8 milliers 640 livres, & une piece d'un pied quarré de grosseur soûtiendroit environ 12 cens 44 milliers.

Le Chesne est un bois des plus forts. Il y a apparence que M. Mariotte qui ne dit pas sur quel bois il a fait ces expériences, s'est servi d'un bois moins fort que le chesne : car il resulte

resulte de celle qu'il fit en presence de M.rs de Carcavy, de Roberval & Hugens, qu'une ligne de bois peut soûtenir environ 46 livres; mais par les expériences que M. Parent a faites sur le chesne, dont le détail se trouve dans les Memoires de 1708, il resulte que la résistance de ce bois ou le poids qu'il peut soûtenir dans son milieu sans se rompre, appuyé horisontalement sur ces deux bouts, étant réduit à la force absoluë du même bois tiré suivant sa longueur, par la formule de M. de Varignon, donné depuis 58 jusqu'à 60 livres.

Comme M. Parent & moi, nous nous sommes sans doute servis, pour faire nos expériences sur le chesne, du meilleur que nous ayons trouvé, & qu'en général il ne peut être ni si bon, ni si fort, y ayant plusieurs causes qui peuvent rendre ces fibres inégalement fortes dans quelques parties du bois: nous ne prendrons que 50 livres par lignes de ce bois, tiré suivant sa longueur.

19. Une piece de bois posée verticalement, parfaitement droite, & d'une égale resistance dans toutes ses parties & toutes ces fibres, doit tout au moins resister également étant poussée, ou soûtenir un même poids que celui qu'elle soûtiendroit étant tirée suivant sa longueur: j'ay fait quelques expériences pour connoître à peu près cette résistance; & j'ay presque toûjours trouvé plus de 60 livres par ligne quarrée de bois de chesne poussé bien directement suivant sa longueur.

Nous pouvons donc, en attendant qu'on ait fait un plus grand nombre d'expériences sur les bois dont on fait usage dans la construction des cintres, prendre pour la résistance de chaque pieces, ou le poids absolu qu'elles peuvent porter, tout au moins 50 livres par ligne quarrées. Il est vrai que la résistance absoluë des bois & de tout autre solide peut bien n'être pas proportionnelle à leur grosseur ou à la superficie de leurs bases; mais s'il est possible de trouver quelques rapports constant sur ce sujet, c'est à un grand nombre d'expériences qu'il faut avoir recours, qui seules peuvent indiquer l'hypothese la plus sûre. Nous suivrons icy celle qu'on a reçûë de Galilée, & que M.rs Mariotte, de Varignon & Parent ont suivie.

20. La force abſoluë de chaque piece de bois étant ainſi établie, on trouvera leurs forces relatives ou leurs réſiſtances moyennes ſuivant toutes les poſitions obliques qu'elles peuvent avoir, par les regles de la réſiſtance des ſolides, dont M.[rs] de la Hire, de Varignon, &c. ont traité. Mais comme dans les cintres que je propoſe pour exemples, les pieces qui doivent porter le poids de la maçonnerie de la voute ſont diſpoſées de telle ſorte que non ſeulement elles ſont chacunes appuyées & contrebutées avec leur correſpondantes; mais de plus elles ſont arreſtées fixes par les moiſes : nous pouvons dans ce cas ne faire aucune reduction à la force abſoluë de chaque piece de bois, hormis celle qu'il reſulte de leurs poſitions obliques dont nous allons donner l'explication; & il eſt bon d'obſerver que prenant ainſi toute la force abſoluë de chaque piece, nos calculs nous donneront la plus grande force de nos cintres, de laquelle il faudra rabattre quelque choſe par l'impoſſibilité qu'il y a de faire un aſſemblage parfait.

REMARQUE VIII.

21. On doit regarder chaque piece qui ſert dans un aſſemblage de charpente à porter ou à ſoûtenir un grand poids, comme autant de puiſſances plus ou moins inclinées; on trouvera l'expreſſion de la force reſultante du concours de ces puiſſances par un principe general des mechaniques, où l'on démontre que ſi un poids *P* eſt ſoûtenu aux points *BD*, &c. ou tiré ſuivant les directions *ABE*, *CDE* par des puiſſances ou forces exprimées par les lignes *EF*, *EG*: Ayant fait le parallélogramme *FEGH*, la diagonale *EH* exprimera la force totale qu'il reſulte du concours des deux puiſſances *EF*, *EG*. S'il y avoit une troiſiéme puiſſance on feroit un autre parallélogramme, dont un des côtés ſeroit l'expreſſion de cette troiſiéme puiſſance; & l'autre côté la diagonale *EH*, la diagonale de ce dernier parallélogramme ſeroit l'expreſſion de la force reſultante des trois puiſſances; & ainſi des autres puiſſances, s'il y en avoit une quatriéme, cinquiéme, &c.

Fig. 5.

REMARQUE IX.

22. Il faut diviſer la pluſpart des grands aſſemblages de charpente en pluſieurs parties poſées les unes ſur les autres, & calculer la force de chacune ſéparement : ainſi dans les cintres que je propoſe pour exemples, on doit les regarder comme compoſés de deux parties ſéparées par l'entrait, & dont l'inferieure doit ſeule avoir la force de porter tout le poids de l'arc de la voute reduit par la ſixiéme remarque; & la ſuperieure celuy de l'arc au-deſſus de l'entrait. Il eſt vray qu'on peut dire auſſi, que la partie inferieure ne porte pas l'arc entier de la Voute, y ayant toûjours 8, 10, & même 12 aſſiſes de chaque côtés de la naiſſance ou des premieres retombées qui peuvent ſe ſoûtenir ſans cintre: parce qu'à ces petites hauteurs la force du frottement de la pierre ſurpaſſe ſon poids ſur des plans peu inclinés; mais nous ne tiendront pas compte de cette diminution, parce qu'il vaut mieux donner aux cintres plus de force que le poids qu'ils doivent ſoûtenir.

23. Il nous reſte encore à remarquer que les courbes ayant leurs parties convexes preſſées d'abord par la maçonnerie, elles ſont retenuës & ne peuvent plier de ce côté-là, & qu'ainſi nous pouvons les regarder dans nos calculs comme des pieces droites; la partie *APE* par exemple ſera regardée comme une piece de même groſſeur que les courbes poſées ſuivant l'inclinaiſon *AE*.

PROBLEME I.

La groſſeur de chaque piece d'un cintre étant donnée, trouver avec la Regle & le Compas ſa force totale, ou le poids qu'il peut ſoûtenir, pour avoir le rapport de ce poids avec celuy que le cintre doit porter.

24. Ayant trouvé par la remarque 7me le poids abſolu ou relatif que chaque piece du cintre peut porter ſuivant la groſſeur donnée, on diviſera le cintre par la 9me remarque

en deux parties, qu'on tracera ſéparement avec toute la juſteſſe poſſible, en ſe contentant de marquer en lignes pour la partie inferieure *(fig. 1 & 2,) AEFB* les jambes de force *AE, AG; BF, BH* avec les courbes : & pour la ſuperieure les arbaleſtriers *LM, NO, (fig. 1;)* & *(fig. 2)* les arbaleſtriers *NO,* & les décharges *LM.*

Cela fait, on diviſera une échelle en tant de parties qu'on jugera à propos, dont chacune exprimera un millier de livres peſant : On prendra ſur cette échelle la valeur de la force de chaque piece. Maintenant pour trouver la force totale de la partie inferieure de nos cintres, on portera ſur chaque jambe de force les longueurs *AS, AT* de la valeur du poids qu'elles peuvent ſoûtenir pris ſur l'échelle; mais par l'article 23. on
Fig. 6. peut regarder la force des courbes *ADE* comme unie avec celle de la jambe de force *AE,* ainſi on portera la valeur de la force des courbes de *T* en *V,* & on achevera le parallélogramme *AVXS,* la diagonale *AX* ſera par la 8me remarque l'expreſſion de la force qu'il reſulte des deux jambes de force *AG, AE* & des courbes *ADE:* on fera la même operation de l'autre côté aux jambes de force *BH, BE* & aux courbes *BIE,* pour avoir la diagonale *BN* égale à *AX* & également inclinée ſur *AB:* enfin on portera la diagonale *AX* ou *BN* de *M* en *R* & en *Z:* pour achever le parallélogramme *RMZY* & la diagonale *MY* ſera l'expreſſion de toutes les forces obliques, ou la valeur du poids que le cintre peut ſoûtenir. Si cette valeur priſe ſur l'échelle eſt plus grande que le poids de l'arc de la voute que le cintre doit porter trouvé par les remarques 4, 5 & 6, le cintre ſera aſſés fort, mais ſi au contraire, &c.

25. Pour avoir la force de la partie ſuperieure du plein cintre, *(fig. 1,)* on prolongera les arbaleſtriers *LM, NO* juſqu'à leur point de rencontre *X,* duquel on portera ſur la
Fig. 7. ligne *XLS* de *X* en *S* les valeurs de la force de l'arbaleſtrier *LM* & des courbes *LPM.* On prendra de même ſur *XON* la valeur de la force de l'arbaleſtrier *NO.* Cela fait, on achevera le parallélogramme *XVASX* pour avoir la

diagonale *AX;* en faiſant la même operation de l'autre côté, on aura de même une diagonale *AX* également inclinée, ainſi on portera *AX* de Z en *R* pour achever le parallélogramme *ZRYR,* dont la diagonale *ZY* exprimera la force de la partie ſuperieure du cintre, laquelle doit être pour le moins auſſi forte que le poids reduit de l'arc de la Voute, & cela pour être toûjours ſuperieur en force dans la pratique du côté des cintres : car dans la rigueur on peut dire que la partie ſuperieure ne doit porter que l'arc de la voute au-deſſus de l'entrait.

26. Pour connoître la force de la partie ſuperieure du cintre ſurbaiſſé, *(fig. 2,)* il faut remarquer que les arbaleſtriers *NO* & les décharges *LM* ſont paralléles, & qu'ainſi on peut prendre ſur une même ligne *NO* prolongée, les valeurs de la force de l'arbaleſtrier *NO* de *O* en *T,* enſuite celle de la piece de décharge *LM* de *T* en *S,* & enfin celle des courbes *EPD* de *S* en *R :* cela fait, on prendra *ONZ* de l'autre côté égal à *OR* pour achever le parallélogramme *ORYZ* dont la diagonale ſera l'expreſſion de la force de la partie ſuperieure de nôtre deuxiéme cintre. Fig. 8.

Premier Exemple.

Pour le petit cintre de 60. pieds de diametre.

Calcul du poids de la Voûte que le cintre doit porter.

27. On trouvera par les remarques precedentes, que le ſolide de la portion de la voute qu'une ferme de cintre doit porter, eſt de 4422 pieds cubes de pierres ; & ſi par la cinquiéme remarque chaque pied cube peſe 160 livres, on aura le poids total du même arc de 707520 livres qu'on reduira par la ſixiéme remarque à 555908 livres pour le poids que le cintre de 60 pieds doit porter.

Calcul de la force du cintre, 1° pour la partie inferieure.

28. Nous avons donné, *(art. 6,)* à chaque jambe de force 8 pouces ſur 10 de gros, & aux courbes 6 ſur 12. Ainſi par la 7me remarque la force abſoluë de chaque jambe de force

ſera de 576000, celle des courbes de 806400 à 50 livres par lignes quarrées de force du bois de cheſne poſé debout, ou conſideré comme pouſſé ſuivant ſa longueur, ce qui eſt veritablement la plus grande force qu'on peut luy donner à cauſe des différents deffauts qui ſe peuvent trouver dans les bois; mais ceux qui voudront agir dans les conſtructions avec moins de hardieſſe, pourront prendre cette force de chaque ligne de bois moindre de 50 livres, particuliérement lorſqu'on ne fera aucune reduction à la force abſoluë de chaque piece, comme dans les exemples que je donne icy. On
Fig. 6. prendra par le probleme, *(art. 24.)* *AS*, *AT* égal 576000 liv. & *TV* égal à 518400 liv. on operera, comme il eſt expliqué dans le probleme, pour avoir la diagonale *MY* qu'on trouvera ſur l'échelle de 285000 liv. pour la force de la partie inferieure du cintre de 60 pieds, cette force eſt beaucoup plus grande que le poids reduit de l'arc de la voute qu'on a trouvé de 555900. liv.

Calcul de la partie ſuperieure du même cintre.

29. Nous avons donné à chaque arbaleſtriers *LM*, *NO*, 6 pouces ſur 10 de gros, les courbes ſont de même que cydeſſus, de 6 ſur 12, ainſi la force abſoluë de chaque arbaleſtrier ſera par la 7me remarque, de 432000 liv. & les courbes de 518400 liv. on prendra par l'art. 27 *XS* égal à la force de l'arbaleſtrier *LM* 432000 liv. & des courbes *LPM* 518400 liv. & ſur *XN*; ayant pris *XV* égal à la force de l'arbaleſtrier *NO* 432000, on achevera le parallélogramme *XSAVX*, & avec la diagonale *XA* égale à *ZR* on fera, comme il a été dit, le parallélogramme *ZRYR*, dont la diagonale *ZY* ſera l'expreſſion de la force de la partie ſuperieure qu'on trouvera ſur l'échelle de 116000 liv.

SECOND EXEMPLE.

Pour le cintre ſurbaiſſé de 80 pieds de diametre & 30 pieds de montée ou fleche.

Calcul du poids de la voute que le cintre doit porter.

30. On trouve dans la formule de la 1.re remarque la valeur de $IB = x$ de 26 pieds $\frac{2}{5}$, ainſi par la 4me remarque IR ſera de 33 pieds $\frac{2}{5}$, d'où l'on trouvera le ſecteur IBE de 365 $\frac{1}{5}$, & le ſecteur IRS de 584 $\frac{1}{2}$. Leur difference donnera 219 $\frac{3}{10}$ pour la ſuperficie de l'arc $BESR$, qu'il faut multiplier par 6 pieds par la 3me remarque, pour avoir le ſolide de l'arc de la voute de 1315 $\frac{4}{5}$ pieds cubes, & ſi par la 5me remarque chaque pied cube peſe 160 liv. on aura ſon poids total de 210528. liv. Fig. 4.

On reduira ce poids par le corollaire 3, *(art. 17,)* en diſant,

Comme le rectangle OM de............	348 pieds $\frac{12}{25}$
eſt au ſegment OBE de.........................	214 pieds $\frac{16}{25}$
Ainſi le poids total de l'arc................	210528 liv.
à ſon poids reduit de............................	129462 liv.

qu'il faut doubler parce que cet arc $BESR$ de 60 degrés, eſt compris deux fois dans l'arc ſurbaiſſé, ce qui donne 258924 pour la ſomme du poids reduit des deux arcs.

31. Il faut maintenant trouver le poids du grand arc $ESQSED$, on trouve le rayon KD de 53 pieds $\frac{3}{5}$, donc KQ ſera de 60 pieds $\frac{3}{5}$, d'où l'on trouvera la ſuperficie de l'arc de 418 $\frac{216}{350}$ qu'il faut multiplier par 6 pieds pour avoir ſon ſolide de 2511 $\frac{246}{250}$ pieds cubes : ſi chaque pied cube peſe 160 liv. on aura pour le poids entier de l'arc $ESQSED$ 401872 liv. qu'on reduira par cette regle.

Comme le quarré du rayon KD de...............	53 $\frac{3}{5}$
ou $TXVY$ de..	2872 $\frac{24}{25}$
eſt à la ſuperficie de l'eſpace $VXEDE$ qu'on trouvera de..	2748 $\frac{1}{2}$
Ainſi le poids de l'arc..	401872

à ſon poids reduit qu'on trouvera de 384457. Enfin il faut ajoûter ce poids avec celuy des deux petits arcs de 60 degrés pour avoir celuy de tout l'arc ſurbaiſſé qu'une ferme de cintre doit porter de 643381 liv.

Calcul de la force du cintre, 1.° *pour la partie inferieure.*

32. Nous avons donné aux jambes de force de ce cintre, 10 pouces ſur 12 de gros, & aux courbes 6 pieds ſur 12, ainſi la force abſoluë de chaque jambe de force ſera de 864000 liv. & celle des courbes de 518400 : on portera de même que ci-deſſus, *(art. 28,)* de *A* en *S* & en *T*, la longueur priſe ſur l'échelle de 864000, & de *T* en *V* celle de 518400 : on fera la même operation pour avoir la diagonale *MY* qu'on trouvera de 3700000, pour la force de la partie inferieure de nôtre grand cintre, donc, &c.

Fig. 6.

2.° *Pour la partie ſuperieure de nôtre grand cintre.*

33. Les arbaleſtriers *NO* de cette partie ont 8 pouces ſur 10, les décharges *LM* 10 ſur 12, & les courbes 6 ſur 12. Ainſi la force abſoluë de l'arbaleſtrier eſt de 576000, celle de la piece de décharge de 864000; & celle des courbes de 518400. On portera, comme il a été dit, *(art. 26,)* de *O* en *T* la force abſoluë de l'arbaleſtrier, de *T* en *S* celle de la décharge, & de *S* en *R* celle des courbes; Enfin la diagonale *OY* donnera ſur l'échelle 1400000 liv. pour la force qu'on cherche. Cette force eſt un peu plus que double du poids que le cintre doit porter.

34. On voit par les exemples que je viens de donner ſur les deux cintres que je propoſe, que leur force eſt beaucoup au-delà du poids de la voute qu'ils devroient porter, ſi d'ailleurs toutes choſes étoient préciſément les mêmes dans la pratique, que celles que nous avons établies dans nos remarques, comme la peſanteur de la pierre à 160 liv. le pied cube, &c. mais dans quels cas qu'on puiſſe tomber, il ſera toûjours très facile d'y appliquer nôtre methode : c'eſt ce que nous

nous pourrions faire voir clairement par des exemples, si nous n'apprehendions de les trop multiplier & d'être obligé de joindre ici divers desseins de cintre sur lesquels nous aurions appliqué nos calculs. Ceux par exemple dont nous nous sommes servis à la construction du Pont de l'Isle Adam, n'ayant que deux arbalestriers à leurs parties superieures, auroient été trop foibles si on n'avoit mis des étayes sous l'entrait, par le moyen de plusieurs pieux plantés au milieu de la riviere, car je trouve que leur force étoit environ de 529000 livres, & le poids de l'arc de la voute de 613000 livres.

PROBLEME II.

Les angles de l'inclinaison des pieces d'un cintre étant donnés, & leurs forces absoluës & relatives êtant les mêmes qu'au probleme precedent : Trouver la force du cintre par le calcul trigonometrique.

35. Les angles *CAG*, *CAE* étant donnés avec les forces *AS*, *AV*. Il est clair que *SX* étant paralléle & égale à *AV*, on aura dans le triangle *AXS*, les côtés *AS*, *SX* connus, avec l'angle *GSX* égal à l'angle *GAV*, d'où l'on trouvera la valeur de l'angle *SAX* & du côté *AX*. Soit mené *RK* paralléle à *AC* qui coupera la diagonale *MY* en deux également & perpendiculairement au point *K*, les angles *CAG*, *SAX* étant connus, leur somme ou l'angle *CAX* égal à *KRM* sera connu, ainsi dans le triangle rectangle *KRM* on aura les angles, & le côté *RM* égal à *AX* connus, d'où l'on trouvera la longueur *KM* moitié de *MY* ou de l'expression de la force du cintre. Fig. 6.

36. On calculera la force de la partie superieure de nôtre petit cintre, car par l'art. 29 nous avons les forces *XS*, *XV* connuës *(fig. 7)* si les angles *TNX*, *TLX* sont connus, leur différence sera l'angle *NXL* égal à l'angle *NVA*, ainsi dans le triangle *VXA* on aura les côtés connus *VX*, *VA*, avec l'angle *NVA* : D'où l'on trouvera la valeur de *AX* & de l'angle *VXA* : Cela fait, on menera *RK* paralléle à *LT*.

qui ſe trouvera perpendiculaire ſur le milieu de la diagonale *MY*, & ayant prolongé la ligne *XVN* en *Q*, il eſt clair que l'angle *KQX* ſera égal à l'angle *TNX*; mais l'angle *VXA* ou *QXR* étant connu, on aura la valeur de l'angle *XRK*: ainſi dans le triangle rectangle *MKR*, on aura la valeur des angles, & de l'hypothenuſe *RM* égale à *AX*; d'où l'on trouvera celle de *KM* moitié de *MY* expreſſion de la force de la partie ſuperieure du cintre.

Fig. 8. 37. La partie ſuperieure du cintre ſurbaiſſé eſt très aiſée à calculer, car l'angle *TNO* étant connu & la ligne *RO* par l'art. 33, on aura dans le triangle rectangle *RKO* le côté connu *RO* & l'angle *KRO* égal à l'angle *TNO*, d'où l'on trouvera la valeur de *KO* moitié de la diagonale *OY*, donc, &c.

Premier exemple pour le petit cintre, 1.° *pour la partie inferieure.*

Fig. 6. 38. Soit l'angle *CAG* de l'inclinaiſon de la jambe de force *AG* de 49 degrés, & l'angle *CAE* de 65 degrés, leur difference ou l'angle *GAE* égal à l'angle *GSX* ſera de 16 degrés : ainſi dans le triangle *SAX* on aura le côté *AS* de 576000 liv. le côté *SX* ou *AV* de 1094400 avec l'angle compris *GSX* de 16°, D'où l'on trouvera le côté *AX* de 1655000 & l'angle *SAX* de 10° 30′, lequel étant ajoûté avec l'angle *CAS* 49°, on aura l'angle *CAX* égal à l'angle *KRM* de 59° 30′. Maintenant dans le triangle rectangle *MKR* on a l'hypothenuſe *RM* égale à *AX* avec l'angle *KRM*, on trouvera la valeur du côté *MK* de 1425000 liv. moitié de la force qu'on cherche.

2.° *Pour la partie ſuperieure.*

Fig. 7. L'angle *XNT* eſt de 32°, & l'angle *XLT* de 22°, ainſi l'angle *NXL* ſera de 10°, lequel eſt égal à l'angle *NVA*. Mais le côté *XV* eſt de 432000, & le côté *XS* ou *VA* de 950400, d'où l'on trouvera le côté *AX* égal à *RZ* avec l'angle *VXA*, lequel étant retranché de l'angle *TNX* donnera l'angle *TIX* égal à *KRZ*, ainſi dans le triangle rectangle

KRZ on trouvera le côté *KZ* de 584000 moitié de la force qu'on cherche.

Second exemple pour le cintre ſurbaiſſé, 1.° pour la partie inferieure.

39. L'angle *CAS* de 43° & l'angle *CAE* de 64.° Donc l'angle *SAE* égal à *GSX* ſera de 19°, le côté *AS* eſt de 864000, & le côté *AV* égal à *SX* de 1382400; ainſi l'on trouvera la valeur de *AX* de 2216000, & l'angle *SAX* de 11° 43′, ce qui donnera 56° 43′ pour l'angle *CAX* égal à l'angle *KRX*: enfin dans le triangle rectangle *RKM* on trouvera le côté *KM* de 1856000 moitié de la force qu'on cherche. Fig. 6.

2.° *Pour la partie ſuperieure.*

L'angle *TNO* égal *KRO* eſt de 21°, & le côté *RO* eſt (*par les art. 33 & 37,*) de 1958400 liv. d'où l'on trouvera la valeur du côté *KO* de 702000 moitié de la force qu'il falloit trouver.

COROLLAIRE.

On pourra par ces problemes trouver entre pluſieurs cintres donnés, celui qui ſera capable de porter un plus grand fardeau; car ayant trouvé pour chacun la derniere diagonale *MY*, ou l'expreſſion de la force reſultante du concours de celle de toutes les pieces, celuy dont cette diagonale ſe trouvera la plus grande ſera évidemment le plus fort, & par là preferable à tous les autres.

PROBLEME III.

Un cintre étant donné avec le poids de l'Arc de la Voute qu'il doit porter, ou la force qu'il doit avoir, trouver la groſſeur qu'on doit donner à chaque piece de bois.

Pour reſoudre ce probleme on donnera, 1.° à chaque piece des valeurs telles qu'on voudra, pourvû que ces valeurs ayent

entr'elles les mêmes rapports que celles que ces pieces doivent avoir réellement : 2.° on operera avec ces valeurs ſuppoſées comme aux problemes precedents, pour avoir la valeur de la diagonale *MY* relative à celles qu'on a donné à chaque piece: 3.° enſuite on fera ces proportions comme la valeur relative de la diagonale *MY*, eſt à celle qu'on a donné à une des pieces, ainſi la force ou le poids donné que le cintre doit porter, ſera au poids ou à la force que cette même piece doit avoir. 4.° ayant fait cette proportion pour chaque piece, on aura leurs forces abſoluës, lorſque le cintre donné ſera tel qu'on puiſſe prendre les forces abſoluës des pieces; mais ſi ce même cintre donné eſt diſpoſé de telle ſorte qu'on ne puiſſe prendre que les forces reduites, on regardera les valeurs qu'on aura trouvées pour chaque piece, comme des forces reduites qu'on reduira en forces abſoluës par les regles de la reſiſtance des ſolides, pour les diviſer enfin par 50 livres pour avoir la ſuperficie en lignes quarrées de la baſe de chaque piece.

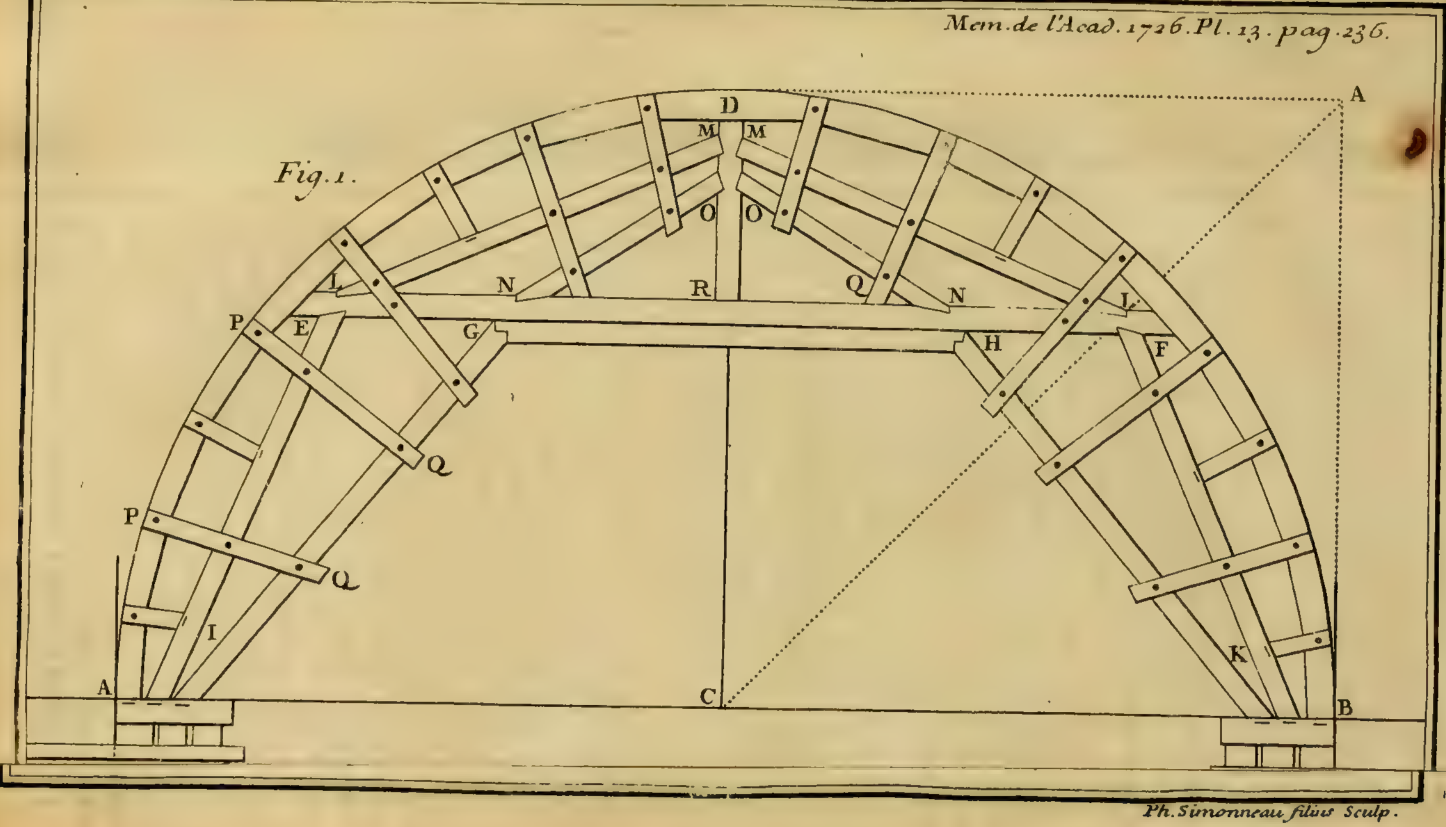
OBSERVATIONS

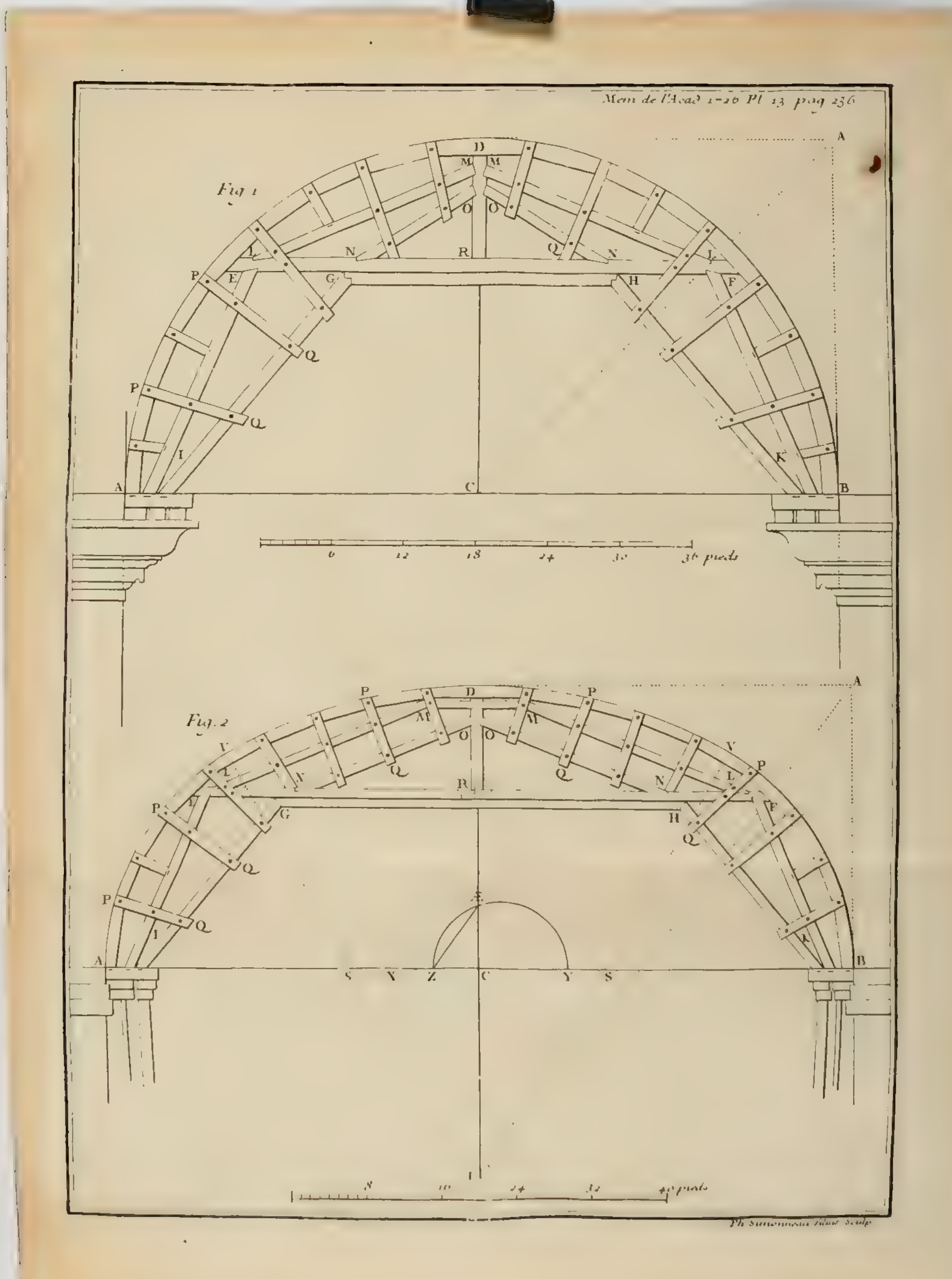
Faites à Pekin, & comparées avec celles qui ont eſté faites à Paris.

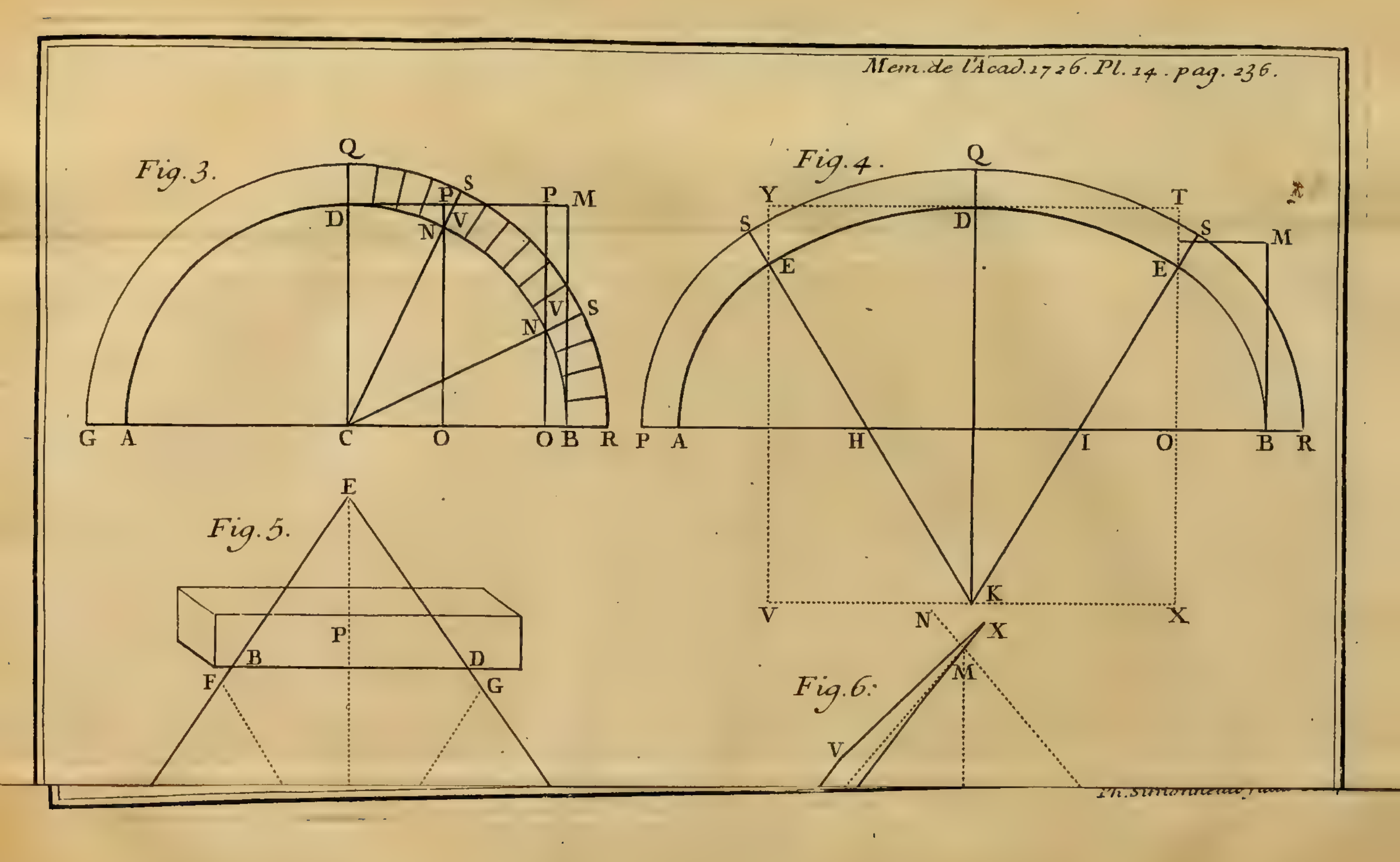
Par M. MARALDI.

LEs RR. PP. Gaubil & Jacques Jeſuites François qui ſont à Pekin, nous ont envoyé pluſieurs obſervations qu'ils y ont faites, & qui nous ont été communiquées par le R. P. Souciet. Parmi ces obſervations il y en a pluſieurs des Eclipſes des Satellites de Jupiter, de conjonctions de Venus & de Jupiter avec des étoiles fixes, de la Comete qui parut en 1723, & de la derniere éclipſe de Lune du mois d'Octobre 1725.

Voicy ce que contient le Memoire qui regarde les obſervations de la Comete de 1723.


Mem. de l'Acad. 1726. Pl. 13. pag. 236.
Fig. 1.
D
M
M
O
O
N
R
Q
N
L
L
P
E
G
H
F
Q
P
Q
I
K
A
C
B
A
Ph. Simonneau filius Sculp.


Mem de l'Acad 1726 Pl 13 pag 256
Fig 1
Fig. 2
6
12
18
24
30
36 pieds
40 pieds
Ph Simonneau filius Sculp


Mem. de l'Acad. 1726. Pl. 14. pag. 236.
Fig. 3.
Q
D
P
S
N
V
P
M
V
S
N
G
A
C
O
O
B
R
Fig. 4.
Q
Y
T
S
D
S
M
E
E
P
A
H
I
O
B
R
K
V
X
Fig. 5.
E
P
B
D
F
G
N
X
M
Fig. 6.
V

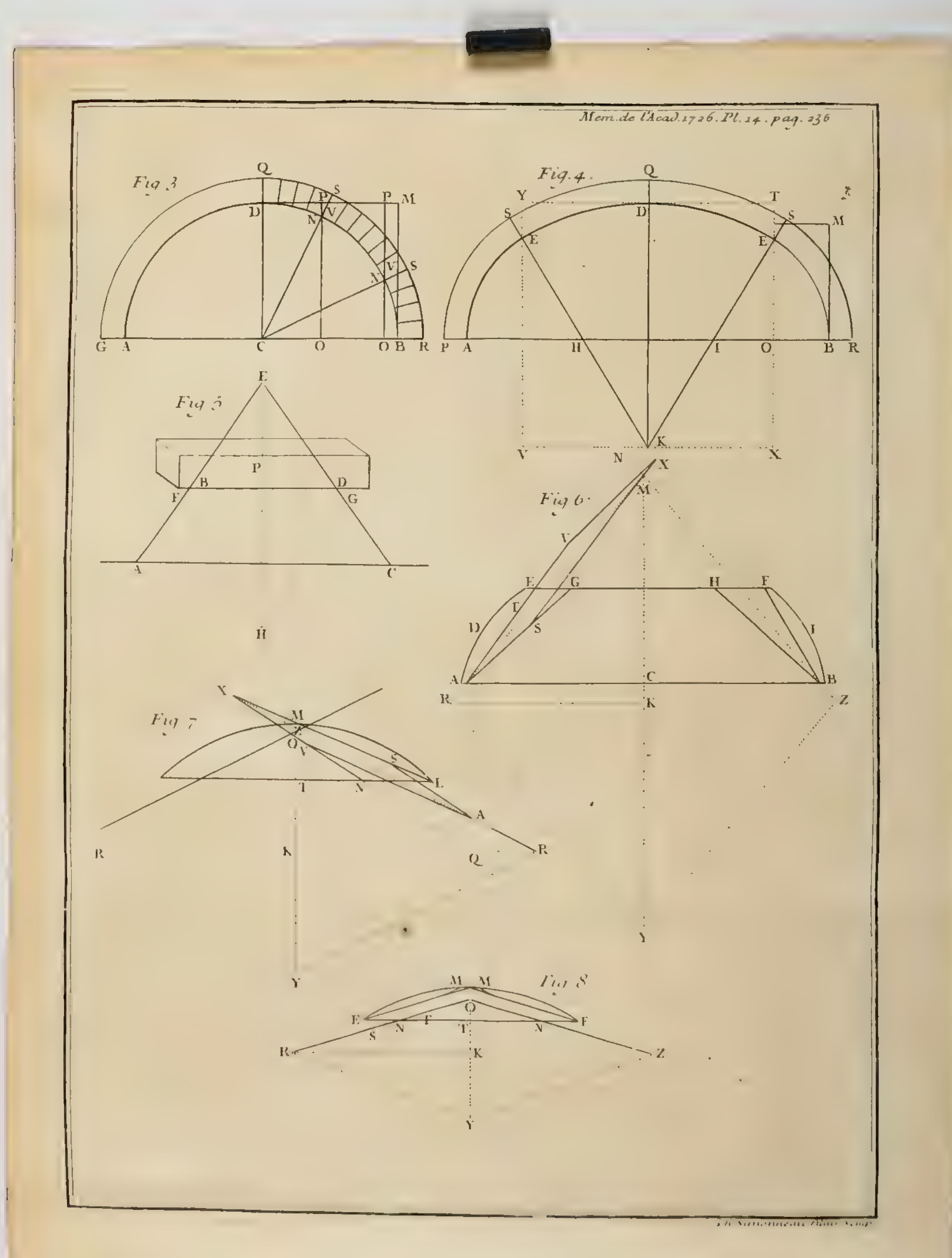


Fig. 3
Q
D
P
S
P
M
N
V
N
V
S
G
A
C
O
O
B
R
Fig. 4.
Q
Y
T
S
D
S
M
E
E
P
A
H
I
O
B
R
K
Y
N
X
X
Fig. 5
E
P
F
B
D
G
A
C
H
Fig. 6.
M
V
E
G
H
F
D
S
I
A
C
B
R
K
Z
Y
Fig. 7
X
M
O
V
S
L
T
A
R
K
Q
R
Y
Fig. 8
M
M
O
E
F
S
N
F
T
N
R
K
Z
Y

Les Chinois commis pour veiller à la Tour du tribunal des Mathematiques, apperçûrent pour la premiere fois la Comete le 11 Octobre un peu avant 4 heures du matin; elle étoit située entre le navire & le grand chien, un peu au-dessus de l'étoile marquée *g* par Bayer dans la poupe d'Argo, elle avoit une queuë fort longue tournée au Nord-oüest; elle passa par le meridien à $5^h\ 15'$ du matin, sa hauteur meridienne étant de 11.°

Le 12 elle s'étoit beaucoup avancée vers le Sud-oüest, ayant paru au-dessous des étoiles de la Colombe; elle passa par le meridien à $4^h\ 30'$ du matin, sa hauteur meridienne étant de $4.^\circ\ 30'$. Elle parcourut ensuite d'un cours fort precipité la partie du Sud.

Le 17 du même mois elle reparut le soir au-dessus du Capricorne, on observa vers les 7^h du soir sa longitude au 12.° degré Aquarius, avec une latitude meridionale de 12. 50.°

Le 18 il y eust des nuages. Le 19 vers les 7^h du soir elle fut observée sous l'écliptique au $8.^\circ 49'$ d'Aquarius. Les jours suivans on l'observa à l'œil dans la maison des Jesuites François sur les 8^h du soir, & on se servit de la méthode que donne le P. Pardies, qui est d'examiner les étoiles voisines & de voir le rapport qu'elles ont avec la Comete. C'est pour cela que pour faire une petite carte de son cours, on n'a fait que copier l'endroit correspondant de la carte de Pardies, sur laquelle on a marqué jour par jour le lieu de la Comete, ainsi pour avoir la vraye longitude il faut ajoûter le mouvement que les étoiles fixes ont fait depuis que les cartes ont été construites. Cette carte contient la situation de la Comete depuis le 17 Octobre jusqu'au 4 Novembre, qui est la derniere qui est marquée sur la carte.

Un autre Memoire qui a été communiqué à l'Académie par M. Delisle, & qui avoit été envoyé par le R. P. Kegler President des Mathematiques à Pekin par la voye d'Allemagne, rapporte que le 11 au matin la Comete étoit au-dessus des pattes posterieures du grand Chien un peu au-dessus de la luisante qui est dans la poupe du Navire qui est plus boreale

que Canopus, elle paroiſſoit comme les étoiles de la 3.e grandeur, & avoit une queüe tournée vers l'Occident boreal, qui occupoit un eſpace du ciel d'environ 4 degrés. Il marque encore, qu'à 5^h du matin lorſqu'elle paſſoit par le meridien, ſa hauteur meridienne étoit de 11 degrés.

Le 12 à 4^h 30' du matin à ſon paſſage par le meridien, ſa hauteur meridienne étoit de 4.° 38', & par le moyen d'une armille zodiacale on détermina la ſituation de la Comete au 25.° des Jumeaux avec une latitude auſtrale de 68.° 56'. & enfin que le 17 au ſoir on détermina de la même maniere que le jour précédent la ſituation de la Comete au 12.° d'Aquarius avec une latitude auſtrale de 12.° 50'.

Il paroît par ces obſervations que la Comete a eſté vûë deux jours de ſuite le matin, c'eſt-à-dire le 11 & le 12 Octobre, & que le 13 du même mois elle s'étoit plongée ſous l'horiſon : on l'a vû reparoître le ſoir du 17 étant remontée au-deſſus de l'horiſon. Ces obſervations ſont conformes à la remarque que nous avions faite dans le memoire que nous donâmes ſur cette Comete, & que nous avions tirée de ſa Theorie, où nous avons dit qu'elle auroit pû être obſervée le matin dans les mois de Septembre & d'Octobre, & qu'enſuite elle devoit ſe cacher ſous l'horiſon dans tous les pays qui ont la hauteur du pole plus grande que 30 degrés, & aprés avoir été cachée plus ou moins de jours à proportion que ces pays ſont plus ſeptentrionnaux que 30 degrés de latitude qu'elle devoit reparoître le ſoir.

La même Theorie nous fait connoître qu'on l'auroit pû voir à Pekin le ſoir du 15. Car ce jour-là la Comete étant éloignée du Perigée de 29 à 30 degrés, elle devoit avoir une déclinaiſon meridionale de 44 degrés, & comme le complement de la hauteur du Pole de Pekin eſt de 50 degrés, il ſuit qu'elle devoit être élevée de 6 degrés ſur l'horiſon à ſon paſſage par le meridien le ſoir du 15, ainſi elle n'aura été cachée à Pekin que depuis le 12 Octobre juſqu'au 15, mais on ne l'a vûë que le 17, ſoit que les nuages & les vapeurs ayent empêché de l'obſerver plûtôt, ſoit que les Obſervateurs

ne s'attendissent pas qu'elle dû reparoître après s'être plongée dans l'horison.

Nous avons calculé les deux Observations faites par les Observateurs Chinois le 11 & le 12 Octobre. Par la premiere on trouve la longitude de la Comete au 7.° 25 du Cancer & avec une latitude meridionale de 62° 33′, & par la seconde faite le 12 on calcule sa longitude au 18.° 20′ des Jumeaux avec une latitude meridionale de 69.° 2′. Mais par une armille Zodiacale on détermina le même jour du 12 à Pekin la longitude de la Comete au 25.° des Jumeaux avec une latitude meridionale de 68.° 50′, d'où il resulte qu'entre l'observation faite le même jour par l'armille Zodiacale & celle que les Astronomes Chinois ont faite au meridien, il y a une difference de 6.° 30′ en la longitude, & une difference de 12′ en la latitude. Ce qui donne lieu de croire que les Observations faites au meridien par les Observateurs Chinois ne sont pas exactes, & qu'ainsi on ne peut pas conclure de ces deux Observations le mouvement que la Comete a fait dans son orbite. Aussi dans un de ces Memoires on ne marqua point le 11 Octobre les minutes du passage de la Comete par le meridien, & il rapporte seulement qu'à 5 heures lorsque la Comete étoit au meridien, la hauteur meridienne étoit de 11 degrés.

Observations des Eclipses des Satellites de Jupiter faites à Pekin.

Nous avons encore reçû de Pekin plusieurs observations des Eclipses des Satellites de Jupiter, faites par le P. Kegler President des Mathematiques & les PP. Gaubil & Jacques Jesuites François qui ont reglé l'horloge par des hauteurs correspondantes observées le matin & le soir. Cette methode est plus sûre & plus exacte que celle de la regler par des hauteurs des étoiles, ou par l'observation du passage des étoiles par le meridien, parce que la premiere methode est plus immediate, & ne suppose d'autres principes que l'équation qu'il faut faire à la pendule, causée par la variation de la déclinaison

du Soleil, dans laquelle les différentes hypotheſes du mouvement du Soleil ne peuvent cauſer aucune différence ſenſible; au lieu que la ſeconde méthode ſuppoſe l'aſcenſion droite du Soleil & celle des étoiles bien déterminées. Elle demande de plus, que l'inſtrument donne les hauteurs exactement quand on calcule l'heure par les hauteurs des étoiles, ou qu'on ſçache préciſément la ſituation du meridien quand on calcule l'heure par l'obſervation du paſſage des étoiles par le meridien, tous principes que la premiére methode ne demande point. Comme la différence des meridiens entre Paris & Pekin eſt plus de 7 heures & demie, il arrive rarement, qu'on puiſſe obſerver de part & d'autre la même éclipſe, parce que ſouvent quand elle arrive à Pekin de nuit, il eſt encore jour à Paris, & reciproquement quand elle arrive de nuit à Paris, il eſt jour à Pekin; c'eſt pourquoy quand une éclipſe du Satellite obſervée à Pekin n'a pu l'être à Paris, on la trouve par les obſervations les plus prochaines faites à Paris, ayant égard aux corrections neceſſaires. On compare cette éclipſe ainſi calculée pour le meridien de Paris avec l'obſervation faite à Pekin, d'où l'on tire la différence des meridiens preſque avec la même préciſion que ſi la même éclipſe avoit eſté obſervée de part & d'autre.

C'eſt une methode que feu M. Caſſini a propoſée, & qui ſe pratique depuis long-temps, après qu'on a été aſſûré de ſa préciſion par des experiences, outre qu'elle eſt évidente par elle-même. C'eſt de cette maniere que nous avons conclu la différence des Meridiens entre Paris & Pekin par les obſervations ſuivantes.

L'an 1724 le 28 Aouſt on obſerva l'émerſion du premier Satellite de Jupiter à Pekin à $10^h\ 33'\ 0''$ du ſoir, à Paris, par le calcul elle arriva à $2^h\ 55'\ 37''$ après midi, donc différence des meridiens eſt.................................. $7^h\ 37'\ 23''$.

Le 6 Septembre émerſion du premier Satellite de Jupiter à Pekin..............................	7	2	30
Cette éclipſe arriva à Paris le matin du 6 à	11	25	23

qui

qui étoit près de midi. Donc différence des meridiens	7^h	37′	7″.
Le 20. Septembre à Pekin émersion du premier Satellite à	10	56	4
A Paris par le calcul	3	17	21
Donc différence des meridiens	7	38	43
Le 29. Septembre émersion observée à Pequin à	7	22	30
A Paris par le calcul le matin du 28	11	44	28
Donc différence des meridiens	7	37	52
Le 6. Octobre à Pekin émersion du premier Satellite de Jupiter à	9	18	10
A Paris par le calcul	1	41	20
Donc différence des meridiens	7	36	50

Ces observations ont été faites à Pekin avec une lunette de 12 pieds, au lieu que les nôtres ont été faites avec une lunette de 17, c'est pourquoi il faut ôter 15 ou 20″ à la différence des meridiens qui en resulte, pour avoir la différence telle qu'elle resulteroit par des observations faites avec des lunettes d'une égale longueur.

Observations des Eclipses des Satellites de Jupiter, faites en 1725.

L'an 1725. le 8 Aoust, on observa l'immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter à Pekin, à	11^h	27′	20″.
A Paris par le calcul corrigé elle arriva à	3^h	51′	28
Donc différence des meridiens	7	35	52

Cette immersion ayant été observée à Pekin avec une lunette de 12 pieds, aura été

vûë 15 ou 20′ plûtôt que par une lunette de 17 pieds, c'eſt pourquoy il faut les ajoûter à cette différence & elle reſultera de...........	7^h 36′ 12″.
Le 18 Octobre émerſion du premier Satellite de Jupiter à Pekin...........................	9 6 23
Par le calcul tiré d'une obſervation faite le 16 à Marſeille le 18................................	1 42 9
Différence des meridiens entre Marſeille & Pekin..	7 24 14
Mais la différence des meridiens entre Paris & Marſeille eſt.................................	12 30
Donc différence des meridiens entre Paris & Pekin ſera...	7 36 44
Le 13 Octobre émerſion du ſecond Satellite de Jupiter à Pekin à............................	6 26 0
A Paris par le calcul corrigé par une obſervation du 9 Octobre à..............................	11 49 24
du matin qui eſt près de midi du 13. Donc différence des meridiens..............................	7 36 36

Ces émerſions ayant été obſervées avec une lunette de 12 pieds, ont été vûës plus tard que par une lunette de 18 pieds, c'eſt pourquoi il faut retrancher 15 ſecondes de la différence des meridiens trouvée par ces émerſions, & on aura une différence des meridiens moyenne entre la plus grande & la plus petite de 7^h 36′ 20″.



SUR LE SON QUE REND LE PLOMB EN QUELQUES CIRCONSTANCES.

Par M. DE REAUMUR.

ON ne ſçait rien de mieux pour faire entendre qu'un corps n'eſt point ſonore, que de dire qu'il ſonne comme du Plomb; cela eſt paſſé en proverbe. Cependant M. Lemery remarqua qu'un culot de ce métal, qu'il avoit eû après une certaine operation, étoit fort ſonore; ce fait, qu'il me fit l'amitié de m'apprendre, me parut ſingulier, je n'avois jamais trouvé que du Plomb bien ſourd; je l'excitai à faire voir bientoſt à l'Académie le morceau de ce métal, qui avoit une proprieté ſi nouvelle; il le lui montra quelque temps après, nous y fumes tous ſurpris des ſons clairs & aigus qu'il rendoit, lorſqu'il étoit frappé. 21 Aouſt 1726.

M. Lemery n'avoit point eû occaſion de repeter l'experience qui lui avoit donné ce plomb remarquable, d'en examiner les circonſtances; après nous avoir convaincu du fait, il nous promit de le ſuivre, & d'en chercher la cauſe; il l'auroit certainement bientoſt apperçûë, de plus difficiles à découvrir ne lui échapperoient pas. Mais le haſard a voulu qu'elle ſe ſoit preſentée à moi ſans que j'aye eû preſque la peine de la chercher. Le phénomene ſur ſon ſimple expoſé eſt ſingulier, mais ce qui peut-être ne le paroîtra pas moins, c'eſt qu'il ſoit commun, qu'on ait eû mille & mille fois du plomb ſonnant, & qu'on ne ſçache point qu'on en ait obſervé de tel.

Cette proprieté n'eſt point dûë à quelque operation particuliere; on la trouve à tout plomb, qui après la fuſion a pris une certaine forme, & une forme qu'il eſt très ordinaire de lui donner. Communément on le fait fondre dans des cuilliers de fer; il eſt rare qu'on verſe dans les moules préciſément tout

ce qui étoit dans la cuillier, on y laiſſe figer ce qu'on y avoit mis de trop; or le culot qui reſte alors eſt preſque toûjours un culot ſonore.

Sa figure approche de celle d'un ſegment de ſphere ou de ſpheroide elliptique; c'eſt une eſpece de lentille plane d'un côté & convexe de l'autre. Du reſte on imagine aſſés que des formes priſes dans des moules auſſi groſſierement faits que des cuilliers de fer, ſont fort irregulieres. D'autres cauſes encore auſquelles il eſt inutile de s'arreſter, augmentent ſouvent cette irregularité, auſſi la circonference du culot n'a jamais une courbure bien uniforme, la plus grande épaiſſeur de ce culot ſe trouve rarement vers ſon milieu, & ne diminuë jamais en d'égales proportions en approchant des bords. Malgré tant d'irregularités, j'ai preſque toûjours trouvé ces ſortes de culots très ſonores. Ceux ſur leſquels j'ai fait le plus deſſais, avoient environ trois pouces dans leur plus grand diametre, & environ 4 à 5 lignes dans leur plus grande épaiſſeur.

Il y a ſans doute des proportions entre leur épaiſſeur & leur diametre, qui les rendent le plus ſonore qu'il eſt poſſible. Je n'ai point cherché à les déterminer. Il ſera aſſés temps de le faire quand on aura beſoin de ſuivre ceci davantage, par rapport à des vûës ſoit de phyſique, ſoit de pratique, & il ſera facile de parvenir à ces proportions en faiſant faire des modelles de terre, où elles ſeront très variées : on moulera le plomb en ſable ſur ces modelles, cette operation ne produira pas de changement dans le métal par rapport au ſon. J'en ai jetté dans des moules de ſable, où je lui ai fait prendre la forme des culots dont je viens de parler, & alors il a donné des ſons aigus, comme s'il ſe fut figé dans la cuillier de fer.

Je ne ſçai ſi on découvrira quelqu'autre figure ſous laquelle il ait cette proprieté au même point, c'eſt encore matiere à eſſais, mais je ſçai que quand je lui ai fait prendre celle d'une lentille convexe des deux côtés, il a toûjours été trés ſourd : peut-être y a-t-il dans cette derniere figure des proportions entre l'épaiſſeur & le diametre qui le rendroient ſonore, & qui ne ſont pas de celles que j'ai eſſayées.

J'ai pourtant trouvé au plomb des formes différentes de celles de nos premieres, comme celles de disques assés épais qui ont rendu des sons, mais moins clairs & moins aigus que ceux des morceaux en lentilles planes d'un côté & convexes de l'autre.

Il arrive que le culot qu'on vient de tirer de la cuillier ne donne point de son dans deux cas, sçavoir quand il est couvert de crasse, & quand ses bords sont extremement minces sur une étenduë de quelques lignes. Il n'y aura nulle crasse sur le culot, si on a soin d'écumer le plomb avant qu'il se fige; & si on ratisse celui sur lequel on a laissé déposer & figer la crasse, jusques à ce qu'elle soit emportée, on le remet dans l'état de celui qui a été bien écumé. Lorsque les bords sont trop minces, qu'ils n'ont que l'épaisseur d'une feüille de papier, on n'a qu'à les ébarber. Le point où on aura assés emporté, est aisé à reconnoître, car il n'y a qu'à essayer si le son du culot augmente à mesure qu'on lui ôte de ses bords. Pour bien faire ces petites épreuves on posera le morceau de plomb en équilibre sur le bout d'un de ses doigts, & on le frappera avec une clef ou avec quelqu'autre corps dur, même avec d'autre plomb.

C'est donc une certaine forme qui met le plomb en état d'être sonore, elle est cause que malgré la mollesse de ses parties, il s'y fait des vibrations assés promptes. La forme seule pourtant n'y suffit pas, il est remarquable qu'on ne peut en attendre cet effet, que lorsque c'est la fusion qui l'a donnée, au moins en partie. J'ai fait façonner à coups de marteaux des morceaux de plomb, comme le sont les culots de nos cuilliers, ils n'ont pas plus sonné que le plomb ordinaire; la figure exterieure est necessaire, mais elle suppose une disposition des parties interieures que le marteau ne donne pas, & même qu'il ôte. J'ai rendu plus sourds des culots sonores après les avoir frappés, & même les ayant simplement porté dans ma poche avec des clefs ou avec d'autres corps durs.

Dans les Memoires de 1724 j'ai rapporté des observations sur l'arrangement que prennent les parties des metaux en se

figeant. J'ai fait voir qu'il s'y forme des eſpeces de fibres, arrangées dans un certain ordre, qui eſt celui dans lequel s'eſt fait le refroidiſſement, & j'ai montré la maniere de voir ces fibres dans le plomb, mon penchant me portoit à croire que c'étoit à l'arrangement de cette eſpece de fibres que nos culots devoient leur proprieté d'être ſonores; mais pour vérifier cette idée, il falloit que le culot de plomb ne fut plus ſonore dès que cet arrangement auroit été troublé. Pendant que du Plomb étoit fondu dans une cuillier, je l'ai fait agiter à un point tel qu'il y avoit continuellement de petits flots ſur ſa ſurface, & cela juſqu'à ce qu'il fut figé. J'ai laiſſé en repos la cuillier, où d'autre plomb étoit fondu, mais j'ai promené dans le plomb un fil de fer rouge avec lequel je coupois les fibres à meſure qu'elles ſe formoient. Dans ces deux circonſtances les fibres devoient être diſpoſées de toute autre façon que dans le plomb qu'on a laiſſé refroidir paiſiblement, les culots n'en ont pourtant été guere moins ſonores.

Ce n'eſt donc pas préciſément à la diſpoſition des fibres, qui ſe forment pendant le refroidiſſement, qu'il faut attribuer ce phénomene. Chacune de ces fibres eſt compoſée de grains, ces grains ſont ſi ſenſibles dans un morceau de plomb qui a été caſſé chaud, comme je l'ai fait obſerver ailleurs, que la caſſure paroît ſemblable à celle de l'acier trempé, c'eſt probablement à la figure de ces grains, & à la maniere dont ils ſe touchent, qu'eſt dûë la qualité d'être ſonore qu'à le plomb qui a été fondu, & qui manque à celui qui a été forgé. Les coups de marteau ne changent pas ſeulement l'arrangement des fibres, ils changent ſans doute la figure des grains, de ronds qu'ils étoient ils les rendent plats, ils les obligent à s'allonger, & à remplir les intervalles que les autres laiſſoient entr'eux. Alors les tremouſſements, les vibrations particulieres de chaque grain, ne ſe font plus avec la même liberté; & de-là vient que quelque forme qu'ait du plomb forgé, il n'eſt plus ſonore; les grains ſe meuvent avec plus de liberté, lorſqu'ils ont la figure & la place que la fuſion leur a données; ils ne peuvent pourtant compoſer une maſſe ſonore que lorſque leur figure

& leur poſition ſont telles que leurs vibrations peuvent ſe faire ſans ſe troubler, & qu'elles peuvent même s'entr'aider. Et c'eſt ce qui ſe rencontre dans la forme de nos culots, nous n'en pourrions pourtant examiner les cauſes ſans nous jetter bien avant dans la theorie des ſons.

Au reſte ces ſpeculations qui ne ſemblent que curieuſes, peuvent avoir leur uſage; je crois bien que quelque forme qu'on donne au plomb, qu'on ne l'employera jamais pour lui faire rendre du ſon, pour tenir lieu de cloches ou de timbres, mais il nous invite à rechercher, ſi on ne tireroit pas plus de ſon & des ſons plus clairs des métaux ou des compoſitions métalliques dont on fait journellement les cloches & les timbres, ſi on leur faiſoit prendre des figures approchantes de celles qui rendent le plomb ſonnant : il eſt très vrai-ſemblable qu'une figure qui met en état de rendre des ſons une matiere qui ſous toute autre figure n'en donneroit point ou preſque point, rendroit extremement ſonores les matieres qui le ſont ſous toutes les formes. C'eſt pourtant aux experiences à décider ici, comme par tout ailleurs, ſi le vrai-ſemblable eſt vrai.

On a fait apparemment des chaudrons, des pots, des goblets de métal avant d'en faire des Cloches, & comme on a entendu raiſonner ces vaſes lorſqu'ils étoient frappés, quand on a ſongé à faire des inſtruments propres à ſe faire entendre à une grande diſtance, on a jugé qu'il convenoit de les compoſer de métal, & de lui faire prendre des formes approchantes de celles ſous leſquelles on l'avoit reconnu ſonore. On a donc imaginé de faire des vaſes uniquement deſtinés à rendre des ſons. On a tâté les proportions qui leurs convenoient le mieux, & on s'en eſt tenu à celles qu'ont aujourd'hui nos Cloches. Si on euſt eû autant d'occaſion de mouler des morceaux de métal en forme de ſegment de ſphere, & d'en faire uſage, peut-être que les Cloches ſeroient aujourd'hui tout autrement faites qu'elles le ſont.

Il eſt vrai que dans la figure des Cloches on a une maniere bien facile & bien commode de ſuſpendre le battant, mais on a donné cette figure, ou une très approchante aux timbres

qui ne doivent point avoir de battants ſemblables à ceux des Cloches. On eſt curieux en horlogerie d'avoir des timbres bien ſonnants, on a cherché juſqu'ici les compoſitions qui y ſont les plus propres, celle dont on ſe ſert à Blois en fait d'excellents, & paſſe pour un ſecret. Il reſte à preſent à rechercher, ſi on ne les perfectionneroit pas encore en tentant de leur donner d'autres figures qui tinſſent de celles de nos culots de plomb.

Ce métal néantmoins étant fondu en forme de Cloche, eſt ſonore; mais ſes ſons ne ſont pas auſſi aigus que ceux qu'il fait entendre étant en forme de lentille. On peut cependant parvenir à faire des Cloches de plomb qui ſonnent paſſablement, pour cela il faut tenir la calotte de la Cloche aſſés épaiſſe; elle tient lieu alors de la partie la plus élevée du culot lenticulaire. Depuis cette calotte juſqu'au bord, l'épaiſſeur m'a paru devoir aller en diminuant. Si on étoit parvenu à bien déterminer les proportions de cette diminution, on auroit peut-être des Cloches de plomb bien ſonnantes, mais qui ne ſeroient pas de longue durée. Au reſte ce qu'on doit tirer de ce Memoire comme la remarque principale, c'eſt que le plomb ſimplement fondu, a de la diſpoſition à rendre des ſons, mais qu'on la luy fait perdre dès qu'on vient à le frapper trop, à l'étendre avec le marteau, & qu'une certaine forme eſt plus propre que les autres à rendre aigus & clairs les ſons de ce métal.



SUR

* SUR LA LONGITUDE DE L'EMBOUCHURE DE LA RIVIERE SAINT LOUIS, NOMMÉE COMMUNÉMENT LE FLEUVE MISISSIPI.

Par M. DELISLE.

ON ſçait que la longitude d'une place eſt ſa diſtance au premier meridien; cependant je me contenterai aujourd'hui d'établir la différence des meridiens du Miſiſſipi à Paris, parce que c'eſt au meridien de Paris que l'on a accoûtumé de rapporter les autres meridiens de la terre, cette Ville étant le lieu où l'on a fait le plus d'obſervations, & d'obſervations ſur leſquelles on puiſſe compter. 28 Août 1723.

J'avoüerai naturellement que je n'ai point d'obſervation immediate qui puiſſe établir la différence des meridiens entre l'embouchure du Miſiſſipi & Paris, quoi-que le R. P. Laval Jeſuite, envoyé par le Roy dans la Loüiſianne pour y faire des obſervations utiles à la navigation, ait obſervé à l'Iſle Dauphine l'émerſion du premier Satellite de Jupiter du 24 Juillet 1720.

Par les circonſtances que M. Caſſini a rapportées de cette obſervation, & ſuivant le reſultat des deux différentes comparaiſons qu'il en a faites avec l'émerſion ſuivante obſervée à Paris, la différence des meridiens entre Paris & cette Iſle ſe trouve de 103 degrés quelques minutes, plus grande de 4 degrés qu'elle n'eſt marquée par Pitergos, de 6 degrés ½ qu'elle n'eſt dans Vankeulen, enfin plus grande de 11 degrés qu'elle n'eſt marquée dans mes deux Cartes de l'Amerique & de la

* *Ce Memoire a été lû dès l'année 1723, mais on n'a pas crû qu'il convenoit de le faire paroître avant que l'Obſervation qu'il attaque euſt été imprimée, & elle ne l'a été que depuis peu.*

Loüisianne, ce qui fait sous ce paralléle une différence de 200 lieuës, dont l'observation du P. Laval éloigne davantage l'embouchure du Mississipi vers l'Occident, que je n'ai fait dans mes Cartes.

La plus grande partie de la différence entre le P. Laval & moi, tombe sur la traverse du Golfe du Mexique depuis le Cap S.t Antoine dans l'Isle de Cuba, jusqu'à l'Isle Dauphine. Ce Cap est la derniere terre que nos Vaisseaux reconnoissent en allant à la Loüisianne; le P. Laval met 11 degrés en longitude entre ces deux terres dans la Carte de sa route qu'il a presentée à l'Académie; je ne mets dans mes Cartes que 4 degrés 10 minutes, ainsi la différence entre lui & moi est de 7 degrés moins 10 minutes sur 11 pour cette seule distance.

La Carte du P. Laval ne peut pas, ce me semble, autoriser la longitude du Mississipi qui resulte de son observation, car elle paroist assujettie à l'observation même.

Au contraire par les Journaux que nos Navigateurs ont faits, depuis 25 ans qu'ils frequentent ces mers, entr'autres par le journal de M. d'Iberville Capitaine de Vaisseau, à qui nous devons la découverte du païs, & le premier establissement de la Colonie en 1698, & par celui du Pilote qui a conduit M. Besnard en 1718 : Par ces journaux l'on voit que le Nord-Nord-Oüest est le rumb de vent que nos Vaisseaux suivent pour faire cette traversée depuis le Cap S. Antoine jusqu'aux premieres terres de la Loüisianne qu'ils reconnoissent, & que ces terres sont l'Isle de S.te Rose & Pensacola, toutes deux 15 lieuës à l'Est de l'Isle Dauphine.

Ce Rumb de vent joint à la latitude du Cap S.t Antoine de 22 degrés 50 minutes & à celle de Pensacola de 30 degrés $\frac{1}{2}$, donne par la Loxodromie 3 degrés 20 minutes pour la différence des meridiens du Cap S.t Antoine & de Pensacola, ausquels ajoûtant 50 minutes pour les 15 lieuës de Pensacola à l'Isle Dauphine, on aura la difference des meridiens du Cap S.t Antoine à l'Isle Dauphine de 4 degrés 10 minutes seulement, au lieu de 11 que le P. Laval met dans sa Carte.

Si ces 11 degrés étoient la veritable différence de ces

meridiens au lieu du Nord Nord-Oüeſt, le rumb de vent qui conduit du Cap S.t Antoine à l'Iſle Dauphine, ſeroit le Nord-Oüeſt Quart-d'Oüeſt, différent de 3 rumbs entiers, ou de 38 degrés $\frac{3}{4}$ de celui que les Pilotes ſuivent.

L'on ne peut pas objecter à cela que ces Marins peuvent être trompés par la variation de l'aiguille; car par la table des variations obſervées par le P. Laval, & envoyées à S. A. S. Monſeigneur le Comte de Toulouſe, la variation n'eſt que depuis 2 juſqu'à 4 degrés dans ce parage; encore cette variation eſt-elle Nord-eſt, ce qui donneroit encore moins de différence en longitude, ſi les Pilotes l'ignoroient ou la negligeoient. Cela ſe peut encore verifier par la même table du P. Laval, où l'on a marqué les longitudes & les latitudes eſtimées de cette route; car on y reconnoiſt ſenſiblement, que la différence en longitude entre le Cap S.t Antoine & l'Iſle Dauphine ne doit pas être fort grande, & que le Nord Nord-Oüeſt eſt le rumb de vent general qui conduit de l'une à l'autre de ces deux places.

L'iſle de Cuba s'étend de l'Occident à l'Orient depuis le Cap S.t Antoine, dont je viens de parler, juſqu'à la pointe de Mayeſi. Herrera le plus eſtimé des Auteurs qui ont décrit les Indes Occidentales, dit que la longueur de cette Iſle eſt de 230 lieuës Eſpagnoles; ces 230 lieuës, qui ſont de 17 $\frac{1}{2}$ au degré d'un grand cercle, en font 250 françoiſes de 20 au degré, & cette diſtance generale eſt la même qui reſulte des diſtances particulieres dont conviennent tous les routiers de mer, ce qui joint aux latitudes de 21 degrés 50 minutes pour le Cap S.t Antoine, & de 20 degrés 15 minutes pour la pointe de Mayeſi, donne par la Loxodromie 12 degrés 15 minutes en longitude entre ces deux pointes de l'Iſle de Cuba. Il n'y a, par ces mêmes routiers, que 12 lieuës à l'Eſt depuis cette pointe de Mayeſi qui eſt l'Orientale juſqu'au Cap S.t Nicolas de S.t Domingue, de là 13 lieuës plus en Orient juſqu'au Port de Paix, & 15 autres lieuës par le même rumb juſqu'à la Ville du Cap, principal établiſſement de nos François à S.t Domingue.

C'eſt ſur ces mêmes diſtances que j'ai reglé la longueur & la largeur de l'Iſle de S.t Domingue, auſſi-bien que la ſituation du Port de Paix & de la Ville du Cap, après avoir encore rafiné ſur ces mêmes diſtances par les comparaiſons que j'en ai faites avec les arpentages que j'ai de toutes les poſſeſſions des François ſur ces côtes.

Les diſtances de S.t Domingue à la Jamaïque en Occident, & en Orient à Porto-Rico & à l'Iſle des Vierges, ces diſtances rapportées par nos routiers, jointes avec deux Obſervations Aſtronomiques faites au Port Royal dans l'Iſle de la Jamaïque & à l'Iſle des Vierges, & rapportées dans les tranſactions philoſophiques, m'ont enfin donné lieu de fixer la longitude du Cap, que j'ai marquée à l'Occident de Paris de 73 degrés 35 minutes; & c'eſt ce qui m'a conduit à celle du Miſiſſipi par le chemin que je viens de décrire.

Pour m'en aſſûrer davantage j'ai employé de même la ſuite de ces diſtances, & elles m'ont conduit avec la même ſûreté & ſans contradiction, juſqu'à la Martinique, où l'Académie a fait des obſervations qui nous en aſſûrent parfaitement la longitude.

Ce ſont là les raiſons que j'ai eûes pour aſſigner dans mes cartes ces différences de meridiens des lieux ſpecifiés ci-deſſus, ce ſont ces mêmes raiſons qui ont fait que je n'ai eû aucun égard pour l'obſervation faite par le P. Boutin au Port de Paix à 15 lieuës du Cap, rapportée dans les Memoires de 1706. dont les deux différents reſultats étoient éloignés de mon eſtime pour cette longitude, l'un de 6 degrés par excés, & l'autre de 4 par défaut; j'ai la ſatisfaction de trouver aujourd'hui mon eſtime ſur ce dernier lieu, confirmée à 5 minutes près par l'obſervation du P. Laval, faite à la Ville du Cap à 15 lieuës du Port de Paix, mais je ſuis obligé d'oppoſer les mêmes raiſons à l'obſervation du même Pere à l'Iſle Dauphine, & à ce qu'on en a conclu pour la longitude du Miſiſſipi.

Car la Ville du Cap étant Occidentale à Paris de 73 degrés 35', ſi l'on y ajoûte 2 degrés pour les 40 lieuës que l'on compte entre cette Ville & Cuba, 12 degrés 15 minutes

pour la longueur de cette Isle, & 4 degrés 10 minutes pour la traversée du Golfe du Mexique jusqu'à l'Isle Dauhine, ce sera 92 degrés dont l'Isle Dauphine sera Occidentale à Paris, comme je l'ai marqué dans mes Cartes, 11 degrés moins que ne donne l'observation du P. Laval, ces 11 degrés sont, comme j'ai dit, 200 lieuës de différence sous ce paralléle: mais il n'est pas possible que dans des routes si connuës on se soit trompé de 11 degrés sur 29 & de 200 lieuës sur 500.

Si l'on essaye d'établir cette longitude par le côté opposé, qui est celui d'Occident, on arrivera à la même longitude que j'ai établie par l'Orient.

C'est un fait constant que l'embouchure du Misissipi est située au milieu de la côte septentrionale du Golfe du Mexique; mon pere l'a établi & prouvé le premier dans une Lettre écrite à feu M. Cassini, inserée dans le Journal des Sçavants du 17 May 1700 contre ce qui étoit marqué dans toutes les Cartes precédentes, même dans celle que l'Académie venoit de recevoir du Duc d'Escalone; ces Cartes avoient marqué l'embouchure du Misissipi à la partie la plus Occidentale du Golse du Mexique: on voit dans cette Lettre la necessité qu'il y a de placer cette Riviere au milieu de la longueur du Golfe du Mexique, aussi depuis ce temps les Geographes & les Navigateurs n'ont-ils plus varié sur ce point-là.

Cela posé, si l'observation du P. Laval subsistoit, il faudroit que les côtes Septentrionales du Golfe du Mexique depuis l'embouchure du Misissipi, continuassent de courir à l'Oüest l'espace de 150 lieuës, ce qui pousseroit la partie la plus Occidente de ce Golfe jusqu'à la longitude que je donne au milieu de la mer Vermeille, ou de Californie. Voici à present ce que j'oppose à cette situation du fond du Golfe du Mexique.

M. de la Salle entreprit le premier, par ordre du Roy en 1684, la découverte du Misissipi, il fut chercher cette Riviere à la partie Occidentale du Golfe du Mexique sur la foy des Cartes ordinaires, vicieuses sur ce point-là, comme je l'ai

dit ci-dessus, ce qui lui fit manquer l'embouchure de cette Riviere, & empêcha la réüssite de son entreprise, ensorte qu'ayant débarqué à la Baye de S.t Loüis, il fut tué sans avoir pu joindre cette Riviere qu'il avoit supposée mal à propos à la partie Occidentale du Golfe.

Si l'on suit jour par jour son journal sur la Carte reduite, on verra que le rumb de vent general qu'il suivit, fut le Nord-Oüest depuis le Cap S.t Antoine à la hauteur de 21 degrés 50 minutes jusqu'à 29 degrés 10 minutes, où il découvrit la terre, après quoi ayant cotoyé la côte l'espace de 80 lieuës environ vers l'Oüest Sud-Oüest, il aborda à cette Baye de S.t Loüis, que de-là il fut par terre pour tâcher de découvrir cette Riviere qu'il n'avoit pu gagner par mer, qu'il fit lui & sa troupe plusieurs routes sur différents rumbs de vent, qui toutes reduites à la ligne droite, & au rumb de vent general leur valut 150 lieuës au Nord-est jusqu'à la Riviere de Mississipi.

Par les regles de la Loxodromie le Nord-Oüest rumb de vent de cette traversée joint aux latitudes du départ & de l'arrivée rapportée ci-dessus, donne 10 degrés en longitude jusqu'à cette premiere vûë de terre, & 4 autres degrés jusqu'à la Baye S.t Loüis, ce qui fait en tout 14 degrés pour la différence des meridiens entre le Cap S.t Antoine & cette Baye, comme je l'ai marqué; & c'est par ce moyen que j'ai fixé la côte Occidentale du Golfe du Mexique, & en même temps la route par terre de M. de la Salle & de sa troupe, après la mort du chef, de 150 lieuës au Nord-est jusqu'au Mississipi, me donne non seulement la distance de cette Riviere par rapport à la Baye S.t Loüis de 150 lieuës ou de 9 degrés, mais aussi la même longitude de cette Riviere que j'ai trouvée par l'Orient qui est le côté opposé.

Au contraire, supposant ce dont on ne peut plus douter, que l'embouchure du Mississipi est au milieu de la longueur du Golfe du Mexique 9 degrés plus à l'Est que la Baye S.t Loüis; si la longitude de l'Isle Dauphine de 103 degrés Occidentale à Paris, resultante de l'Observation du P. Laval, subsistoit, la

différence des meridiens du Cap S.t Antoine & de la Baye S.t Loüis qui eſt de 14 degrés par l'eſtime de M. de la Salle, ſeroit de 21 degrés par l'Obſervation du Pere Laval, plus grande de 7 degrés pour cette ſeule traverſée; ces 7 degrés de plus eû égard aux latitudes de ces 2 lieuës, donneroient pour rumb de vent l'Oüeſt quart du Nord-Oüeſt, au lieu du Nord-Oüeſt, quart d'Oüeſt qu'a ſuivi M. de la Salle, c'eſt une différence de 3 rumbs de vent, ou de 33 degrés $\frac{3}{4}$, qui eſt la même différence que j'avois trouvée entre la Carte du P. Laval & l'eſtime de M. d'Iberville pour la traverſée du Cap S.t Antoine au Miſiſſipi.

Comme la Vera-Cruz eſt ſituée ſur cette côte Occidentale du Golfe du Mexique à la partie Sud de cette même côte, comme la Baye S.t Loüis eſt à ſa partie Nord à peu près ſous le même meridien, je puis encore ajouter à ce que je viens de dire ſur la ſituation de cette côte, ce que j'ai rapporté dans les Memoires de l'Académie de 1720.

Dans ces Memoires, en juſtifiant les longitudes que j'ai données aux principaux points de la terre, j'ai rapporté que pour déterminer la ſituation de ces côtes, j'avois employé les obſervations faites aux environs, correſpondantes à celles qui furent faites en Europe; que j'avois employé ces obſervations d'autant plus volontiers que leur reſultat ne s'éloignoit pas des notions que nous avons aujourd'hui de ce Golfe frequenté par nos Vaiſſeaux, qui vont & viennent continuellement de la Loüiſianne; que ces obſervations avoient été faites très exactement; & que l'on y avoit employé les plus habiles de ce temps-là, parce que l'on eſperoit par ce moyen terminer les différents des Caſtillans & des Portugais pour les Moluques.

Ces Obſervations furent celles de l'Eclipſe de Lune du 23 Septembre 1577, la fin de cette Eclipſe fut obſervée à 7 heures 50 minutes à S.t Jean d'Ulua, nommé aujourd'hui la Vera-Cruz; & cette obſervation eut pour correſpondante en Europe celle de Jean Lopez de Velaſco à Madrid à 2 heures 16 minutes après minuit, ce qui donne la différence des

meridiens entre la Vera-Cruz & Madrid de 94 degrés 30 minutes, dont cette derniere Ville eſt plus Orientale que la premiére.

Ainſi comme nous ſçavons que Madrid eſt Occidental à Paris de 5 degrés 45 minutes par les obſervations du P. Kreſa, rapportées dans les Memoires de 1701 & de 1706, ajoûtant à ces 5 degrés 45 minutes 94 degrés $\frac{1}{2}$ que nous trouvons entre Madrid & la Vera-Cruz, la longitude de cette derniere Ville ſera de 100 degrés 15 minutes Occidentale à Paris, ce qui revient à la ſituation de cette côte du Golfe du Mexique, déterminée ci-devant par les voyes geographiques.

C'eſt ainſi que le P. Riccioli dans ſa Geographie reformée, diſcute les longitudes des points de la terre par les différentes voyes, ſoit Aſtronomiques, ſoit Geographiques, quoi-que la pluſpart des obſervations des Eclipſes, qu'il employe dans cet ouvrage, ſoient anterieures à l'uſage des Lunettes & des Pendules, il ne laiſſe pas de s'en ſervir utilement pour la reformation de la Geographie; les Obſervateurs exacts ſuppléans en partie à ce deffaut par différents moyens, enſorte qu'une partie des grandes corrections de la Geographie ſont dûës au choix & à l'emploi que le P. Riccioli a faits de ces Obſervations, comme ſont les 8 degrés dont il a diminué la diſtance de l'Amerique à nôtre continent, & les 25 degrés ou 600 lieuës dont il a diminué pareillement la diſtance d'icy à la Chine, ce qui eſt verifié aujourdhui à un degré près par les obſervations exactes que l'on a faites en ce pays-là.

Je pourrois, pour juſtifier de plus en plus la longitude que j'ai donnée à l'embouchure du Miſiſſipi, & la ſituation du Golfe du Mexique, citer la Carte de ce Golfe que le P. Laval a apportée à l'Academie, car les poſitions marquées dans cette Carte ne ſont pas éloignées des miennes d'un degré dans tous les différents articles que j'ai établis ci-deſſus, lorſque celles du P. Laval en ſont différentes, tantoſt de 7 degrés, tantoſt de 11, mais comme cette Carte ne peut pas porter ſa preuve pour autoriſer mes poſitions, je n'appuyerai pas là-deſſus.

Il n'en eſt pas de même de la Carte que le P. Laval a preſentée à l'Académie, de la côte qui s'étend à l'Orient du Miſiſſipi, l'exactitude de cette Carte paroît en ce qu'on y a marqué dans un grand détail juſqu'aux moindres circonſtances; elle eſt entierement conforme à ce que j'ai avancé ci-devant de la traverſée du Cap S.t Antoine à l'Iſle Dauphine; ſur laquelle traverſée roule, comme j'ai dit, la plus grande partie de la différence entre le P. Laval & moi. Cette Carte s'étend juſqu'à Muſpa tout proche du Cap de la Floride qui termine en Orient le Golfe du Mexique; elle met 7 degrés $\frac{1}{2}$ de différence en longitude entre l'Iſle Dauphine & ce Cap à quelques minutes près de ce j'ai marqué, quoi-que le P. Laval & moi ſoyons différents de 7 degrés ſur cet article.

Car comme le Cap de la Floride eſt conſtamment Nord & Sud avec la Havane dans l'Iſle de Cuba avec laquelle ce Cap fait détroit; que la ſituation de cette Ville, une des plus importantes des Indes, eſt très connuë par rapport au Cap S.t Antoine, à 50 lieuës duquel elle eſt ſituée, tirant à l'Eſt, Nord-Eſt, ajoûtant 3 degrés en longitude, qu'exigent ce Rumb de vent & cette diſtance, à 4 degrés 10 minutes que je mets entre l'Iſle Dauphine & le Cap S.t Antoine, il y aura 7 degrés 10 minutes entre l'Iſle Dauphine & la Havanne; ce qui revient à la ligne Nord-Sud de ce Cap à la Havanne, connuë de tous les Navigateurs.

A l'égard des Cartes de Pitergos & de Vankeulen qui éloignent les côtes du Golfe du Mexique, la premiére de 4 degrés $\frac{1}{2}$, la derniere de 7 plus que je n'ai fait, il ne me paroît pas qu'elles ayent d'autorité, ſur-tout pour ces côtes du Golfe du Mexique. Il eſt vrai qu'elles ont été faites originairement par Vanloon ſur les reſultats des routes d'une infinité de Pilotes, mais comme dans les routiers que Vanloon a joints à ces Cartes, on trouve les diſtances mêmes, les latitudes & les Rumbs de vent reſultans de ces Memoires, je n'ai eû recours qu'à ces routiers, & dans les endroits où ces circonſtances manquoient, comme dans le Golfe du Mexique, j'ai connu qu'il n'y avoit pas beaucoup de fonds à faire ſur ces Cartes,

& j'ai eû recours aux autres Memoires cités ci-dessus.

A l'égard des courants que l'on pourroit m'objecter, supposé qu'il y en eust d'assés violents pour faire dériver à l'Oüest des Vaisseaux sur 11 degrés de 7 degrés entiers qui font en ce paralléle 120 lieuës, ces courants ne pourroient passer qu'entre le Cap S.t Antoine & la nouvelle Espagne, ce qui n'a nul rapport avec la traversée de ce Cap à la Loüisianne : mais au contraire dans les journaux que j'ai consultés en assés grand nombre, j'ai trouvé que les courants portoient à l'Est le long de la partie Septentrionale de l'Isle de Cuba, que ces courants refluoient au Nord par le canal de Bahame, à cause du contour de la côte, & que c'est ce qui fait qu'aucuns Vaisseaux ne peuvent entrer dans le Golfe du Mexique par le côté d'Orient; c'est ce qui peut se verifier par la route de l'Escadre du Roy, commandée par M. Ducasse en 1707. L'accord que je trouve entre tous les moyens différents que j'ai employés, & que j'ai rapportés ci-dessus, me fait croire que j'ai fort approché de la veritable longitude de l'embouchure du Mississipi, & que si l'on y fait une seconde observation, elle justifiera la longitude que je lui ai donnée, & dont je viens de rendre raison.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES A BERLIN DANS L'OBSERVATOIRE ROYAL.

Par M. DELISLE.

26 Avril 1726.

LE 16 Janvier à $7^h\ 24'\ 13''$ du soir, émersion du troisiéme Satellite de Jupiter avec une lunette de 15 pieds de Campani. Le ciel étoit serein; cependant Jupiter ne paroissoit pas aussi-bien terminé que de coûtume; la même émersion a paru se faire seulement $5''$ plûtôt, avec une lunette de 26 pieds, dont l'oculaire étoit un peu foible pour la longueur de la lunette.

Le 18 Janvier à 9^h $5'$ $56''$ du ſoir, premiére émerſion de Mars de deſſous le bord obſcur de la Lune avec une lunette de 6 à 7 pieds par mon frere de la Croyere : quoi-que la Lune ne parut qu'au travers d'un leger brouillard, cette obſervation eſt exacte s'étant faite dans un inſtant. J'étois dans ce moment occupé à élever la Lunette de 15 pieds de campanis dont je me ſervois, mais 6 ou $7''$ après, la premiére émerſion obſervée par mon frere, Mars étoit déja tout ſorti; ſon diſque m'ayant paru dans ſon entiere rondeur à 9^h $6'$ $2''$ ou $3''$.

Hauteurs meridiennes du bord ſuperieur du Soleil avec un quart de cercle de chapotot de 20 pouces de rayon.

Le 17 Janvier........	17° 4′ 30″	exact.
20........................	17 41 30	
21........................	17 55 17	

Ces obſervations corrigées par l'erreur de l'inſtrument qui étoit alors d'un peu plus de 4 minutes, m'ont donné la hauteur du Pole de l'Obſervatoire Royal de Berlin d'environ 52° 32′ $\frac{1}{2}$ en prenant la déclinaiſon du Soleil dans les Tables de M. de la Hire.



OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE MARS PAR LA LUNE, FAITE A L'OBSERVATOIRE ROYAL.

Le 18. Janvier 1726.

Par M. CASSINI.

6 Avril 1726.

ON a calculé pour cette année trois Eclipſes de Mars par la Lune, qui devoient arriver à Paris, la premiére le 18 Janvier, la ſeconde le 14 Fevrier, & la troiſiéme le premier Aouſt; mais le temps ne nous a pas permis de faire l'Obſervation de la ſeconde qui devoit arriver de jour ſur les deux ou trois heures après midi.

Le 18 Janvier jour de la premiere Eclipſe, le Ciel fut preſque tout le ſoir entierement couvert; cependant la Lune parut un peu avant l'Obſervation, & on diſtingua Mars lorſqu'il en étoit éloigné d'environ cinq ou ſix de ſes diametres. Le Ciel ſe couvrit dans le temps que Mars toucha le bord de la Lune, mais s'étant éclairci en cet endroit quelques ſecondes après, on apperçût très diſtinctement la Planete de Mars dans le temps que ſon centre étoit ſur le bord de la Lune à $7^h\ 14'\ 59''$. Cette Planete continua à entrer dans la Lune, & ſon immerſion totale arriva à $7^h\ 15'\ 11''$, deſorte que ſon demi-diametre a employé 12 ſecondes à paſſer ſous le diſque de la Lune.

Le mouvement horaire de la Lune à l'égard de Mars étant alors d'environ 37 minutes de degré, il ſuit que dans l'eſpace d'une minute le mouvement de Mars à l'égard de la Lune, a dû être de 37 ſecondes de degré, & que dans l'intervalle de 12 ſecondes que le demi-diametre de Mars a employé à paſſer

ſous le diſque de la Lune, ſon mouvement a été de 7 ſecondes & demie de degrés qui meſurent le demi-diametre de Mars, dont le diametre étoit par conſéquent de 15 ſecondes.

La Lune s'étant enſuite entierement cachée, nous ne pumes point appercevoir l'émerſion de Mars du bord obſcur de la Lune, mais cette obſervation ſe trouve ſuppléé par celle qui a été faite à l'Obſervatoire Royal de Berlin par M.rs Deliſle qui ne purent pas obſerver l'entrée de Mars dans la Lune, mais ſon émerſion totale qui eſt arrivée à $9^h\ 6'\ 2''$, ce qui fait voir l'avantage que l'on retire de la correſpondance des Obſervations faites dans le même temps en divers lieux de la Terre, où le Ciel n'étant pas toûjours également ſerein, on peut faire dans des pays les Obſervations que la diſpoſition du temps ne permet pas de faire dans d'autres, & reciproquement.

M. Deliſle a auſſi obſervé à Berlin la hauteur du Pole de $52^d\ 32\frac{1}{2}$ & une émerſion du troiſiéme Satellite de Jupiter, le 16 Janvier à $7^h\ 24'\ 13''$ du ſoir. Cette Obſervation n'a pas pu être faite à l'Obſervatoire, mais la comparant avec le calcul de cette émerſion pour Paris, on a la différence des meridiens entre Paris & Berlin de 45 minutes, éloignée ſeulement de quelques ſecondes de celle qui a été déterminée par d'autres Obſervations de $44'\ 30''$ ou de 11 degrés 7 minutes & demie dont Berlin eſt plus oriental que Paris.



MEMOIRE

Dans lequel on détermine l'endroit où il faut picquer l'œil dans l'operation de la Cataracte.

Par M. PETIT, Medecin.

7 Septembre 1726.

J'AY lû au mois de Mars 1725 un Memoire sur la Cataracte, dans lequel je donne l'histoire de cette maladie, de son operation, & de plusieurs instruments que l'on a inventés pour rendre, à ce que l'on croyoit, cette operation plus facile.

J'ai tâché dans ce Memoire d'éclaircir & d'expliquer la description que Celse donne de cette operation; car quoi-que cette description paroisse d'abord très claire à tous ceux qui la lisent, j'ai néantmoins fait voir qu'elle est remplie d'obscurité : il a fallu, pour ainsi dire, deviner l'endroit où il perce l'œil, celui où il porte la pointe de son aiguille, & en quel lieu il place la Cataracte. Ceux qui après Celse ont décrit cette operation, l'ont tout à fait copiés, & ont conservé son obscurité, ou bien ils ne l'ont copiés qu'en partie, & ont été quelquefois plus obscurs que lui. Il y en a peu, & même aujourd'hui, qui désignent l'endroit où ils croyent qu'il faut percer l'œil; ils sont fort incertains là-dessus, peut-être que si après une operation on leur demandoit à quelle distance de la cornée ils ont percé l'œil, ils auroient de la peine à le dire, ils font les choses sans y prendre garde de si près, & sans d'autre fondement que celui de l'avoir vû faire à peu près de la même maniere; il y a lieu de croire que les mêmes operateurs percent à différents endroits sans le sçavoir. Peu de gens se sont mis en peine de rechercher les raisons qui devoient les obliger de picquer l'œil plus ou moins près de la cornée, ceux qui ont voulu faire cette recherche, & qui connoissoient mieux la structure de l'œil, n'y ont pas trouvé leur compte, parce

qu'ils ne connoiſſoient pas la nature de la Cataracte; ils croyoient que c'étoit une concretion d'humeur ou une membrane dans la chambre poſterieure; ils craignoient de toucher au criſtallin; ils s'imaginoient qu'en picquant fort près de la cornée ils abattroient la Cataracte membraneuſe avec plus de facilité, & ils ſe trouvoient étonnés qu'après avoir operé conſéquemment à des réfléxions qui leur paroiſſoient ſi judicieuſes, l'operation ne réüſſiſſoit pas, ce qui a très embarraſſé Fabrice d'Aquapendente, & c'eſt auſſi ce qui a cauſé tant de varietés pour l'endroit où l'on devoit picquer l'œil: car dans les Auteurs qui ont déſigné cet endroit, les uns l'ont picqué à une ligne, d'autres à deux lignes ou deux lignes & demie, d'autres à trois lignes ou trois lignes & demie, enfin à quatre lignes ou quatre lignes & demie.

Mais puiſque nous ſommes aujourd'hui aſſurés que la Cataracte n'eſt autre choſe que le criſtallin obſcurci, qui par ſon opacité empêche le paſſage des rayons de lumiere; & que nous connoiſſons avec exactitude la veritable ſituation des parties de l'œil, tâchons de découvrir l'endroit le plus convenable où il faut le percer, c'eſt de là que dépend la facilité de tranſporter le criſtallin cataracté, & de le placer dans un lieu où il ne puiſſe empêcher les rayons de lumiere de paſſer dans l'œil, & d'où il ne puiſſe être repouſſé par le reſſort de l'humeur vitrée vers le chaton d'où on l'a tiré, ce que l'on appelle Cataracte remontée.

Mais avant toutes choſes, il faut reconnoître les parties que l'aiguille traverſe en entrant dans l'œil, & voir s'il n'y en a point quelques-unes que l'on puiſſe, & que l'on doive neceſſairement éviter. Je vais percer l'œil depuis une ligne juſqu'à quatre lignes; & dans tous ces cas je porterai la pointe de mon aiguille par le centre du criſtallin, puiſque c'eſt ce centre qui fait voir le chemin que l'on fait faire au criſtallin, & qui détermine l'endroit où l'on le place, comme nous le verrons dans la ſuite de ce Memoire.

Si l'on perce l'œil à une ligne de la cornée, comme faiſoit Fabrice d'Aquapendente pour éviter, diſoit-il, le criſtallin,

l'on traverſe d'abord la conjonctive, puis la ſclerotique, enſuite la choroïde, l'humeur vitrée, les proceſſus ciliaires, il y a en cet endroit quantité de vaiſſeaux que l'on coure riſque de percer.

Lorſque l'on perce l'œil à deux lignes, comme M. Antoine, l'on traverſe la conjonctive, la ſclerotique, la choroïde, l'extremité des proceſſus ciliaires, & l'humeur vitrée.

Si l'on perce l'œil à trois lignes de la cornée, l'on traverſe la conjonctive, la ſclerotique, quelquefois l'aponeuroſe du muſcle indignateur, la choroïde, la retine, & l'humeur vitrée.

P. 34. En perçant l'œil à quatre lignes, comme on le voit dans M. Briſſeau, on traverſe les mêmes parties & toûjours l'aponeuroſe du muſcle indignateur, cette aponeuroſe s'inſere le plus ſouvent d'une maniere oblique à la ſclerotique, ces deux côtés ſont ordinairement éloignés du rebord de la cornée plus que le milieu; ils le ſont de quatre lignes & de quatre lignes & demie, quelquefois un côté plus prés que l'autre, c'eſt ordinairement le côté inférieur qui eſt vers le baiſſeur de l'œil, j'ai néantmoins une fois trouvé ce côté à deux lignes trois quarts du rebord de la cornée, le côté le plus près du releveur étoit à quatre lignes trois quarts, & le milieu à trois lignes & demie, cela eſt bien rare, on rencontre quelquefois les deux côtés également éloignés de la cornée, je n'ai jamais trouvé le milieu de cette inſertion plus éloigné de la cornée que de trois lignes & demie; & j'ai vû, mais rarement, le milieu de cette inſertion à deux lignes trois quarts.

Cette aponeuroſe eſt large de trois lignes juſqu'à trois lignes & demie, & quelquefois de quatre lignes, elle eſt longue de trois lignes juſqu'à quatre lignes.

Mais à quelque diſtance de la cornée que l'on perce l'œil, l'on peut rencontrer & picquer, & même couper entierement un rameau des nerfs ciliaires. Ces nerfs me paroiſſent être une combinaiſon de quelques rameaux de la 3.e de la 5.e & de la 6.e paire avec des filets de l'intercoſtal. Il ne faut pas être ſurpris de ce que j'avance ici, que l'intercoſtal va ſe diſtribuer juſque dans les yeux, j'ai déja dit dans un Memoire, que ce nerf

nerf n'eſt point formé par des rameaux de la 5.e & de la 6.e paire des nerfs du cerveau comme Vuillis & Vieuſſens l'ont cru, je prouverai au contraire dans un autre Memoire que je donnerai exprès ſur cette matiere, qu'une branche de l'intercoſtal s'étant joint à la carotide, la ſuit dans le crane où elle fourni des rameaux à la 5.e & à la 6.e paire, qui vont en partie ſe diſtribuer dans les yeux, & forment les nerfs ciliaires.

La branche du nerf ciliaire que l'on coure riſque de picquer, & que l'on picque quelquefois, entre avec des vaiſſeaux par la partie poſterieure de l'œil à trois lignes de diſtance du nerf optique, elle ſe coule entre la ſclerotique & la choroïde, vis-à-vis le muſcle indignateur, juſqu'à cinq quart de ligne du rebord de la cornée, où elle ſe diviſe en pluſieurs rameaux en penetrant la choroïde pour ſe diſtribuer aux ligaments ciliaires & à l'Uvée.

Je ne doute pas que les envies de vomir, & même les vomiſſements qui arrivent quelquefois à ceux auſquels on fait l'operation de la Cataracte, ne ſoient occaſionnés par la picqueure de ce nerf, néanmoins il n'eſt guere poſſible de ne pas rencontrer cette branche de nerf en picquant comme l'on fait ordinairement dans le cercle horiſontale où elle ſe trouve le plus ſouvent, elle eſt quelquefois un peu au-deſſus de ce cercle rarement au-deſſous, ce qui fait que je picque environ un quart de ligne au-deſſous de ce cercle, cet endroit me donne même plus de facilité à ouvrir la partie poſterieure & inferieure de la capſule du criſtallin, & à tracer le chemin par où il doit paſſer, & où il doit être placé dans l'operation de la Cataracte, de la maniere dont je le dirai lorſque je donnerai ma nouvelle méthode.

Voyons preſentement à quelle diſtance on doit percer l'œil pour bien placer le criſtallin.

Pour le démontrer ſoit la figure 1re *ABCD*, c'eſt une coupe horiſontale de l'œil de la partie anterieure *A* à la poſterieure *C* qui diviſe l'œil en deux parties égales, *EAF* eſt la cornée, *EF* repreſente l'Uvée, & ſépare la chambre anterieure *KK* de la chambre poſterieure *HH*. *G* eſt le criſtallin, *L* eſt le

centre de l'œil. Le diametre *BD* de 11 lignes, comme il eſt fort ſouvent, l'axe *AC* eſt de 11 lignes un quart, aſſés ſouvent moins, *G* centre du criſtallin eſt éloignée de deux lignes & demie ou environ de la partie anterieure de la cornée, & de 3 lignes & un quart du centre de l'œil *L*, mais il eſt éloigné de 6 lignes & un tiers de l'extremité de la ligne *GB*, cette ligne eſt l'hypothenuſe du rectangle *GLB* qui eſt la même dans le plan vertical que dans le plan horiſontal, ce que l'on peut fort bien remarquer en changeant la coupe horiſontale de cette figure en coupe verticale, où pour lors *B* eſt le fond de l'œil à l'extremité inferieure du demi-diametre vertical *LB*.

La ligne *CB* eſt longue de 7 lignes trois quarts, c'eſt l'hypothenuſe du triangle rectangle *CLB*, elle a la même longueur dans le plan vertical, comme on le voit dans cette figure, en prenant *LB* pour le demi-diametre vertical.

1*L*, 2*L*, 3*L*, 4*L*, paroiſſent dans cette figure ſe rendre au centre de l'œil, elles partent du cercle horiſontal & vont ſe rendre à l'extremité inferieure du demi-diametre vertical; ainſi elles ont 7 lignes trois quarts de longueur qui eſt la même que la ligne *CB*, puiſqu'elles ſont les hypothenuſes d'autant de triangles rectangles dont les côtés ſont les demi-diametres ſemblables à *CL*, *LB*.

Les lignes *R*1*G*, *S*2*G*, *T*3*G*, *V*4*G* repreſentent les différentes diſpoſitions de l'aiguille avec laquelle on fait l'operation de la Cataracte lorſqu'elle perce l'œil à 1 ligne, 2 lignes, 3 & 4 lignes du rebord de la cornée aux points 1, 2, 3, 4. *P*1*L*, *Q*2*L*, *R*3*L*, *S*4*L* ſont les différentes diſpoſitions de la même aiguille après qu'elle a abbattu le criſtallin, & dont la pointe marque les différents endroits en *MNOL* où le centre du criſtallin ſe trouve placé ſelon la direction des lignes 1*L*, 2*L*, 3*L*, 4*L* qui partent des différents points 1, 2, 3, 4, où l'aiguille a percé l'œil dans le cercle horiſontal, mais on ne peut repreſenter le fond de l'œil dans une coupe horiſontale, où l'on peut faire voir le mouvement de l'aiguille comme dans la premiere figure, & on ne peut repreſenter le mouvement de l'aiguille dans une coupe verticale où l'on

peut voir le fond de l'œil comme on le voit dans les figures *7, 8, 9,* qui ſont des coupes verticales. Je vais ſuppoſer ces deux choſes dans les figures 2, 3, 4, 5 & 6, dans leſquelles le criſtallin *A* eſt poſé verticalement, tel qu'il eſt dans l'état naturel. La ligne *AL* dans ces figures eſt égale à la ligne *GB, (figure 1,)* elle va du centre du criſtallin *A* au fond de l'œil partie inferieure du demi-diametre vertical *LB,* & pour lors il faut regarder cette 1ere figure comme une coupe verticale. La ligne *DL* dans les figures 2, 3, 4, 5 & 6 eſt égale à la ligne *BC* de la premiere figure, le point *L* eſt le fond de l'œil à l'extremité du demi-diametre vertical, la ligne *CD* repreſente la portion horiſontale de la ſclerotique, depuis le rebord de la cornée juſqu'en *D,* comme on le voit en *FD* de la 1ere figure.

J'ai été d'abord embarraſſé ſur la maniere dont je repreſenterois cette portion de cercle *CD,* car la ligne *AL* & la ligne *DL* ſont veritablement des lignes courbes dans le fond de l'œil: il faut les ſuppoſer telles ſur le papier, où l'on ne peut les repreſenter que comme des lignes droites, qui pour lors laiſſent moins d'eſpace pour placer le criſtallin, comme on le voit dans les figures 2, 3, 4, 5 & 6, où cet eſpace eſt *ALD,* mais dans le fond de l'œil il eſt de l'étenduë *ALE,* où la ligne *AL* fait un angle droit avec la ligne *LE,* comme on peut le voir dans un hemiſphere d'un œil artificiel, il a donc fallu prendre garde à cette circonſtance pour ne point ſe tromper, parce que pour la perfection de cette operation il ne faut pas que le criſtallin s'avance juſqu'à la ligne *EL* qui eſt le veritable eſpace, qui dans le fond de l'œil tient la place de la ligne *DL* de ces figures. J'aurois pu repreſenter la portion de cercle *FD* de la 1ere figure par la ligne courbe *CE* dans la 2de figure & les ſuivantes, mais je l'ai allongé ſeulement par des points pour faire connoître que *EL* y prend ſon origine; j'aurois en même temps conſervé le veritable eſpace que le criſtallin doit avoir pour ſe placer, mais pour lors cette ligne auroit été preſque une fois plus longue qu'elle ne doit être, & j'aurois rencontré de la difficulté pour trouver ſur cette ligne

les points où je dois percer l'œil. Pour trouver ces points, il a fallu d'abord fixer ſur cette ligne la circonférence de la cornée, pour pouvoir du point de cette circonférence, prendre toutes les diſtances où je pourrois percer l'œil, j'ai pour cela prolongé la ligne *LA*, *(fig. 2,)* de la même longueur de la ligne *LD*, & de la même ouverture de compas j'ai prolongé la ligne courbe *DC* juſqu'au point Δ à la rencontre de la ligne *LA* prolongée, & j'ai pris ſur cette ligne courbe le demi-diametre de la cornée, depuis Δ juſqu'en *C* à l'endroit où cette ligne commence d'être ponctuée, & du point *C* j'ai déterminé les diſtances où je dois picquer l'œil à 1, 2, 3, 4 lignes du rebord de la cornée.

Les lignes 1*L*, 2*L*, 3*L*, 4*L* *(dans les figures 2,3,4,5,)* ſont les mêmes qui dans la premiére figure paroiſſent ſe rendre au centre de l'œil, mais qui effectivement vont ſe rendre au fond de l'œil.

Si préſentement je perce l'œil à une ligne du rebord de la cornée au point 1 de la 2de figure, & que je porte la pointe de l'aiguille obliquement de devant en derriere au point *A* centre du criſtallin, dans le mouvement que je ferai faire à mon aiguille de haut en bas & de devant en derriere, je tranſporterai le centre du criſtallin de *A* en *M* dans la ligne *IL*, ce que l'on voit auſſi dans la premiere figure depuis *G* juſqu'en *M*, le criſtallin ſe trouvera encore vis-à-vis la prunelle, comme on le voit très bien dans la 7e figure, c'eſt une coupe verticale *ABCD*, *B* eſt le fond de l'œil à l'extremité du demi-diametre vertical *LB*, l'œil étant picqué en *M* à une ligne de la cornée, le centre du criſtallin eſt tranſporté de *F* en *G* par le mouvement de l'aiguille, on ne peut bien repreſenter le mouvement de l'aiguille dans cette figure, comme on le voit dans la premiere & dans la ſeconde, mais on y voit bien la veritable ſituation du criſtallin de même que dans la 8.e & la 9.e Dans la ligne *ML* où l'on voit qu'un de ſes côtés eſt devant la prunelle, & comme il ne ſe trouve pas entierement enveloppé de l'humeur vitrée, il ſera repouſſé par le reſſort de cette humeur vers le chaton dont on l'a tiré, je pourrois

pourtant faire avancer ce criſtallin plus loin vers la partie poſterieure, mais je ne puis le faire que par la ligne courbe *M&*, (*fig. 2,*) par où l'on voit que le criſtallin doit s'approcher du cercle horiſontal *CD;* mais au lieu de baiſſer le criſtallin de haut en bas, je ſerai obligé de l'élever de bas en haut, il peut en arriver pluſieurs inconvenients, dont le plus dangereux eſt, que ſitoſt que le centre du criſtallin quittera la direction de la ligne *IML,* je ne pourrai empêcher que le côté *&* du criſtallin ne s'appuye ſur la retine à cauſe de la figure circulaire de l'oeil, & ne l'entraîne avec lui, & qu'il ne la déchire ou ne la fronce; après quoi il ne faut plus compter ſur la vûë. Ceux qui connoiſſent la délicateſſe & l'uſage de cette membrane n'en douteront nullement. 2.° Je ſuppoſe que je puiſſe éviter ce terrible accident, en élevant le criſtallin, & que je puiſſe placer ſon centre au point *&* & ſans toucher à la retine, il ſera veritablement dans un endroit où il ne pourra arreſter que très peu de rayons, mais il ne pourra y reſter, car comme j'ai pouſſé le criſtallin de bas en haut, il faut s'attendre qu'à la la moindre ſecouſſe du corps, & peut-être par un mouvement ordinaire & très leger, le criſtallin retombera par ſon propre poids & repaſſera peu à peu par le même chemin qu'il a luimême fait, juſqu'à ce que ſon centre ſoit retourné au point *M;* il paroîtra donc de rechef devant la prunelle, & l'on ne manquera pas de dire que la Cataracte eſt remontée quoiqu'elle ſoit effectivement deſcenduë : le criſtallin pourra même après cela être repouſſé par le reſſort de la vitrée & remonter du point *M* vers ſon chaton, parce qu'il ne ſe trouve plus entierement enveloppé par l'humeur vitrée, & quand même le centre du criſtallin ne bougeroit de l'endroit où on peut le placer, cela pourroit devenir inutile par une circonſtance particuliere : il arrive quelquefois, que la ſubſtance du criſtallin cataracté eſt ſi tenace qu'il s'attache à l'aiguille, de maniere que lorſque l'on vient à la retirer, le criſtallin la ſuit juſqu'au cercle horiſontal malgré les précautions qu'on prend pour l'empêcher, & pour lors le criſtallin ſe trouvera dans la ligne *IML* ou tout auprès, & dans cette ſituation en partie devant

la prunelle, il pourra même être rejetté vers le chaton par les raiſons que nous avons dites, il y a donc trop d'accident à craindre en perçant l'œil à une ligne de la cornée.

Si je perce l'œil à deux lignes au point 2, comme on le voit dans la 1ere & la 3e figure, le mouvement que je ferai faire à la pointe de l'aiguille de haut en bas, & de devant en derriere, le centre du criſtallin ſera tranſporté de *A* en *N* dans la ligne 2*NL*, je ne dois point paſſer cette ligne pour les raiſons que j'ai déja rapportées.

Le criſtallin ſe trouve bien placé, il n'eſt plus devant la prunelle, il eſt tout à fait enveloppé de l'humeur vitrée, comme on le voit encore mieux dans la coupe verticale repreſentée par la 8.e figure, où l'œil étant percé en *N* à deux lignes de la cornée, le criſtallin *F* eſt tranſporté par l'aiguille en *G* dans la ligne *NL* vers le fond de l'œil *B*, ce criſtallin *G* n'anticipe dans le chaton *F* d'où il eſt ſorti, que parce que cette figure eſt plane, car dans la concave il n'anticipe point, comme on peut le voir dans la 3.e figure : il y a plus, c'eſt qu'en picquant l'œil à deux lignes de la cornée, je puis plus commodément faire une ouverture à la partie inferieure & poſterieure de la capſule du criſtallin, que lorſque je picque à une ligne.

Si je picque l'œil au point 3 à trois lignes du rebord de la cornée, comme on le voit dans la 1ere figure & dans la 4e, par le mouvement que je ferai faire à l'aiguille, le centre du criſtallin eſt porté au point *O* où il paroiſt être aſſés bien placé, il eſt enveloppé de l'humeur vitrée, il ne coure aucun riſque de remonter, il ſe trouve près du fond de l'œil *L*, mais l'on peut picquer l'aponeuroſe de l'indignateur.

En perçant l'œil à 4 lignes, comme on le voit dans la 1ere & la 5e figure, je porte le centre du criſtallin au point *P*, par le mouvement de l'aiguille: ce criſtallin paſſe au point *L* au fond de l'œil & même au-delà de ce point, & par conſéquent au-delà de la ligne *LE*, ce qu'il faut éviter, parce que dans cet endroit il retranche trop des rayons de lumiere, outre cela l'on picque toûjours l'aponeuroſe de l'indignateur : il y a

encore un autre inconvenient, c'eſt que ſi je traverſe entierement le criſtallin, comme cela m'arrive quelquefois lorſque je m'apperçois qu'il n'eſt pas bien ferme, la pointe de mon aiguille ſe trouvera en *H* dans la chambre poſterieure, je déchirerai la partie anterieure de la capſule, ce que j'évite avec grand ſoin pour les raiſons que je dirai ailleurs. Voilà l'œil picqué & traverſé à 4 points principaux déterminés par quelques-uns de ceux qui ont pratiqué la Cataracte.

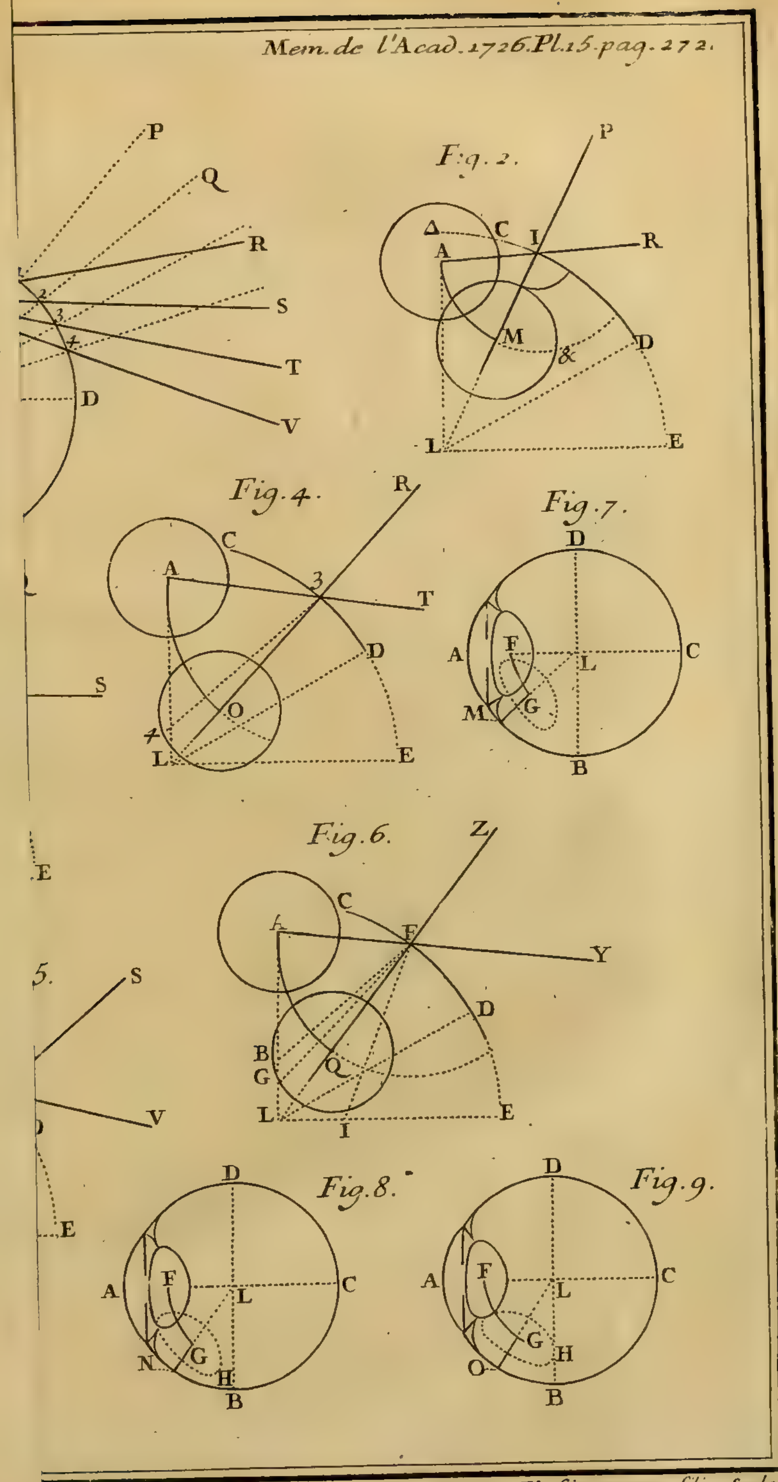
Nous venons de voir que l'operation ne peut réüſſir à une ligne, elle réüſſit en picquant à deux lignes. Elle pourroit bien réüſſir le picquant à 3 lignes & à 4 lignes, il n'y a pour cela qu'à arrêter ſon aiguille dans la ligne 3, 4 de la 4e fig. ou de la ligne 4, 5 de la 5e figure. Mais ſi on picque à 3 lignes on coure trop ſouvent le riſque de traverſer l'aponeuroſe de l'indignateur, & on la traverſe toûjours à 4 lignes comme je l'ai démontré ci-deſſus. Les Medecins ſont aſſés informés des accidents fâcheux qui ſurviennent à la picqueure des aponeuroſes & des tendons : les inflammations qui ſurviennent preſque toûjours après l'operation de la Cataracte, qui durent un mois, deux mois & quelquefois trois mois, ne ſeroient-elles point occaſionnée le plus ſouvent par la picqueure de ce tendon? Les vives douleurs que l'on ſent pendant ce temps-là ne donnent preſque point lieu d'en douter. Il faut éviter de pareils accidents, nous pouvons donc percer l'œil depuis deux lignes juſqu'à deux lignes & demie ſans rencontrer ce tendon, c'eſt un petit avantage je l'avoüe, que de n'avoir que demi-ligne d'eſpace dans lequel on puiſſe choiſir un point. Voilà pourtant tout ce que nous pouvons eſperer pour pouvoir faire cette operation avec ſûreté, il eſt vrai qu'elle peut réüſſir par haſard en picquant l'œil depuis une ligne juſqu'à 3 $\frac{1}{2}$, mais il ne faut rien donner au haſard dans une operation auſſi délicate & auſſi importante. Voyons preſentement où l'on peut placer le criſtallin en perçant l'œil à deux lignes & demie, & empêcher, autant qu'il eſt poſſible, le retranchement des rayons qui entrent dans l'œil, c'eſt ce que je vais démontrer dans les figures 6e & 9.e

Dans la 6e figure, l'aiguille *y A* perce l'œil à deux lignes & demie au point *F,* & par le mouvement que je lui fais faire, je porte le centre du criſtallin *A* au point *Q*, il faut bien prendre garde que la pointe de l'aiguille ſoit dirigée dans la ligne *FL,* car ſi on l'arrêtoit dans la ligne *FB,* on ſe trouveroit preſque dans le même cas que ſi on euſt percé l'œil à une ligne de la cornée, ainſi le criſtallin ne ſeroit pas enveloppé de l'humeur vitrée, & remonteroit dans ſon chaton. L'operation ne réüſſiroit donc pas quoi-qu'on euſt picqué l'œil dans l'endroit où il le doit être, il ne faut pas pouſſer la pointe de ſon aiguille dans la ligne *FI,* cela ſeroit inutile pour les raiſons que j'ai rapportées ci-deſſus, dont la principale eſt, qu'il faudroit relever le criſtallin de bas en haut, & dans ce mouvement l'on coureroit riſque de rencontrer la retine : On voit très bien dans la 9e figure que l'œil étant picqué en *O* à deux lignes & demie de la cornée, le centre du criſtallin eſt porté de *F* en *G* dans la ligne *OL,* où il eſt facile de voir que le criſtallin ſe trouve tout-à-fait enveloppé de l'humeur vitrée, & ne court aucun riſque de remonter, il ne doit plus paroître par la prunelle, parce qu'il en eſt aſſés éloigné, & de plus le côté *H* ne ſe trouve point trop près du fond de l'œil *B,* & ne retranche que le moins qu'il eſt poſſible des rayons de lumiere, il faut donc picquer l'œil à deux lignes ou deux lignes & demie de la cornée & un quart de ligne au-deſſous du cercle horiſontal pour ne point rencontrer le nerf ciliaire, ce que j'avois à démontrer.

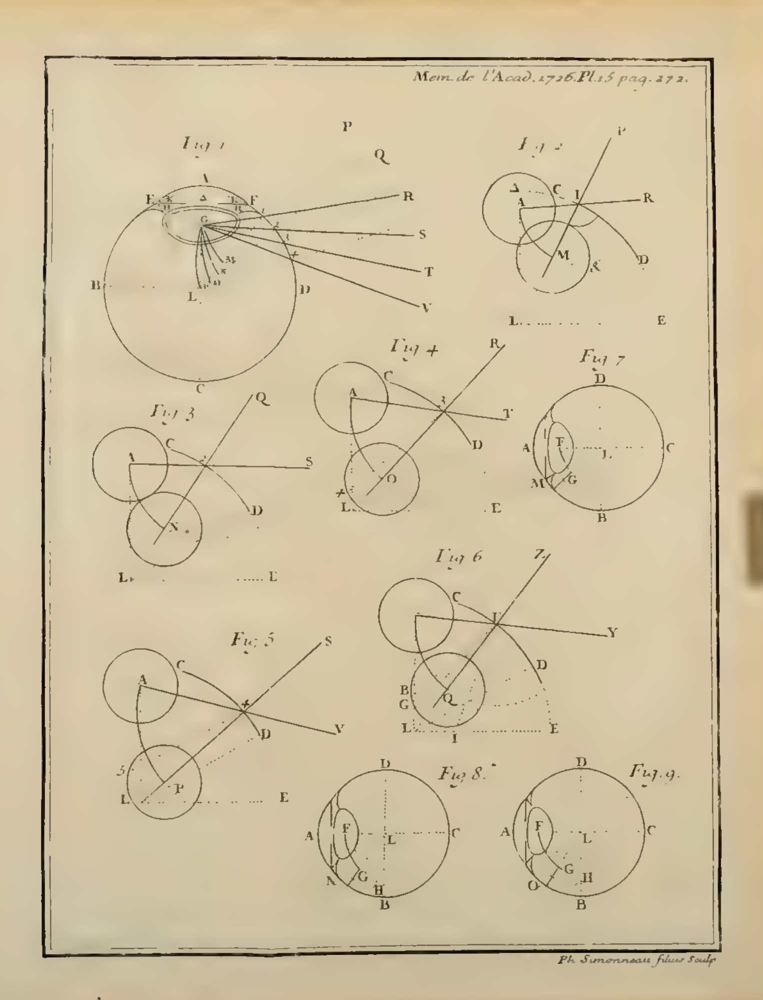
On connoît par toutes les raiſons que je viens de rapporter, la neceſſité de fixer l'endroit où l'on doit picquer l'œil pour bien réüſſir dans l'operation de la Cataracte. On ne doit donc pas s'étonner ſi j'ai employé tant de figures pour faire comprendre un point de ſi grande importance, mais il n'eſt pas le ſeul, il y a bien d'autres circonſtances à obſerver pour rendre cette operation facile & prompte, je les rapporterai dans un Memoire que je donnerai, & qui contiendra ma nouvelle méthode d'abattre la Cataracte.

❧

QUE



Ph. Simonneau filius Sculp.



Ph. Simonneau filius Sculp.

QUE LE FER EST DE TOUS LES METAUX
celui qui se moule le plus parfaitement; & quelle en est la cause.

Par M. DE REAUMUR.

JE dois être suspect, quand je donne au Fer quelque avantage sur les autres métaux, je me le suis à moi-même; il m'a assés exercé pour que j'aye pu le prendre en affection sans m'en appercevoir. Le vrai est pourtant que j'ai été peu disposé à lui accorder la proprieté que je veux établir ici, de se mouler plus parfaitement que les autres métaux, les premiéres apparences m'avoient porté à penser le contraire; le feu le rend rarement, ou ne le rend presque jamais, aussi liquide qu'il rend l'Or, l'Argent, le Cuivre, l'Etain & le Plomb. Comment pourroit-il donc s'insinuer aussi-bien dans les plus petits creux des moules & en prendre exactement les impressions! malgré ce préjugé, je n'ai pu m'empêcher de voir, & j'en ai été long-temps surpris, que versé si épais dans les moules que je doutois qu'il y put entrer, il s'y étoit cependant bien moulé; j'ai vû cent & cent fois ce phénomene & dans des circonstances où le métal avoit presque la consistance d'une bouillie épaisse. Or s'il se moule bien dans pareils cas, combien doit-il se mouler plus parfaitement quand on lui a donné toute la fluidité qu'on peut & qu'on doit lui donner! Le certain est aussi que tous les Fondeurs qui n'ont vû tirer des moules que des ouvrages de Cuivre ou d'autres métaux, admirent la netteté & la vivacité avec lesquelles les ouvrages de fer en sortent. 29 Mai 1726.

J'ai pourtant chicané au Fer autant que j'ai pu cette préférence; j'ai cherché a attribuer la cause de la perfection des ouvrages de ce métal fondu, soit à l'adresse & à l'attention

des Fondeurs, ſoit à quelque qualité des moules, juſques à ce que je lui aye reconnu une proprieté qui produit neceſſairement cet effet. La phyſique ne nous en a encore fait voir qu'une de cette eſpece, l'eau la lui fournit. La regle generale eſt que les corps diminuent de volume à meſure qu'ils ſe refroidiſſent : on ſçait cependant, & on n'eſt pas peu embarraſſé à l'expliquer, que l'eau s'écarte de cette regle lorſqu'un certain dégré de froid la fait paſſer de l'état de fluide à celui de ſolide, elle acquiert du volume en devenant glace, & on ſçait de même quels efforts elle fait pour prendre cet accroiſſement de volume; il s'en faut bien que la force des vaſes de terre n'en ſoit la juſte meſure. Les degrés ordinaires de chaleur de l'air de nos climats ſuffiſent pour tenir la glace en fuſion, elle y eſt ordinairement en liqueur, en eau, elle auroit conſtamment la forme ſolide dans des pays où l'air ſeroit toûjours auſſi froid que celui de quelques-uns de nos jours d'hiver. Pour mettre des métaux en fuſion, il faut une chaleur bien ſuperieure à celle de l'air que nous reſpirons, ils ont plus de diſpoſition à ſe durcir ou à ſe geler que l'eau; car le métal ſolide eſt par rapport au métal fluide, ce que la glace eſt par rapport à l'eau; mais dans le fer l'analogie ſe trouve complette; le Fer figé, la glace du Fer, a plus de volume que le Fer fluide, comme la glace ordinaire en a plus que l'eau, à meſure que le refroidiſſement oblige ce métal à s'épaiſſir il ſe dilate. Le phénomene de la glace tout familier qu'il nous eſt, fait journellement l'embarras & l'admiration des phyſiciens, ſi nous avions eû beſoin d'en trouver un autre pareil dans la nature, il y a peu d'apparence que nous l'euſſions été chercher dans le fer.

Quoi-qu'il en ſoit, s'il eſt bien certain que le Fer liquide ſe dilate à meſure qu'il prend conſiſtance, comme l'eau qui ſe gele, & que les autres métaux au contraire ſuivent la loi générale, qu'à meſure qu'ils ſe refroidiſſent ils perdent de leurs dimenſions, il eſt indubitable qu'on ne ſçauroit lui refuſer la qualité de ſe mouler plus parfaitement que tout autre métal. Le moule qui vient d'être rempli de Fer liquide après quel-

ques inſtants n'a plus aſſés de capacité pour le contenir, puiſque le métal tend à occuper plus de place à meſure qu'il ſe fige, il va donc preſſer les parois du moule, tâcher de les écarter; ſa propre force ſera ici ce que fait la main qui preſſe le cachet ſur la cire d'Eſpagne. Il comprimera la terre ou le ſable dont le moule eſt compoſé, c'eſt la ſeule voye qui lui reſte pour aggrandir l'eſpace trop petit qui lui a été deſtiné, car bientôt il ne peut plus ſortir par l'ouverture qui lui a donné entrée, il ſe la bouche lui-même, c'eſt-là où il ſe durcit d'abord; il cherchera donc les plus petits vuides & prendra les impreſſions des plus petites parties du moule. Le contraire arrivera aux autres métaux, s'ils perdent de leur volume en prenant conſiſtance, ils fuiront continuellement les traits du moule contre leſquels ils ont été appliqués dans le premier inſtant, au lieu que le Fer les ira chercher.

Mais une proprieté ſi ſinguliere ne peut être accordée au Fer qu'après qu'elle aura été prouvée d'une maniere inconteſtable. Peut-être ne demandera-t-on pas moins, du moins me le ſuis-je demandé, s'il eſt bien certain que les autres métaux perdent de leur volume en paſſant de l'état de fluide à celui de ſolide; la regle peut être generale que la diminution de volume ſuive toûjours celle des degrés de chaleur dans tout corps ſolide & dans tout liquide; mais l'exception pourroit être generale, quoi-qu'on n'y ait pas penſé, pour l'inſtant du paſſage de l'état de liquide à celui de ſolide. J'ai donc crû qu'il falloit commencer par s'aſſûrer ſi les métaux ont réellement moins de volume pendant qu'ils ſont ſolides, que lorſqu'ils ſont en fuſion, pour cela j'ai eû recours à trois différentes voyes, & la ſuite de ce Memoire fera voir que ce n'en étoit pas trop pour ſe bien convaincre d'un phénomene, ſi ſimple cependant en apparence. 1.° dans du métal fondu j'ai jetté d'autre métal pour voir ſi le métal ſolide ſurnageroit le liquide ou ſi il iroit à fond. 2.° j'ai obſervé l'eſpace qu'occupoit dans un creuſet un métal pendant qu'il étoit liquide, & celui qu'il y occupoit après s'être figé. 3.° & c'eſt la plus ſûre méthode, j'ai mis dans le fond d'un creuſet un morceau de métal ſolide, & dans ce

creuſet j'ai verſé du même métal liquide, pour voir ſi le métal ſolide reviendroit ſur la ſurface de celui-ci, ou s'il reſteroit au fond.

Dans de l'Argent, dans du Cuivre, dans de l'Etain & dans du Plomb en bain, j'ai donc jetté un morceau du même métal; ces morceaux ſont deſcendus au-deſſous de la ſurface, & quelquefois ont tombé avec bruit ſur le fond du creuſet, d'où ils ne ſont point revenus. Voilà preuve certaine, que ces métaux ont plus de volume quand ils ſont fluides, que lorſqu'ils ſont ſolides. Cependant cette experience, toute ſimple qu'elle eſt, demande à être faite avec quelque attention, autrement elle jetteroit dans des incertitudes, ſur-tout par rapport au Plomb & à l'Etain. Si ces métaux ſont trop chauds, les morceaux jettés ſe fondent ſi vîte qu'on ne peut porter aucun jugement; s'ils ont trop peu de chaleur, s'ils commencent à s'épaiſſir, la différence de peſanteur du morceau ſolide n'eſt pas une force ſuffiſante pour vaincre la tenacité de la matiere, il ſe ſoutient au-deſſus, & peut même y être ramené par le reſſort des parties qu'il a d'abord forcées de ceder; mais ce morceau ſe ſoutient ſur-tout ſur la ſurface s'il eſt petit, & ſi on n'a pas eû attention d'enlever la pellicule qui s'y forme, & s'y ſoutient d'autant mieux qu'il eſt plus petit, de même qu'une petite aiguille demeure tranquillement au-deſſus de l'eau; qu'on évite les circonſtances dont je viens de parler, & on verra toûjours le métal ſolide ſe précipiter dans le fluide.

Secondement j'ai fait fondre du Plomb, de l'Etain, du Cuivre, de l'Argent dans de petits creuſets cylindriques, l'Or eſt le ſeul avec lequel je n'aye pas fait cette experience, il eſt à menager, j'en rapporterai une autre qui y ſupplée. Quand le creuſet étoit parfaitement plein d'un de ces métaux fluides, je paſſois une lame de fer ſur ſes bords pour emporter tout ce qui les excedoit, je laiſſois enſuite refroidir peu à peu le métal fondu. Il n'eſt aucune de ces experiences que je n'aye réïterées pluſieurs fois, & il n'y en a eû aucune où le métal après s'être figé, ne ſe ſoit trouvé au-deſſous des bords du creuſet & beaucoup plus que je ne l'euſſe attendu.

Dès que j'avois remis en fusion le métal, qui en se figeant avoit abandonné le plus d'espace, il remplissoit de nouveau le creuset jusques à ses bords.

3.° Quand j'ai versé du métal fluide dans un creuset au fond duquel j'avois mis un morceau du même métal, ce morceau comme plus pesant à toûjours conservé sa place.

Enfin qu'on observe la surface superieure des culots de différents métaux ou celle des lingots, & cette observation seule exemptera de repeter nos experiences. On remarquera que cette surface est toûjours concave; celle de l'Or m'a paru l'être davantage que celle de l'Argent, & peut-être plus que celle d'aucun autre métal. Les lingotieres sont des tuyaux creux, ouverts par dessus, dont le fond est ordinairement plat, & dont les côtés sont plats & inclinés sur le fond, de maniere que l'ouverture soit évasée. Dans l'instant que la lingotiere vient d'être remplie, la surface superieure du métal liquide est convexe, comme l'est celle de l'eau d'un verre bien plein. J'ai examiné des lingots d'Or tirés de pareilles lingotieres, leur surface superieure avoit non seulement perdu cette convexité, mais elle étoit devenuë concave, & dans une proportion assés reguliere, elle étoit composée de deux plans inclinés à peu près égaux & d'une égale inclinaison, qui se rencontroient au milieu du lingot, le creux étoit assés profond à l'endroit de la rencontre de ces plans. De-là il est aisé de juger que la diminution du volume avoit été grande, puisqu'elle étoit si notable sur la plus large face. Il n'est pas necessaire de faire remarquer que la plus grande profondeur du creux doit se trouver à peu près au milieu de tout lingot ou de tout culot, cette circonstance se déduit naturellement de ce que le métal qui touche les parois de la lingotiere ou du creuset se refroidit le premier.

Les différents métaux n'augmentent pas également de volume en devenant fluides, j'eusse volontiers cherché à connoître de combien ils en augmentent chacun, & combien plus les uns que les autres; mais ce sont des experiences très délicates, & je ne me suis pas trouvé le temps de

les faire avec la précision qu'elles demandent.

Ce qui m'a paru certain, c'est que l'Etain & l'Argent diminuent bien moins de volume en se figeant que le Plomb, quoi-qu'ils en diminuent très sensiblement; je ne sçai dans lequel des deux cette diminution est plus grande, il m'a semblé aussi que le Cuivre perdoit moins du sien que ne font l'Etain, & l'Argent; peut-être que l'Or est celui qui en perd le plus, & que cette perte de volume est proportionnée en quelque sorte à sa pesanteur specifique.

Il paroîtra prouvé de reste que dans les métaux dont nous venons de parler, l'augmentation de volume suit l'augmentation des degrés de chaleur, & qu'au contraire ils perdent de leur volume tant qu'ils perdent de leur chaleur, ou qu'au moins ils ont moins de volume lorsqu'ils se sont figés que lorsqu'ils étoient liquides, & c'est-là la loi generale, mais ce qui reste à démontrer, c'est que le Fer y met une exception; que dans le temps où le feu le tient en fusion il est plus pesant que lorsqu'il a sa dureté ordinaire. Nous en aurons tout autant de preuves que nous en avons eûës de l'effet contraire dans les autres métaux, les mêmes faits nous fourniront des observations directement opposées, nous les rapporterons toutes pour établir suffisamment la certitude d'un phénomene qui merite de l'être par sa singularité & son utilité.

Nous avons fait remarquer que les Culots, les Lingots des différents métaux, sont toûjours concaves par dessus, & quelquefois considerablement. Jamais on n'observe de pareille concavité dans ceux de fonte de fer, au contraire ils sont sensiblement convexes ou tendent à l'être. Les gueuses qui pesent plus de deux milliers sont d'assés beaux lingots de Fer, aussi la convexité de leur surface superieure est très sensible.

Mais une preuve qu'on croira sans replique, & pareille à celle qui a appris que la glace est plus legere que l'eau ordinaire, c'est que j'ai rendu de la fonte très fluide, & quand elle l'a été, j'ai soigneusement nettoyé sa surface afin qu'il n'y restât aucune crasse qui pût s'opposer au succés de l'experience

que j'avois à tenter. Dans cette fonte fluide j'ai jetté des morceaux de fonte solide & de différentes especes, de blanches & de grises; si la fonte liquide est plus pesante, à moins de volume que la fonte solide, il est certain que cette derniere doit nager à la surface de l'autre, s'élever un peu au-dessus, comme la glace surnage un peu l'eau. C'est aussi ce qui est arrivé, & plus aux fontes grises & douces qu'aux fontes blanches. J'avois même beau enfoncer dans la liqueur des morceaux de ces fontes, sur-tout des douces, bientôt je les voyois reparoître & s'élever un peu au-dessus de sa surface.

L'experience précédente semble si décisive que je ne chercherois pas à fortifier la conséquence qui s'en tire par d'autres experiences, si quelques-unes ne m'avoient fait voir dans la congellation de nôtre métal ce qui se passe de plus remarquable dans la congellation de l'eau ordinaire, & si d'ailleurs la suite ne devoit nous apprendre qu'il étoit très necessaire de rassembler les différentes especes de preuves capables d'établir ce fait. Tantôt j'ai fait fondre de nôtre métal dans de petits creusets cylindriques jusqu'à ce qu'ils en fussent entierement remplis, tantôt l'ayant fait fondre dans de plus grands creusets je l'ai versé dans d'autres plus petits pareils aux premiers; je les remplissois exactement, mais je ne faisois que les remplir, je m'en assûrois en passant une lame de fer sur leurs bords, j'emportois toute la liqueur excedente avec plus de soin que le plus attentif mesureur n'en a à emporter d'un boisseau les grains dont il veut donner des mesures rases. Je laissois alors figer la liqueur peu à peu : le metal devenu parfaitement solide, s'est toûjours trouvé au-dessus des bords de ces mêmes creusets, il y avoit pris une surface convexe semblable à celle de l'eau qui s'est gelée dans des vases.

Entre ces experiences, quelques-unes m'ont fait voir un des plus jolis phénomenes de la congellation de l'eau, qui a été bien détaillé & bien suivi dans les essais de l'Académie de Florence; une boule de verre semblable à celle des Thermometres, mais plus grosse, & qui tient de même à un tuyau, mais qui est ouvert par son bout superieur, étant remplie d'eau

& le tuyau l'étant en partie, si on entoure cette boule de glace & de sel, ou si on l'expose à un air assés froid pour geler, bientôt l'eau descend insensiblement dans le tuyau jusqu'à un certain terme, y étant arrivée, elle commence à remonter insensiblement jusqu'à un autre terme, parvenuë à celui-ci, elle s'éleve subitement très haut & avec une extrême vîtesse, elle forme presque dans l'instant un jet de glace qui continuë encore quelque temps à s'élever, mais avec lenteur. J'ai vû de même dans quelques-uns de mes creusets la fonte fluide que j'y laissois refroidir, s'élever insensiblement & pousser ensuite subitement des jets de plus d'un pouce de hauteur; ils formoient des especes de rochers. S'il y eust eû quelque éclaircissement de plus à tirer de cette experience, en faisant élever ces jets plus haut, je crois qu'il n'eust pas été difficile d'y parvenir en donnant aux creusets des formes approchantes de celles des verres de l'experience de Florence, ou en se servant de creusets qui auroient eû une grande panse & se seroient terminés par un col délié.

Après cette derniere experience seroit-il besoin pour confirmer la parfaite analogie qui est entre la congellation de l'eau & celle de la fonte, de rapporter encore qu'il arrive aux creusets dans lesquels on laisse figer la fonte de fer, ce qui arrive aux pots dans lesquels on laisse geler l'eau, on les trouve presque toûjours cassés, quoy-qu'on laisse refroidir ces creusets même au milieu des charbons.

Un fait est-il une fois connu, bien averé, on en retrouve à tout moment des preuves qu'on avoit vûës auparavant sans les reconnoître pour telles. La plûpart des moules sont composés de deux chassis que les Fondeurs ordinaires serrent dans une presse. Après avoir fait couler du Fer dans des moules, sur tout lorsque les ouvrages étoient épais, j'ai souvent vû que ce n'étoit qu'avec beaucoup de peine que les Fondeurs venoient à bout de faire tourner les écrous de leur presse; ils en étoient surpris, parce que rien de pareil n'arrive aux moules que le Cuivre a remplis. Le Fer n'avoit pu se gonfler sans gêner le moule contre la presse, beaucoup plus qu'il ne l'étoit avant

que

que ce métal y fut entré. Cela n'arrive pas si sensiblement lorsque les ouvrages du moule ont peu d'épaisseur, ils se gonflent proportionnellement moins, alors ce dont ils font ceder le sable du moule peut suffire à leur augmentation de volume.

Nous ajoûterons encore une remarque qui est une suite de la précédente. Les ouvrages de Plomb, de Cuivre, d'Or & d'Argent se trouvent toûjours plus petits que les modelles sur lesquels ils ont été faits. Les ouvrages de Fer au contraire sont égaux à leurs modelles, ou les surpassent de quelque chose.

Le Fer qui jusqu'ici n'avoit été moulé que pour des ouvrages grossiers, doit donc être reconnu pour celui de tous les métaux qui se moule le plus parfaitement, parce qu'il est le seul qui quand il devient fluide diminue de volume, & qui en acquiert comme l'eau, lorsqu'il reprend de la solidité.

Mais la nature n'auroit-elle donné cette proprieté qu'au Fer & à l'Eau? Il m'a paru necessaire de chercher si elle ne se trouvoit point ailleurs. Le Fer, & sur-tout le Fer en l'état de fonte, le cede par bien des endroits en qualités métalliques aux autres métaux, il se rapproche plus des mineraux. Entre les mineraux, il y en a aussi qui semblent se rapprocher des métaux, tels sont sur-tout le Zinc, l'Etain de glace ou Bismuth & l'Antimoine.

C'est quand j'en suis venu à comparer les pesanteurs du Zinc solide & du Zinc fondu, du Bismuth solide & du Bismuth fondu, que j'ai apperçû qu'on ne pouvoit en reconnoître les différences par deux voyes, qu'on n'auroit pas soupçonnées d'être insuffisantes, sçavoir par l'immersion d'un morceau solide dans le liquide, & en observant s'il arrive de la diminution ou de l'augmentation au volume du liquide qui se fige.

Dans le Zinc fondu j'ai jetté des morceaux de Zinc, quelque degré de chaleur qu'ait eû celui qui étoit en fusion, tant que les morceaux ont conservé leur solidité, ils ont surnagé le fluide. J'ai enfoncé très avant, & même jusques au fond d'un petit creuset conique, un morceau solide, & toutes les fois que j'en

ai fait l'experience, dès que le Zinc ſolide a été abandonné à lui-même, il eſt remonté ſur la ſurface du liquide avec autant de vîteſſe que le bois le plus leger remonte ſur la ſurface de l'eau. Par là il ſemble donc que le Zinc a plus de volume quand il eſt corps ſolide, que quand il eſt liqueur; le Zinc devroit donc augmenter de volume lorſqu'il vient à ſe figer. Cependant ayant examiné bien des fois le volume du Zinc fluide & celui du même Zinc refroidi, j'ai toûjours obſervé qu'il avoit perdu de ſon volume, & même conſidérablement en ſe figeant. La ſurface ſuperieure de celui qui étoit figé, étoit toûjours concave. De plus il reſtoit en divers endroits des cavités vuides entre les parois du creuſet & la maſſe du Zinc refroidi, il avoit donc moins de volume que lorſqu'il eſt fluide, tout au contraire de ce qui ſembloit établi par l'autre eſpece de preuve; laquelle donne le vrai! Je ſoupçonnai que ce dont le Zinc paroiſſoit avoir diminué de volume en ſe figeant, pouvoit venir de ce qui s'en étoit évaporé. Mais je reconnus aiſément le faux de cette idée, en laiſſant refroidir le creuſet plein de Zinc fondu dans des balances où il étoit en équilibre, avec un poids; pendant qu'il ſe figea, pendant qu'il diminua de volume autant qu'il étoit poſſible, l'équilibre ſe conſerva.

Il reſtoit à chercher pourquoi il arrivoit donc que le Zinc en maſſe ſurnageoit celui qui étoit fondu. Il ſe forme ſur ce dernier une pellicule comme ſur le Plomb & ſur l'Etain; je l'emportois avant d'y jetter les morceaux ſolides, & je croyois que c'étoit faire aſſés; d'ailleurs je penſois que quand un morceau avoit été enfoncé juſques au fond du creuſet, que la pellicule qui auroit pû reſter, auroit dû être forcée, être briſée, & qu'alors il n'y avoit que la différence de peſanteur qui pût ramener le ſolide à la ſurface du liquide; mais ce que j'ai reconnu par ces experiences, c'eſt que la pellicule qui ſe forme ſur le Zinc, s'y forme bien autrement vîte que ſur le Plomb & l'Etain, un inſtant ſuffit à ſa production; & elle a bien une autre force que celle de ces métaux. Le morceau lui-même, en deſcendant dans le fluide, m'a paru produire cette

pellicule ſur tout ce qu'il touche dans ſa route; & c'eſt le reſſort de cette pellicule qui ramenne le morceau en haut, à peu près comme une veſſie pleine d'eau ou d'air, rameneroit en haut le corps ſolide, qui dans le premier choc l'auroit fait ceder. La comparaiſon de la veſſie ne donne rien de trop, car il y a grande apparence que cette pellicule s'étend ſur toute la ſurface interieure du vaſe, & qu'ainſi la liqueur eſt contenuë dans une eſpece de bourſe qu'elle ſe forme elle-même.

Le troiſiéme moyen dont je me ſuis ſervi pour examiner la peſanteur ſpecifique de ce mineral en ces deux états différents, m'a convaincu que la legereté apparente du Zinc ſolide étoit uniquement dûë à cette pellicule. On évite par ce troiſiéme moyen l'effet de toute pellicule. J'ai mis au fond d'un creuſet un morceau ſolide, ſur lequel j'ai enſuite verſé le mineral fondu. Alors il n'y a que la différence réelle de peſanteur qui puiſſe élever ce morceau, auſſi alors le Zinc en maſſe n'a point remonté; d'où il ſuit que dans l'état de ſolide il eſt plus peſant que dans l'état de fluide, comme le ſont les métaux, excepté le Fer.

Mais par la même voye j'ai reconnu au contraire que l'Etain de glace eſt plus leger en maſſe que lorſqu'il eſt liquide. Ainſi le Fer & l'eau ne compoſent pas ſeuls la claſſe ſinguliere des matieres qui ſe gonflent en ſe figeant. L'Etain de glace liquide verſé ſur des morceaux de même eſpece, les a élevés à ſa ſurface, comme l'eau éleveroit ſur la ſienne les morceaux de glace qui ſeroient dans le fond d'un pot où on la verſeroit.

L'Etain de glace ou Biſmuth fluide paroît néantmoins diminuer de volume lorſqu'il commence à ſe refroidir, mais ce n'eſt que pour mieux montrer tous les phénomenes de la congellation de l'eau. On les y obſerve bien plus aiſément que dans le Fer, parce qu'il ne demande pas une ſi grande chaleur pour être tenu en fuſion, & qu'il ſe fige plus lentement; on les y voit ces phénomenes même mieux que dans l'eau qui ſe gele, parce qu'il ſe gele ou fige plus aiſément.

D'abord qu'on a tiré du feu le creuſet qui en eſt rempli, la ſurface de la liqueur eſt convexe, enſuite elle s'applanit peu à peu, quelquefois même elle paroît devenir concave, ce qui marque une diminution de volume; auſſi pendant tout ce temps l'Etain de glace eſt encore liquide, une legere chaleur ſuffit pour l'entretenir en cet état; mais dès qu'il a été refroidi juſques à un certain point, dès que la ſurface ſuperieure s'eſt figée, auſſi-tôt l'augmentation du volume commence à ſe déclarer. Cette même ſurface eſt forcée à s'ouvrir pour laiſſer échapper des gouttes du mineral, qui quelquefois s'accumulent les unes au-deſſus des autres. Souvent cette ſurface eſt percée en pluſieurs endroits, ſoit à la fois, ſoit ſucceſſivement; & ſur chacun de ces endroits ſe forment de petites boules brillantes qui ſemblent autant de perles. Le phénomene donne un plus joli ſpectacle que celui de l'eau qui ſe gele, mais dans l'eſſentiel il eſt le même : après avoir mis de l'eau chaude dans une bouteille de verre à long col expoſés-là à un air extrémement froid, & vous verrés ſon volume diminuer inſenſiblement. Aura-t-elle diminué juſques à un certain point, ſçavoir, juſques à celui où ſa ſurface commence à ſe geler, auſſi-tôt cette ſurface eſt briſée ou forcée à ſe ſoulever. Tant que la liqueur reſte fluide, elle doit ſuivre la loi générale des autres fluides qui ont d'autant moins de volume qu'ils ſont moins chauds, mais paſſe-t-elle à l'état des corps ſolides, alors elle n'eſt plus ſoumiſe à la loi des fluides.

Les boules, les petits rochers, qui ſe forment ſur la ſurface de l'Etain de glace, ne ſuffiroient pourtant pas pour prouver qu'il a plus de volume ſous la forme de ſolide que ſous celle de fluide, ſi les deux autres eſpeces de preuves ne concouroient à l'établir, parce que comme nous l'avons fait remarquer, cette augmentation eſt précédée d'une diminution. D'ailleurs il arrive quelquefois dans les coupelles où on affine l'argent, quelque choſe de pareil à ce que nous venons de rapporter ; non ſeulement la ſurface de l'argent qui s'eſt durcie eſt briſée par l'argent liquide qui cherche à s'échapper, l'argent

même s'éleve au-dessus de cette surface, & quelquefois il y prend des formes assés singuliéres qui ont donné occasion à M. Homberg de mettre ces petites masses d'argent au rang des végétations chimiques. Il attribuë leur formation à ce que la coupelle se retrecit en se refroidissant, à ce que l'effort qu'elle fait, contraint l'argent fluide à percer celui qui s'est figé. Quoi-que l'argent diminue de volume en se figeant, il semble donc en avoir augmenté. Mais ce qui n'arrive à l'argent que dans un cas singulier, arrive en toute circonstance à l'Etain de glace, j'en ai versé dans des creusets froids, & d'une forme telle que quand ils eussent été chauds, ils n'eussent pu serrer considérablement le minéral en se refroidissant, il n'en est pas moins sorti des gouttes de dedans l'Etain de glace quand sa surface a été figée. Ce qui est encore plus décisif, c'est que j'ai cassé des creusets dans lesquels l'Etain de glace s'étoit figé en partie, j'en ai retiré les culots dans un temps où l'Etain qui occupoit l'interieur du culot n'étoit point encore figé; ce qui est facile à executer, ce mineral se refroidissant assés lentement; sur ces culots entierement tirés des creusets, j'ai vû des bosses assés considérables se former aux mêmes endroits par où les gouttes fluides sortoient ci-devant des autres.

J'ai examiné si l'Antimoine solide a plus de masse que l'Antimoine fluide, en suivant les mêmes méthodes dont je m'étois servi par rapport au Fer, & à l'Etain de glace; & il m'a paru qu'il devoit être rangé dans leur classe. Les morceaux solides ont toûjours surnagé l'Antimoine fondu, enfoncés dedans ils sont revenus à la surface, sans qu'on pût soupçonner cet effet d'être produit par une pellicule pareille à celle qui se forme sur la surface du Zinc; mais il n'a pas été possible d'observer le gonflement qui devroit être produit pendant qu'il se fige, il reste trop de souflures à la surface & souvent dans l'interieur, pour qu'on puisse compter sur quelque chose. Il m'a semblé aussi que quand on le versoit liquide sur des morceaux solides, ces morceaux s'élevoient; je ne les ai pourtant jamais vû arriver jusques à la surface, parce

qu'ils se sont toûjours fondus en route.

De ce que l'Etain de glace & l'Antimoine occupent moins de volume quand ils prennent de la fluidité, qu'on n'en concluë pas pourtant que cela est propre à tous les mineraux non ductiles. Le Soufre commun est une preuve du contraire; quand il est fondu il ne sçauroit soûtenir celui qui est en masse, ce dernier se precipite au fond de la liqueur; de-sorte qu'il n'est donné de se gonfler en se figeant, dans le genre des matieres minerales, qu'à celles qui sont dans un certain état moyen entre les métaux parfaits & les mineraux parfaits.

La Cire, le Suif, comme les métaux parfaits & les parfaits mineraux, ont plus de pesanteur specifique sous la forme de solide que sous la forme de liquide. C'est toûjours la regle generale, qui souffre les exceptions que la fonte de Fer nous a donné occasion de remarquer, & quelques autres peut-être qu'on trouvera à leurs ajoûter.

Mais enfin que le Fer fondu, à l'exception des autres métaux, ait de commun avec l'eau de se gonfler en se figeant; qu'on ne retrouve cette proprieté qu'à certains minéraux, ce sont des phénoménes qu'un Physicien ne sçauroit apprendre sans faire quelques efforts pour en découvrir la cause; il seroit bien étonnant que je ne l'eusse pas cherchée, mais je reserve à un autre temps, l'explication de celle à qui j'ai crû les devoir attribuer; pour être bien établie elle m'a engagé dans un Memoire plus long que celui que nous finissons; elle m'a forcé d'entrer dans d'assés longues discussions sur la nature du Fer; elle demande même d'être tirée d'une proprieté de ce métal inconnuë jusqu'ici, qui ne laisse pas d'avoir sa singularité, quoi-qu'elle tienne à celle que nous avons examinée ci-devant. Il m'a même paru qu'il conviendroit mieux de rassembler dans un seul Recüeil les Memoires que j'ai lûs dans nos Assemblées, en différents temps, sur cette matiere, & que je n'ai point encore fait imprimer, que de continuer à les donner séparés : réünis ils s'éclairciront mutuellement. Ce Recüeil aura pour Titre, *Nouvel Art*

d'adoucir le Fer fondu. On y trouvera des procédés pour avoir des ouvrages fondus limables, que je n'avois pas encore découverts lorſque je publiai l'Art d'adoucir le Fer fondu en 1722, & qui ſont plus aiſés dans la pratique que les premiers; on y trouvera auſſi des Obſervations & des Réfléxions ſur ce métal, qui aideront peut-être à le mieux connoître.

SUR LE METEORE qui a paru le 19 Octobre de cette Année.

Par M. GODIN.

L'AURORE BOREALE commençoit par ſes frequentes apparitions depuis l'année 1716, à devenir un ſpectacle peu intereſſant, ſi ce n'eſt peut-être pour un petit nombre de Perſonnes, dont l'étude de la Nature eſt la principale occupation : c'eſt ainſi que la rareté fait preſque toûjours le ſeul merite de la pluſpart des choſes que nous eſtimons le plus; mais elle a paru le 19 Octobre de cette année avec tant d'éclat, & des circonſtances ſi variées & ſi peu ordinaires, à en juger du moins par les deſcriptions qui nous ſont connuës, qu'elle a excité de nouveau l'attention de tout le monde, avec cette différence néantmoins que les Philoſophes l'ont obſervée d'un œil tranquille, & que le Peuple toûjours porté à craindre, & qui regarde ces ſortes de phénoménes comme des préſages aſſûrés du mal, a conçû à la vûë de celui-ci, des penſées que l'on pourroit appeller extravagantes. 13 Nov. 1726.

Inutilement redirois-je ici après d'habiles Gens, que des ſemblables Meteores ont été pris ſouvent pour des Armées rangées en bataille ou des Combats Aëriens, & rapportés comme tels par des Hiſtoriens d'ailleurs très graves, qui par ignorance ou par coûtume ont adoptés de pareilles chimeres : car il y a bien de l'apparence que tout ce que nous trouvons dans les Hiſtoires, de Feux celeſtes, excepté pourtant les

Cometes que l'on a toûjours assés bien distinguées, doit se rapporter à ce que nous appellons aujourd'hui *Lumiere* ou *Aurore Boreale,* nom que M. Gassendi lui donna le premier, * & qui lui convient d'autant mieux qu'elle arrive plus souvent, & qu'elle semble toûjours venir des pays Septentrionaux : En effet, si l'on fait quelqu'attention à la bizarre diversité des figures que les Nuées semblent representer, on n'aura pas de peine à croire que les Exhalaisons qui causent le Meteore dont il est question, peuvent aussi varier en mille manieres de figure, de grandeur & de mouvement, & donner par un pur effet du hasard, occasion de s'imaginer des Haches, des Soldats, des Chevaux, & generalement tout ce que l'Esprit peut se representer.

* Gregoire de Tours donne aussi ce nom à un semblable Phénoméne observé de son Temps.

Le 19 Octobre dernier à $7^h\ 40'$ ou environ, étant monté sur la Platte-forme de l'Observatoire Royal pour voir si le temps permettroit de faire pendant la nuit quelques Observations, je découvris du côté du Nord un grand Arc d'une lumiere blanchâtre fort élevé au-dessus de l'Horison; la partie convexe de cet Arc étoit tournée du côté du Zenith & la concave regardoit la Terre; son étenduë en longueur étoit d'environ 140 degrés, commençant à l'Oüest & finissant au Nord-Est un peu plus vers l'Est. Je le reconnus d'abord pour l'Aurore Boreale, & m'appliquai à le considerer avec attention.

Tout cet Arc étoit composé de trois bandes ou zones circulaires & concentriques, un peu retrecies pourtant vers les extremités qui coupoient l'horison, les deux bandes extrêmes étoient lumineuses, d'une couleur trés blanche, & diaphanes, ensorte qu'on voyoit aisément les Etoiles au travers : la zone moyenne entre ces deux, paroissoit plus dense & tirant sur le noir, mais diaphane comme les deux autres; l'extremité inférieure de la Zone inférieure étoit fort tranchée & laissoit voir très distinctement le reste du Ciel qu'elle éclairoit un peu jusqu'à l'Horison, sa hauteur étoit de 11 degrés. Elle commençoit à l'Horison Occidental aux Etoiles de la Couronne Septentrionale, passoit un peu au-dessus de l'Etoile de la troisiéme grandeur qui est dans la tête du Bouvier, & de celle de

son

ſon bras occidental de la 4ᵉ grandeur, l'extremité de la queuë de la grande Ourſe me parut exactement au bord, de même que les deux de la 4ᵉ grandeur qui ſont dans ſon genou occidental de derriere, laiſſant un peu en dehors celle de la cuiſſe de l'autre pied de derriere marquée χ par Bayer; & enfin alloit ſe perdre à l'horiſon vers la tête du Lyon : le Ciel qui étoit un peu couvert de ce côté-là empêchoit de voir cette extremité de l'arc terminée.

De ces dernieres Etoiles de l'Ourſe, partoient ſous environ un angle de 35 degrés du côté de l'Eſt quelques colomnes de lumiere formant à peu près les clairs & obſcurs des plis d'une draperie blanche de même étoffe que la lumiere, longues environ de 5 degrés, & parfaitement terminées du côté de l'horiſon, il y en avoit de ſemblables vers l'Occident, qui prenoient leur naiſſance vers la teſte & le bras occidental du Bouvier, & étoient inclinées paraléllement aux premiéres. Au travers de cette Zone on appercevoit pluſieurs Etoiles; & même une perſonne qui étoit alors avec moi & qui a une très bonne vûë, y vit diſtinctement la petite Etoile appellée *Alcor* de la 5ᵉ grandeur, qui eſt dans la queüe de la grande Ourſe.

Cette Zone la plus proche de l'horiſon avoit 10 degrés de largeur ou environ, au-deſſus étoit la Zone obſcure qui n'en avoit que 3, au travers de laquelle on voyoit fort diſtinctement la plus meridionale des deux précédentes du quarré de la grande Ourſe qui occupoit environ le milieu de ſa largeur, cette bande obſcure avoit ſes deux extremités fort inégales & comme ondées, & l'on y remarquoit un mouvement aſſés conſidérable, ainſi que nous le dirons ci-après.

La ſeconde bande lumineuſe étoit immediatement au-deſſus, large d'environ 13 degrés, ſa plus grande hauteur ayant été eſtimée d'environ 37, ce que l'on ne put pas déterminer plus exactement à cauſe que ſa lumiere, quoi-que fort vive, n'étoit pas conſtante & uniforme comme celle de l'arc inférieur; mais qu'elle s'affoibliſſoit peu à peu, & devenoit enfin à rien vers les deux Etoiles precédentes du quarré de la petite Ourſe.

Cette Zone ſe déployoit ſur les Etoiles de la cuiſſe & de la jambe occidentale d'Hercule, ſur les plus meridionales de celles du Dragon & ſur les plus Boreales de la grande Ourſe, qu'on voyoit toutes fort aiſément : telle étoit la ſituation de cette Aurore Boreale entre $7^h \frac{3}{4}$ & 8^h.

La Zone obſcure avoit en elle-même un mouvement fort remarquable, pluſieurs monceaux de la matiere qui la formoit étoient agités & ſe mêloient les uns avec les autres, laiſſant en quelques endroits des eſpaces plus lumineux & plus blancs de la même couleur que les autres arcs; ces eſpaces étoient bien-tôt recouverts & obſcurcis par de nouvelle matiere, il y eût de ces monceaux qui parurent conſtamment aller d'un bout à l'autre de la Zone, d'Orient en Occident & déplacer ou renverſer, ou ſi l'on veut faire changer de configuration aux parties qu'ils rencontroient. Ce mouvement ne parut point ſe faire d'Occident en Orient.

On voyoit de temps en temps ſortir de la bande obſcure de grandes & larges fuſées qu'on peut appeller après M. Maraldi, des jets de lumiere, elle étoit en effet ſi vive & ſi forte qu'à $8^h \frac{1}{4}$ en ayant paru une grande quantité à la fois, les corps faiſoient une ombre auſſi denſe qu'en preſence de la Lune, & la clarté étoit ſi grande que je lûs avec facilité de très mauvaiſe écriture. Ces jets de lumiere s'élevoient plus haut que l'extremité la plus élevée de la Zone ſuperieure, d'autres s'élevoient moins, ils n'avoient pas tous un égal degré de clarté, & cette clarté s'affoibliſſoit toûjours à meſure que la hauteur étoit plus grande, à laquelle ils ſe terminoient ordinairement en pointe, & ils ne duroient qu'environ une minute en ſe diſſipant tout d'un coup. Je crûs voir que ces ſortes de fuſées ne paroiſſoient du moins en grand nombre, qu'après un mouvement ſemblable à celui dont j'ai déja parlé, ce qui repreſentoit aſſés bien un feu qui allumeroit ſucceſſivement en courant avec vîteſſe, pluſieurs fuſées rangées ſur une même ligne dans un feu d'artifice.

C'étoit-là le ſpectacle agreable que donnoit l'Aurore Boreale à $8^h \frac{3}{4}$, alors examinans toûjours avec attention ce qui

ſe paſſoit, nous vîmes dans l'arc obſcur un mouvement plus conſidérable qu'aucun que nous euſſions encore remarqué : tout cet Arc ſemblable à un broüillard aſſés rare, parut ſe fondre & ſes parties retomber les unes ſur les autres où elles recevoient en tournant ſur elles-mêmes de nouveaux accroiſſements, & repreſentoient toûjours toutes enſemble la figure de l'Arc; il en ſortit alors une quantité prodigieuſe de jets de lumiere, qui par un mouvement fort rapide couvrirent en un inſtant preſque tout le Ciel en ſe déployant & ſe dilatant en ondes ou arcs paralléles à l'Arc Boreal. Ces ondes vinrent toutes ſe briſer vers nôtre Zenith un peu au Sud-eſt, & y formérent d'abord un triangle qu'elles ne couvrirent point, mais qui peu à peu prit une forme circulaire de quelques degrés de largeur, ce qui continua de paroître de la même maniere pendant toute la durée du phénomene.

Ce fut-là le pole où tendoit tout le mouvement d'ondulation qui agitoit violemment la matiere émanée de l'Arc Boreal, elle reſſembloit parfaitement à un nuage rare, ſa couleur étoit blanchâtre, & elle ne cachoit à la vûë aucune étoile, ſon mouvement d'ondulation prenoit ſon origine vers tous les points de l'horiſon, mais principalement vers l'Arc Boreal, & en s'élevant ſe communiquoit ſucceſſivement à la matiere ſuperieure, ce qui repreſentoit aſſés bien des vagues de flammes qui alloient toutes ſe briſer au pole dont nous avons parlé.

Après ce premier mouvement d'exploſion, le phénomene prit une forme fixe, l'Arc qui lui avoit donné ſa naiſſance demeura très terminé dans la partie qui regardoit l'horiſon, & ſe réduiſit du côté du Sud à un arc d'environ 30 degrés de hauteur. La matiere du Meteore continua d'être violemment agitée, & la lumiere qu'elle rendoit paroiſſoit excitée dans les lieux qui étoient mûs comme le feu qu'on ſouffleroit; fort au-deſſous de cette matiere on appercevoit une fumée qui ſuivoit le mouvement d'ondulation de l'apparence ſuperieure.

Entre nôtre Zenith & l'Oüeſt parut un grand eſpace d'un rouge vif & éclatant qui cachoit les étoiles à la vûë, & ſem-

bloit ne point participer au mouvement dont le reste du Meteore étoit agité, il en parut un autre du côté de l'Est avec les mêmes circonstances à peu près, mais il étoit plus rare & se dissipa plûtôt n'ayant duré que quelques minutes.

Ce mouvement d'ondulation, ou si l'on veut, ces flammes répanduës en l'air continuérent ainsi jusquà 10 heures. Je descendis alors pour me préparer à observer l'émersion du premier Satellite de Jupiter de l'ombre de cette Planette qui arriva à $10^h\ 30'$, pendant cet intervalle une autre personne remarqua toûjours avec attention le phénomene qui diminuoit insensiblement, ensorte qu'à 11^h les flammes qui restoient répanduës en l'air étoient très foibles. L'arc Boreal paroissoit toûjours, & l'on ne remarqua aucune différence entre la position qu'il avoit alors & celle qu'il avoit eû du commencement que nous l'apperçûmes; car la situation différente à son égard des mêmes étoiles dont nous avons parlé, étoit précisément celle qui convenoit à la variation en hauteur qu'elles avoient eû pendant cet intervalle, nous continuâmes toûjours de l'observer, & jusqu'à minuit nous ne vîmes rien de particulier, si ce n'est un fort petit nombre de jets de lumiere qui paroissoient de temps en temps assés éloignés les uns des autres.

A minuit tout étoit reduit à l'Arc Boreal qui parut baisser & avoir un peu de mouvement du côté d'Occident, ce qui a été remarqué de même dans de semblables phénomenes arrivés en 1621 & 1720.

A minuit & demi tout le Meteore pâlit, l'Arc inférieur avoit un peu baissé & le superieur s'en étoit considérablement rapproché, ce qui avoit retreci le phénomene, ensorte que sa largeur totale étoit comprise entre les 3 dernieres étoiles de la queuë de la grande Ourse, dont deux étoient alors dans le même Azimuth à peu près. En cet état on distinguoit à peine les arcs lumineux de l'arc obscur; & l'on ne remarqua rien davantage jusqu'à $1^h\ \frac{3}{4}$ qu'il sembla joüer la derniere scene par 3 ou 4 jets de lumiere qui parurent au Nord-Oüest, mais courts & mal terminés, & qui ne furent suivis d'aucune autre apparence.

Avant de paſſer au reſte de ce Memoire, il eſt bon de remarquer que pendant les deux nuits qui avoient immédiatement précédé ce Meteore il avoit gelé ferme; le 19 fut beau & doux. Peu après le coucher du Soleil il s'éleva un vent d'Oüeſt aſſés froid qui ne dura pas long-temps. Le Ciel fut toûjours fort ſerein, excepté un peu vers l'Eſt, & aucun vent ne ſouffla pendant la principale durée du Meteore, nous crûmes même ſentir pendant ce temps-là une foible chaleur repanduë dans l'air. Peu après 11 heures il s'éleva un vent Nord-Oüeſt très froid qui dura toute la nuit; nous remarquâmes beaucoup de ces feux que le vulgaire appelle des *Etoiles qui filent*, & la pluſpart duroient plus long-temps, & formoient des trainées de lumiere plus étenduës & plus brillantes qu'à l'ordinaire. Enfin au Meteore ſucceda un broüillard mediocrement épais, qui s'étant diſſipé le lendemain après le lever du Soleil, laiſſa voir aſſés diſtinctement au Nord, & à peu près dans la même poſition, le nuage qui la nuit précédente avoit occupé ſi diverſement tant de monde.

Il eſt encore important de remarquer, que ce Meteore a paru pluſieurs nuits de ſuite après le 19, ſouvent à la verité interrompu, ou même caché par les nuages au-deſſus deſquels on l'obſerve conſtamment placé, mais il s'en falloit beaucoup qu'il ne reſſemblât au premier.

Par un grand nombre de Relations que j'ai reçûës ou qui m'ont été communiquées, il paroît que ce phénomene a été vû preſque par toute la France & en Angleterre, on l'a vû en Moſcovie, ainſi il y a apparence que beaucoup d'autres Pays l'ont vû auſſi, d'où il ſuit qu'il a été aſſés élevé au-deſſus de la Terre, mais cependant renfermé dans nôtre Athmoſphere puiſqu'il n'a point paru participer au mouvement du premier Mobile, comme cela auroit dû arriver s'il euſt été au-delà.

Toutes les Relations que j'ai vûës différent entr'elles en pluſieurs circonſtances, ce qui doit être neceſſairement, elles s'accordent toutes à peu près pour l'heure de l'exploſion dont nous avons parlé, mais non pour la durée entiere du

phénomene, quelques-unes le font finir à 10 ou 11 heures, d'autres le font durer jusqu'au jour, la grande clarté, la transparence: le mouvement d'ondulation, le pole ou la couronne du Zenith, & les nuages rouges ont été vûs aux mêmes moments & de la même maniere à très peu près; & qui plus est, la constitution de l'air a été en plusieurs endroits la même quelques jours devant & après.

A Dieppe, on vit les Roches de Lailly éloignées de 3 lieuës du Port, aussi facilement qu'en plein jour; à Rheims, on vint de Louvois distant de 4 lieuës pour secourir la Ville qu'on croyoit en feu.

On a vû près de Mantes une grande Iris assés bien marquée au-dessus de l'arc obscur qui étoit au Nord, cette Iris avoit les mêmes couleurs que celles que forment les rayons du Soleil, tout l'arc septentrional a paru auprès de Saumur se couper ou se déchirer, ainsi que porte la Relation, en deux parties à peu près égales, sans doute quelque nuage a produit cette apparence.

Dans une Relation écrite de Lyon par une personne intelligente, il est marqué que ce phénomene avoit été jusqu'alors inconnu dans ce pays, il y commença après le coucher du Soleil, on l'y a vû même le jour précédent; & le lendemain l'Observateur remarqua de même que celui de Mantes : quelques Iris, & les différentes parties de ces lumieres parurent aussi au Havre, colorées de diverses manieres.

L'Histoire des diverses apparitions de ce Meteore est très peu connuë, à peine le Meteore l'étoit-il lui-même avant l'Observation de M. Gassendi, du 12 Septembre 1621. Il est néantmoins constant par les Historiens très anciens, quand les raisons physiques ne le persuaderoient pas, qu'il a été remarqué il y a long-temps.

Je ne citerai pas ces armées vûës en l'air pendant 40 jours à Jerusalem dont le Chap. 5 du 2e Livre des Machabées fait mention, je pourrois même me dispenser de rappeller ce que dit Josephe au Chap. 12 du 7e Livre de la Guerre des Juifs, où parlant des prodiges qui précédérent la

ruine de leur capitale par Titus, il joint une apparence qui ressemble assés à l'Aurore Boreale, *le 8 Avril,* dit-il, *à 9h de nuit on apperçût une lumiere si grande du côté du Temple, (c'est-à-dire vers l'Orient,) que plusieurs croyoient que c'étoit le jour & même un très beau jour, cette apparence dura une demie-heure.*

Mais je m'arresterai à quelques traits assés anciens & à d'autres un peu plus recents que j'ai recüeillis d'un grand nombre d'Autheurs, ausquels il semble qu'on n'ait point fait assés d'attention.

Dion de Nicée, Historien fort fecond en prodiges, & qui les applique tous à de certains faits memorables, en rapporte quelques-uns qui m'ont paru dignes d'être remarqués.

Au Livre 37 de son Histoire Romaine, l'an de Rome 691, ce qui revient à 60 ans environ avant J. C. il dit, que sous le Consulat d'Antoine & de Ciceron il parut en l'air plusieurs foudres; le Ciel étant très serein, on vit plusieurs flambeaux allumés qui s'élevoient du côté d'Occident, & couroient par tout le Ciel.

Au Livre 41 il dit que le jour de la défaite de Pompée par Cesar à la bataille de Pharsale, on vit un grand nombre de feux en l'air au-dessus du camp de Cesar, qui étoit du côté du Septentrion. Il en parut encore selon lui de semblables 3 ans après, c'est-à-dire, l'an de Rome 709, lors de la victoire de Cesar sur le jeune Pompée en Espagne.

Le même Autheur au Livre 47 assûre que pendant la nuit qui précéda le combat entre Brutus & Cassius d'un côté, & Auguste avec Antoine de l'autre, donné l'an de Rome 712 auprès de Philippes Ville de Macedoine, on apperçût à Rome & dans la Macedoine une clarté semblable à celle du Soleil avec des grandes lumieres qui paroissoient à Rome venir du côté des Jardins de Cesar, situés vers le Tibre. Or il est presque certain d'ailleurs, que ces jardins étoient au Nord de la Ville à très peu près.

Xiphilin dans son Epitome de l'Histoire de Dion, rapporte d'après lui, que vers le temps de la Guerre civile entre

l'Empereur Severe & Albinus, c'eſt-à-dire vers l'an 194 de J. C. on vit tout d'un coup pendant la nuit des grands feux répandus en l'air, qui venoient du Septentrion, ce qui fit croire à quelques-uns que la Ville étoit en feu, & à d'autres que le Ciel brûloit. Dion aſſûre avoir vû lui-même ce phénomene.

Pendant les années 978, 979 & 1095, ſelon l'Autheur du *Chronicon Hirſaugienſe*, *Sigebert Urſpergenſis*, & d'autres Hiſtoriens de ce temps-là, pluſieurs prodiges parurent en l'air qui effrayerent beaucoup de peuples : en 978 on vit pendant la nuit du 28 Octobre des longues traînées de lumiere qui couvroient le Ciel. En 1095 fort fecond en Meteores, il s'en trouve un très ſemblable au nôtre, rapporté en ces termes.

» Le 24 Fevrier on apperçût en l'air des nuages rouges & » comme teints de ſang, qui partoient de l'Orient & de l'Occi- » dent, & s'alloient rencontrer vers le point du Ciel le plus » élevé, & environ le milieu des nuits il s'élevoit du Septen- » trion des clartés de feux ou des colomnes ardentes, qui en ſe » répandant voltigoient par l'air.

Cardan, *lib. 14, De rerum varietate, cap. 70*, dit expreſſément, que vers les pays Septentrionnaux on apperçoit en l'air des prodiges qui ſont plus frequents & plus étonnants que par tout ailleurs, ce qu'il avoit tiré d'Olaüs Magnus qui dans le Chapitre 3 du Livre 2 de ſon Hiſtoire du Septentrion, aſſûre qu'il paroît très ſouvent en Iſlande des feux celeſtes, & dans un autre endroit il en décrit qu'on reconnoît aiſément avoir été ſemblables à l'Aurore Boreale.

» Lorſque les neiges, dit-il, ſont hautes & couvrent la Terre, » & vers l'Equinoxe du printemps, on a coûtume de voir en » l'air du côté du Septentrion des cercles ſitués de telle maniere » qu'ils paroiſſent comme des grands Arcs qui environnent » l'horiſon de ce côté-là, & ſont d'une couleur tout à fait blan- » che à ces Arcs, il y en a d'autres ſuſpendus, ſéparés les uns » des autres & de la même couleur, ſi ce n'eſt que vers l'Orient » ils ſemblent plûtôt imiter la couleur jaune ou rouge du Soleil.

Il

Il ajoûte que ces cercles, ou comme il les appelle encore, ces *Halos*, ne durent guére plus de deux heures & demie.

On trouve encore dans l'Histoire de France écrite par Gregoire de Tours, plusieurs Descriptions de semblables Meteores. *Greg. Turon. lib. 6. An. 584, lib. 8. An. 585, lib. eod. c. 17,* &c. la description de ce dernier convient parfaitement au nôtre, & merite d'être lûë.

Cornelius Gemma dans son Livre intitulé, *De Naturæ divinis Characterismis*, imprimé à Anvers en 1575, rapporte aussi plusieurs Aurores Boreales dont il a fait graver quelques figures qui les distinguent encore mieux que les descriptions. Voyés-le, *lib. 2, pp. 30, 42, 65, 75, 162.*

En 1535, la seconde feste de la Pentecoste à 2^h après midi, par un temps serein & tranquille, on apperçût à Guben en Lusace plusieurs poutres enflammées qui traversérent lentement le Ciel, allants du Septentrion au Midi; une semblable apparence arriva de jour en Pomeranie en 1665, & en 1681 auprès de Rostoch.

En 1686 un Meteore semblable au nôtre parut à Ringaw le 23 Janvier, on le trouve décrit par Theodore Moëren dans les Ephemerides curieuses d'Allemagne, cinquiéme année. Decad. 2. Observat. 107.

En 1692 on vit à Cinq-Eglises en Hongrie un autre Meteore semblable qui tenoit de même à l'Orient & à l'Occident, il y avoit entr'autres deux larges colomnes de feu de 48 degrés de hauteur chacune, & à 88 degrés de distance l'une de l'autre.

Voilà les recherches que j'ai faites au sujet des années que ce Meteore a paru, si on les joint à celles de MM. Maraldi & Hallei, que je n'ai point voulu copier ici, on aura une Histoire assés complette des temps de ces apparitions.

Il resulte de toutes les Relations tant anciennes que modernes, examinées avec soin dans toutes leurs circonstances, que ce Meteore paroît constamment du côté du Nord, presque toûjours en Arc, dans les temps d'Automne ou de Printemps; après des années séches; l'Arc est mêlé de clair &

d'obſcur, & preſque toûjours diaphane, produit quelquefois des Iris,* & ne s'apperçoit ordinairement que la nuit.

* Corn. Gemma en rapporte une vûë à Louvain le 24 Juin 1572.

Il faut tâcher d'expliquer toutes ces circonſtances. Le Pere *Kircher* & ſon imitateur *Schottus* ont tâché d'expliquer ce Phénomene par la refléxion des objets terreſtres faite ſur des nuées opaques & congelées dans la moyenne region de l'air, qui faiſoient ſelon eux l'effet d'un Miroir, enſorte que ſi l'on croit ces Autheurs, les prétenduës armées que pluſieurs Hiſtoriens rapportent avoir été vûës, ne ſont autre choſe que la refléxion de ſemblables armées placées en quelqu'endroit de la terre, & ils ajoûtent que le bruit qu'on entend alors eſt celui que forment divers animaux terreſtres que ces mêmes nuées refléchiſſent.

On ſent aiſément le ridicule de cette opinion, & les plus exactes obſervations y ſont ſi contraires que ce ſeroit perdre du temps d'y repondre ſerieuſement.

Suno Arnelius veut que ces apparences ſoient produites par des feüilles de glace qu flottent dans la plus haute partie de nôtre athmoſphere, & refléchiſſent vers nous la lumiere qu'elles reçoivent des rayons du Soleil, même long-temps après le coucher de cet aſtre, & que le mouvement de la matiere de ce phénomene ne ſoit autre choſe que l'agitation de ces feüilles de glaces, cauſée par celle de l'air dans lequel elles nagent; mais nous ſommes convaincus que le Soleil étoit trop au-deſſous de l'horiſon dans le dernier Meteore pour avoir pu produire ces apparences, & d'ailleurs ces feüilles de glaces, qui ſans doute auroient pluſieurs figures irregulieres, cauſeroient des changements bizarres aux étoiles que nous verrions au travers.

Ces explications n'étant pas ſatisfaiſantes, nous tâcherons d'en donner une qui puiſſe rendre raiſon de toutes les apparences que nous avons citées, nous rappellerons pour cela deux experiences faites par M. Lemery, & rapportées dans les Memoires de cette Academie.

M. Lemery fit un mêlange compoſé de limaille de fer & de ſouffre pulveriſé qu'il reduiſit en pâte avec de l'eau com-

mune; ce mêlange enfoüi un pied ſous terre, fermenta au bout de quelques heures, fit crever la terre qui le couvroit, & il en ſortit des flammes.

La ſeconde experience de M. Lemery eſt une diſſolution du Fer avec l'Eſprit de Nitre, cette diſſolution fermenta violemment, s'échauffa, & donna des vapeurs rouges.

On ne doute point qu'il ne s'éleve des vapeurs de la Terre; quelle que ſoit la cauſe qui les faſſe élever, ces vapeurs contiennent neceſſairement du Nitre, du Fer & du Souffre, ces trois matieres ſe rencontrent par tout.

Cela poſé, les exhalaiſons chargées de ces trois mixtes feront des effets différents dans différents climats; les chaleurs de l'Eté & ſur-tout celles de la Zone torride en éleveront une grande quantité & les deſſécheront bientôt : leur fermentation qui ſera peu moderée ſe fera à une hauteur peu conſidérable à cauſe que l'air très rarefié dans ces pays ne pourra pas les ſoûtenir bien haut, cette fermentation leur fera prendre feu preſque ſubitement, & produira tous les Meteores de l'Eté, comme les Orages, le Tonnerre, les Eclairs, &c. qui ſont, comme l'on ſçait, très communs dans cette ſaiſon & dans les climats de la Zone torride.

Dans les pays voiſins du Pole, l'air eſt très denſe, la Terre donne à proportion moins d'exhalaiſons, ces exhalaiſons peuvent s'élever fort haut & ſont moins ſujettes à être deſſéchées, elles auront donc plus le temps de fermenter, s'enflammeront moins rapidement, & dureront d'autant plus long-temps qu'elles auront plus de matiere à conſommer. Leur effort étant beaucoup moindre que celui du Tonnerre, il ne ſe fera aucun bruit, l'on peut comparer les Meteores de ces deux différents climats, l'un à de la poudre à canon grenée qui prenant feu ſubitement, cauſe une détonation violente, & l'autre à de la même poudre à canon écraſée, dont on auroit encore adouci la compoſition par un mêlange de charbon ou qu'on auroit humectée, & qui brûleroit en fuſant ſans faire le moindre bruit.

Les pays temperés auront ſucceſſivement les ſcenes des

pays chauds & celles des pays froids, ſuivant que le Soleil s'approchera ou s'éloignera de leur Zenith.

Ils auront en l'Eté le Tonnerre & les Eclairs, dans les deux ſaiſons moyennes, les Aurores Boreales ou Auſtrales; ils les auroient ſans doute encore l'hiver plus frequemment, n'étoit la quantité de pluye qui accompagne ordinairement cette ſaiſon.

Ces phénomenes ſe formeront du côté du Pole, & il ne nous manque ſans doute que des Obſervateurs du côté du Pole Auſtral pour être aſſûrés qu'ils y arrivent auſſi; il n'y a pas long-temps qu'on les obſerve frequemment vers le Boreal.

Quand il n'y aura point de grand vent, & que ces exhalaiſons ſeront en aſſés grande quantité ſur l'horiſon, ce phénomene paroîtra en forme d'Arc, parce que les différents climats ſont terminés par des lignes paralléles à celles que décrit chaque jour le Soleil, & que ces ſortes de phénomenes doivent, comme nous l'avons déja dit, ſuivre les climats. De plus, ces matieres étant preſque homogenes, s'éleveront à peu près à la même hauteur, & formeront par conſéquent un cintre autour de la Terre.

Ces phénomenes n'arrivent ordinairement qu'après les années ſéches, parce qu'une trop grande quantité de pluye dont la Terre ſeroit imbibée fourniroit trop de parties aqueuſes parmi les exhalaiſons; & les détrempant trop, les empêcheroit de fermenter.

L'Arc eſt mêlé de clair & d'obſcur, parce qu'il n'eſt pas par tout d'égale épaiſſeur, on peut concevoir la maſſe de ces exhalaiſons comme un cylindre courbé : comme il aura plus d'épaiſſeur dans ſon milieu, ſa nuance ſera plus opaque, quoique le tout enſemble ſoit très rare, ſes parties le ſeront d'autant plus ou moins qu'elles ſeront plus ou moins éloignées du milieu, & ſa rareté cauſera ſa diaphanéïté dans la même proportion.

Après que ces exhalaiſons ſe ſeront enflammées, les parties de l'Eau qu'elles tenoient ſuſpenduës ſe rapprocheront,

ces parties d'Eau tomberont en roſée, & les rayons de lumiere qui en traverſeront les petites gouttes feront neceſſairement paroître des Iris à ceux qui ſeront placés d'une certaine maniere à leur égard. La couleur de ces Iris ſera la même que dans les Iris ordinaires.

Enfin la même raiſon qui empêche qu'on ne voye les Etoiles fixes pendant le jour, empêche auſſi de voir pendant le jour l'Aurore Boreale : on peut pourtant la voir, comme il eſt arrivé quelquefois quand la matiere qui la compoſe eſt en aſſés grande quantité pour produire une lumiere que le Soleil ne puiſſe entierement effacer.

On voit de-là pourquoi nôtre phénomene a été tranſparent : on explique aiſément ces mouvements qui l'agitoient, & qui formoient ces pointes de lumiere. On en déduira auſſi l'exploſion qui arriva dans le temps du plus grand effort de la fermentation. Ces flammes qui en émanérent, & enfin les nuages qui ont paru rouges pourront être expliqués par une plus grande quantité de fer jointe à plus de Nitre dans ces endroits : leur fermentation les a fait envelopper de fumées; celles d'Orient moins épaiſſes ont plûtôt finies, celles d'Occident plus denſes ont duré davantage; toutes deux ont eû aſſés de denſité pour nous cacher le mouvement de la matiere qui les compoſoit, & pour nous cacher même les Etoiles.

Le cercle fait proche le Zenith & l'arc au Sud que les flammes n'ont pas couvert, ſont plûtôt des effets du haſard & de la direction de la matiere, jointe à ſa vîteſſe, que des ſuites de quelque cauſe conſtante.

Enfin la fumée que nous avons vûë ſous le phénomene, n'eſt autre choſe que les parties aqueuſes mêlées dans les exhalaiſons, qui rapprochées par le feu, ont été reduites en gouttes de roſée & renduës par-là plus peſantes, ont dû deſcendre juſqu'à ce qu'elles ayent trouvé un air capable de les ſoûtenir, ce ſont elles, qui comme nous avons déja dit, ont cauſé des Iris.

Il reſteroit à ſçavoir la hauteur de ce phénomene au-deſſus de la Terre; mais il ne nous a pas été poſſible de tirer

cette connoiſſance des Relations qui nous ont été communiquées, la pluſpart étant peu exactes, & les autres ne faiſant aucune mention des circonſtances neceſſaires à cette détermination.

REMARQUES
SUR
LA PLANTE APPELLE'E A LA CHINE
HIA TSAO TOM TCHOM,
OU
PLANTE VER.

Par M. DE REAUMUR.

21 Aoust 1726.

NOus laiſſons à l'Hiſtoire de cette année à apprendre la reconnoiſſance que l'Académie doit au Pere Parennin Jeſuite, pour les magnifiques preſents qu'il lui a faits, & celle que lui doit même toute l'Europe ſçavante pour les ſoins qu'il a pris de faire admirer ſes productions à la Chine. Il a traduit pluſieurs volumes d'Ouvrages de Phyſique en Langue Tartare, dont il nous a envoyé des Exemplaires. Nous avons auſſi reçû de ce Pere des échantillons de quelques drogues & de quelques racines propres à étendre nos connoiſſances ſur l'Hiſtoire naturelle.

Entre les racines eſt celle d'une plante qui ſeroit un étonnant prodige, ſi ce qu'on en débite à la Chine, & ſi ce qu'en apprend ſon nom ſeul, étoit vrai. On l'y appelle *Hia tſao tom tchom;* ce qui veut dire, au rapport du Pere Parennin, qu'elle eſt Plante pendant l'éte, & que pendant l'hyver elle eſt ver. Dans l'état où eſt aujourd'hui la phyſique on eſt peu diſpoſé à croire une telle merveille. Au lieu que le nom de la plante ſemble annoncer qu'elle ſe transforme toute en un ver, à en juger par les pieces que nous avons reçûës, la meta-

morphoſe ne ſe feroit que dans une portion de chaque racine, mais la merveille n'en ſeroit pas moins grande.

Le Pere Parennin nous marque que cette Plante paſſe pour étrangere à la Chine, qu'elle y eſt très rare, qu'on n'en trouve guére qu'au Palais de Pekin; qu'elle croit dans le Thibet, & qu'il en croit auſſi quelque peu ſur les frontieres de la Province du Sſet chouen, qui confine avec ce Royaume, mais qu'il n'a pu parvenir à voir la plante entiere, ni ſes fleurs, ni ſes feüilles, ni ſa tige. Il n'en a eû que des racines dont les vertus paſſent pour aſſés ſemblables à celles du Ginſeng, avec cette différence que ceux qui en font uſage n'ont pas autant à craindre les hemoragies. Il nous a envoyé environ 300 de ces racines, qui n'offrent rien de ſingulier à la vûë, les plus groſſes ont environ trois lignes de diametre, où elles en ont le plus, & les plus longues ont trois pouces de longueur. On n'a pas cherché à relever la valeur du preſent, on les donne pour des plus petites & des moins eſtimées.

A ces racines qui n'ont rien de ſingulier dans leur figure, on a joint de celles qui paſſent pour s'être transformées en Vers. Les figures 1 & 2 en repreſentent deux, vûës dans des ſens différents. Le Pere Parennin a raiſon d'aſſûrer, *que rien ne repreſente mieux un Ver de 9 lignes de long, qu'on y voit la tête & tout le corps bien formés, la bouche, les yeux, les pieds, les deux côtés du ventre, les plis ſur le dos, & enfin qu'elle eſt* (cette portion de la racine) *toute ſemblable à un Ver ſec de couleur jaunâtre, & que tout y paroiſt quand elle eſt recente; car avec le temps ſi on l'expoſe à l'air, elle ſe corrompt aiſément & devient un peu noire à cauſe de la tenuité de ſa ſubſtance qui eſt molle & tout à fait du gouſt de la noiſette ſechée à l'air.*

Rien ne manque effectivement, à ce qui ſe trouve au bout de ces racines, à la reſſemblance parfaite d'un Ver ou d'une Chenille; auſſi ne ſçauroit-on douter que ce ne ſoient veritablement de ces inſectes : mais la merveille ſe reduit ſans doute, à ce qu'ils choiſiſſent les racines de cette Plante, pour s'y attacher lorſqu'ils ſont preſts à ſe metamorphoſer en Aurelies ou en Nymphes. Les naturaliſtes connoiſſent un grand nombre

de Vers & de Chenilles qui se cachent sous Terre, lorsque le temps où ils doivent changer de forme est prochain. M. Valisnieri celebre Professeur de Padouë, en a décrit de cette espece de singuliers, d'où naissent les mouches des rosiers. D'autres especes vivent toûjours sous terre jusques au temps de leur transformation. Dans l'un & l'autre de ces genres les uns se cachent simplement sous terre, d'autres s'attachent aux racines des plantes; tel est celui qui fait une coque qui donne de la glu, sur lequel M. de Jussieu a communiqué à l'Academie les Observations d'un de ses amis.

Il reste pourtant une singularité remarquable au Ver ou à la Chenille du Thibet, qui auroit pu faire penser en France, comme à la Chine, à ceux qui ne sont ni Physiciens ni Observateurs, qu'une portion de la racine s'est métamorphosée en Ver, c'est que cette Chenille attache sa queüe précisément au bout de la racine, de maniere que le corps de l'insecte semble ètre un prolongement de cette même racine.

Il est pourtant facile, avec un peu d'attention, de reconnoître où finit la Plante & où commence l'Animal, car la racine a des fibres ligneuses aisées à distinguer. S'il est permis de décrire la manœuvre d'un insecte, que nous ne sommes pas à portée d'observer, sur ce que l'inspection des parties séches conduit à imaginer, il paroist qu'avant de s'attacher à une racine, il en coupe le petit bout, qu'il creuse ensuite une cavité dans l'extremité de la partie qui est restée. Il loge dans cette cavité le bout de sa queüe, il l'y assujettit & fixe, peut-être par le moyen d'une glu dont il a soin de l'enduire; il y a apparence qu'il laisse toute l'enveloppe de Ver ou de Chenille collée au bout de la racine lorsqu'il se change en Aurelie. Rien n'est plus ordinaire que de trouver des dépoüilles qui ont exactement la figure de l'insecte qu'ils ont couvert. Les Araignées, les Ephemeres, & quantité d'autres insectes nous en font voir journellement. Si on trouvoit plus communément des Cornes pareilles à celles que M. Mairan envoya à l'Academie en 1716, & si elles n'y étoient observées que par des Chinois ou par le commun des François, on en diroit

des

des choſes au moins auſſi ſurprenantes que celles qu'on rapporte de la Plante Ver. Cette Corne étoit garnie par un bout de longs tuyaux ſoyeux, qui dans l'interieur étoient ſanguinolents, on les avoit pris pour des racines pouſſées par la Corne, quoi-qu'ils fuſſent réellement habités par des Vers dont ils étoient l'ouvrage.

EXPLICATION DES FIGURES.

LA figure premiere repreſente une des racines de la Plante *Hia tſao tom tchom* avec la portion qu'on prétend s'être transformée en Ver. *AB* eſt réellement une partie de cette racine. *BC* eſt ce que nous regardons comme la dépoüille d'une eſpece de Chenille attachée à cette racine, vûë de côté. En *B* eſt la cavité où l'inſecte a logé le bout de ſa queüe.

La fig. 2[e] repreſente une autre Racine de la même Plante, avec la dépoüille de l'inſecte vûë du côté du ventre. *G* eſt la tête de l'inſecte. *F* l'endroit où ſa queüe eſt engagée dans une cavité creuſée au bout de la racine.

La fig. 3[e] fait voir une portion de la racine, priſe depuis *B* ou *F* juſques un peu au-deſſous, dont on a écarté les fibres ligneuſes.

La fig. 4[e] montre la cavité d'où on a tiré le bout de la queüe de l'inſecte.



ESSAI D'ANALYSE EN GENERAL DES NOUVELLES EAUX MINERALES DE PASSY;

Avec des raiſons ſuccinctes, tant de quelques phénomenes, qu'on y apperçoit dans de différentes circonſtances, que des effets de quelques operations, auſquelles on a eû recours pour diſcerner les matieres, qu'elles contiennent dans leur état naturel.

Par M. BOULDUC le Fils.

PLUSIEURS perſonnes ayant déja examiné ces Eaux, & même communiqué au Public ce qu'ils ont penetré par leur travail & leurs Obſervations, on s'étonnera peut-être, que j'en entreprenne de nouveau l'analyſe : mais quand on voudra bien conſidérer, qu'un jour enſeigne l'autre, & qu'un phénomene, auquel on ne s'attendoit pas, doit nous porter à un *nouvel examen*, lequel nous fait ſouvent trouver des matieres cachées, qu'il eſt important de dévoiler; j'eſpere que le Public, qui a déja trouvé dans ces Eaux des ſecours ſalutaires, & qui forme encore des eſperances au-deſſus des premiers ſuccés, portera un jugement favorable ſur mon entrepriſe, & me ſçaura gré de joindre mes nouvelles découvertes à celles, que de très habiles Gens ont déja données.

Quand ces Eaux furent annoncées au Public dès le temps de leur établiſſement, je me contentai, comme firent pluſieurs autres Artiſtes, d'en faire évaporer une petite quantité, & le fruit de mon travail fut d'y trouver une *eſpece de roüille de fer* & un peu de *Sel cryſtalliſé en maniere de houpes.* Mais en

Mem. de l'Acad. 1726. Pl. 16. pag. 306.

ig. 1.

C

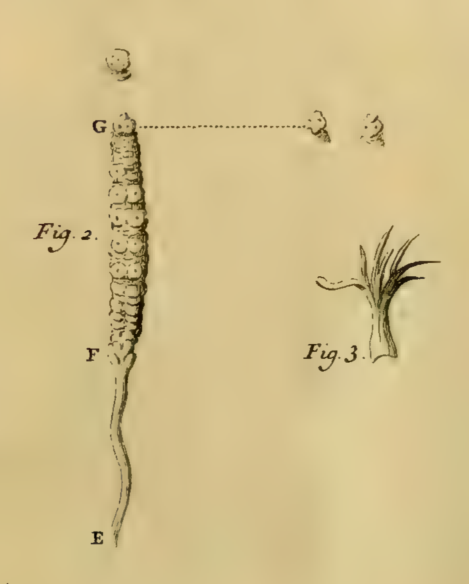
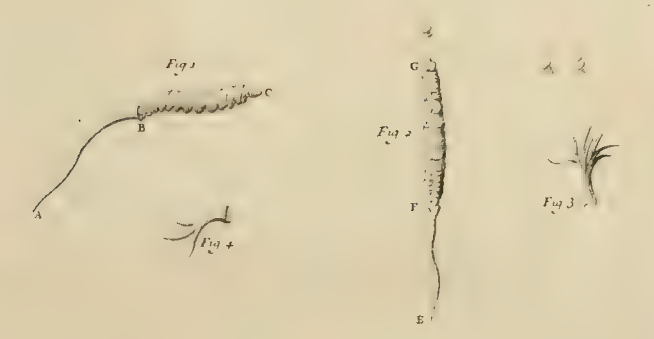


Fig. 4.

Ph. Simonneau filius Fecit.



Ph. Simonneau filius Fecit

1724 la curiosité m'ayant porté à rechercher encore dans la seule source, qui subsistoit alors, s'il n'y avoit point quelque chose au-delà de ce que j'avois d'abord trouvé; je distillai un volume considérable de ces Eaux dans un même vaisseau, versant toûjours de l'Eau Minerale fraische sur la residence, que je voulois grossir au point, que je pusse en faire plus facilement différentes experiences, que j'avois projettées. Alors l'eau en s'évaporant dans ce travail, laissant presque toûjours la résidence à sec, j'eus occasion entre plusieurs choses d'en remarquer *deux,* qui n'ont point encore été observées. *Premierement,* toutes les fois que l'eau fraische sentoit un peu la chaleur du vaisseau, elle faisoit voir une agitation entre les principes, dont elle est composée, ou *une espece de fermentation,* qui ne cessoit entiérement que quand tout le fer étoit précipité. *Deuxiémement,* ayant fait fondre la residence avec de l'eau commune bien pure, je la filtrai soigneusement, & j'en obtins après une lente évaporation, *un sel tout jaune.* Ce sel rendoit une odeur vive & penetrante, que les témoins de mon operation ne pouvoient définir; les uns y trouvoient l'odeur du souffre, quand il brûle actuellement, les autres l'odeur des fleurs d'hematites faites avec le Sel armoniac, & quelques autres y trouvoient du rapport avec l'odeur de différentes autres choses.

Cette varieté de sensations ne m'étonna pas par la suite; la résidence, qui contenoit différents principes, faisoit naître ces différentes opinions. En effet, quand on verse quelques gouttes d'Esprit de Vitriol sur ce Sel, il s'en éleve promptement des vapeurs visibles d'une forte odeur de Souffre allumé, mêlée pourtant de l'odeur de quelque autre acide beaucoup offusqué par celui du souffre, qui y prédomine; & quand on distille ce Sel tout seul, il fournit non seulement un esprit volatil & penetrant, dont cependant l'odeur paroît plus uniforme & plus simple, que celle de ces vapeurs, dont je viens de parler, mais il donne encore en même temps une portion de vrai souffre mineral : Enfin cet esprit, que la distillation fournit, aussi-bien que le Sel jaune même, dont on le tire,

précipitent tous les deux, quoi-que d'une maniere différente; l'argent diſſout en eau forte.

Ces nouveautés imprevûës ſembleroient favoriſer l'opinion de quelques Medecins, qui croyent, que l'on ne doit juger des remedes qu'en obſervant les effets qu'ils produiſent. Ils conviennent à la verité, que le chemin des obſervations & des experiences, ſur-tout quand il s'agit de la vertu des Eaux Minerales, eſt un chemin ſûr; mais auſſi d'une longueur qui les revolte. Ils voudroient en quelque façon nous engager par-là à negliger la ſeule route, qui peut nous conduire à une exacte verité, & bannir toute ſorte d'incertitude. Mais lorſqu'il s'agit de rendre les remedes, du moins les composés, ſalutaires, tout le monde convient, qu'il eſt important de ſçavoir d'avance, de quels principes ces remedes, ſur-tout les Eaux Minerales, ſont composés : on en fait pour lors une application plus heureuſe; & ceux, qui en font uſage, s'y livrent avec plus de confiance.

C'eſt pour raſſûrer ceux, qui ont recours à ce remede, & pour donner de nouvelles facilités à ceux, qui les ordonnent, que je me ſuis déterminé à examiner plus amplement les nouvelles Eaux de Paſſy, dans l'état où elles ſont preſentement, & je vais en rapporter ce qui m'a paru de plus évident & de plus démonſtratif; me renfermant au reſte dans les bornes d'une *ſimple analyſe generale.*

Avant que d'y entrer, je rapporterai en peu de mots quelques circonſtances eſſentielles, qui conviennent à mon deſſein, tant *de leur état naturel,* que *de l'alteration,* à laquelle elles ſont ſujettes par la chaleur de l'air & par celle du feu; & finalement j'ajouterai ce que l'*évaporation & la diſtillation* y font appercevoir.

Les nouvelles Eaux Minerales conſiſtent actuellement en *quatre Sources,* dont l'eau eſt claire & limpide en tout temps : Elles ont toutes les quatre un goût de fer, les unes plus, les autres moins, mêlé d'une legere adſtriction & de quelque choſe de piquant, ou ſelon quelques-uns, de vineux; l'odorat en effet y diſtingue quelque choſe de volatil & de penetrant.

On les appelle également *ferrugineuſes,* parce que l'on n'a eû que le *fer* pour objet en leurs donnant ce nom; & on ne les diſtingue que par *Premiére,* qui a le plus de fer; *Deuxiéme,* qui en a un peu moins; *Troiſiéme,* qui en a encore moins; & enfin *Quatriéme,* qui paroît en avoir la plus petite quantité. Les Teintes, qu'elles prennent avec la Noix de Galle, plus ou moins rouges ou violettes, & plus ou moins promptes, démontrent en général la différente quantité du fer, qu'il y a dans ces quatre ſources.

Ces Eaux conſervent leur limpidité & leur goût de fer pluſieurs mois dans les ſaiſons froides, ou dans des endroits froids, & dans des vaiſſeaux bien bouchés; mais moins longtemps dans des ſaiſons chaudes : Toutesfois elles dépoſent toſt ou tard un ſédiment ferrugineux, jettent à la ſurface une pellicule ou crême luiſante de diverſes couleurs; & à la longue elles perdent entierement leur goût de fer, & leur goût piquant; ce qui dénote un changement conſidérable.

Ce dépoſt & ce changement, dont je viens de parler, ſe fait bien plû-tôt, quand on expoſe une bouteille pleine de ces Eaux à la chaleur du Soleil en été; & encore de beaucoup plus promptement, quand on les expoſe à l'évaporation ou à la diſtillation, quelque douce chaleur qu'on y employe. On apperçoit dans ces derniers cas, que l'eau ſe trouble peu à peu, qu'il s'y fait un mouvement en tout ſens, qu'il s'éleve du fond & des parois des vaiſſeaux quantité de petites bulles d'air, leſquelles montant à la ſurface y crevent & dépoſent ce qui doit former la pellicule : En un mot, il s'y fait *une vraye fermentation,* ou, pour mieux dire, une *efferveſcence lente :* Tant qu'elle dure, l'eau conſerve encore un peu de goût du fer, & teint à proportion avec la Noix de Galle : quand elle finit, ce goût eſt perdu, il ne ſe fait plus de teinte, l'eau s'éclaircit, devient très legerement ſalée, & le fer eſt tombé.

Il paroît ſingulier, que *dans le vuide de la Machine Pneumatique,* ces Eaux boüillonnent plus que certaines liqueurs ſpiritueuſes, jettant de groſſes bulles d'air des parois & du fond du vaiſſeau, de la même maniere qu'on les voit dans les

effervefcences; & qu'étant retirées au bout d'un demi-quart d'heure, elles fe troublent bien-tôt après, & dépofent enfuite leur fer infenfiblement. Dans la faifon, où nous fommes, le fer eft précipité en moins de trois jours après cette operation, quoi-qu'on garde ces eaux fortant de là dans un endroit froid, & bien bouchées.

Dans *la diftillation* en particulier, où le vaiffeau contenant eft couvert, on n'apperçoit point de crême variante comme dans l'évaporation à vaiffeaux ouverts; il paroît feulement à la furface de l'eau quelques *fibres brillantes,* lefquelles fe joignant petit à petit & groffiffant infenfiblement, tombent & forment des cryftaux : Enfin, en continuant la diftillation jufques à ficcité, la derniere goutte de ces eaux n'a pas plus que la premiere ni goût ni odeur, ni n'eft fufceptible d'aucun changement, quelque liqueur qu'on y mêle : La cucurbite fent feulement un peu l'empyreume ou le gras brûlé; & les matieres, qui compofent toute la *réfidence,* étant entierement affaiffées, fe trouvent à peu près en cet ordre : *Le fer,* comme le plus pefant, & qui ne paroît d'abord que comme une roüille, occupe le fond; par deffus lui eft repanduë, notamment dans la troifiéme & quatriéme Source, une *pouffiere blanche très fine,* qui ne fe trouve point dans les refidences de la premiere & deuxiéme Source; enfuite on voit des *cryftaux tranfparents & brillants;* & enfin le tout eft couvert d'une *maffe confufe, blanchâtre* & *faline au goût,* laquelle a cela de particulier, que, quand l'air la frappe quelque temps, elle s'humecte & devient en grande partie fluide.

Il s'agit prefentement de féparer toutes ces matieres les unes des autres; de les examiner pour les *difcerner;* de les démontrer; & enfuite de prouver, *en quel état* elles fe trouvent dans ces Eaux Minerales fraifches & non alterées.

J'ai dit au commencement, que tout le monde apperçoit, fans beaucoup chercher, un goût *de fer* dans ces Eaux, que quelques-uns expriment par celui de l'ancre, dans laquelle à la verité le fer entre, étant contenu dans le Vitriol. On y reconnoît donc aifément *la prefence du fer,* d'abord par le goût.

La Noix de Galle le confirme après par les teintes plus ou moins rouges ou violettes, qu'elle fait prendre à ces Eaux tout comme aux ſolutions plus ou moins fortes du Vitriol de Mars, où le fer eſt diſſout.

Et enfin le ſédiment ferrugineux, qui ſe dépoſe de ces Eaux comme une roüille de fer, frappe tellement la vûë, qu'il n'y a plus lieu d'en douter.

Mais comme quelques-uns pourroient prendre ce ſédiment pour une terre ferrugineuſe ou mine de fer imparfaite, qui n'a que la diſpoſition à devenir fer, & que certains Autheurs appellent dans cette idée, *Primum ens ferri;* On peut les aſſûrer, que c'eſt du *vrai fer, du fer parfait*, fondé ſur ces experiences. 1.° Ce ſédiment ferrugineux étant ſéparé des Eaux ſe diſſout de nouveau par tous les acides mineraux; & ce qui eſt plus, il teint alors de nouveau avec la Noix de Galle, comme ſi l'on avoit diſſout de la limaille de fer dans ces acides; ce qu'une ſimple terre ferrugineuſe ne fait nullement. 2.° Ce ſédiment ſéché & jetté deſſus du Nitre fondu le fait fuſer comme fait la limaille de fer. 3.° Ce ſédiment après avoir été bien rougi dans un creuſet exactement couvert, ou fondu ſeul & ſans addition, pour en diſſiper un reſte de matiere ſaline qu'il retient dans ſa précipitation, s'attache promptement à l'Aimant; ce qui eſt une *proprieté eſſentielle au fer parfait;* & qu'une ſimple terre ferrugineuſe, ni même le fer, quand il eſt épuiſé de ſon principe inflammable, n'ont point.

Ce fer doit être diſſout & attenué par quelque *diſſolvant* pour s'étendre dans l'eau & pour ne pas troubler ſa limpidité.

Je viens de faire entendre, que tous les trois acides mineraux diſſolvent le fer; mais il faut que j'ajoûte ici, qu'aucune de ces trois diſſolutions n'a ni ce goût picquant, approchant du vineux, ni préciſément la même odeur penetrante & volatile, qu'on apperçoit dans nos Eaux. Quel peut donc être ici le diſſolvant du fer, qui donne à l'eau ces qualités & ces prérogatives?

Bien des Auteurs, qui ont examiné les acidules ou Eaux ferrugineuſes en différents temps, ont toûjours ſoupçonné,

qu'elles renfermoient en elles *quelque chose de volatil* & *de ſpiritueux;* mais n'ayant pas pu s'en ſaiſir pour l'expoſer aux yeux, & le rendre ſenſible à l'odorat, *ſans mélange & tout ſeul,* ils ont ſuppoſé, que cette matiere étoit tellement fine & penetrante, qu'elle s'échappoit petit à petit de tous les vaiſſeaux les mieux bouchés, & qu'elle éludoit tous les ſoins & attentions des Artiſtes. Mais les Modernes, attentifs aux circonſtances dans l'examen & l'analyſe des Eaux, ont enfin penſé, que *ce volatil* ne pouvoit être que le *diſſolvant même* du fer. M. Hoffmann à Halle s'explique là-deſſus dans ſes Obſervat. Phyſic. Chymic. en ces termes : *La plus grande partie des acidules ont un Sel vitriolique, qui eſt rarement fixe, mais le plus ſouvent ſubtil & volatil.* M. Lemery ayant travaillé ſur de pareilles Eaux dit dans ſon Memoire de 1701 qu'il y a reconnu *un eſprit vitriolique très volatil & très leger,* ſelon toute apparence, par le goût & l'odeur des Eaux mêmes; ce qui n'eſt pas difficile à un connoiſſeur comme lui. Et M. Stahl enfin aſſûre poſitivement dans une Diſſertation *de Acidulis & Thermis*, qu'on peut même *ſéparer des acidules un eſprit vitriolique.*

Les idées & les aſſûrances de ces habiles Gens, & encore particulierement les indices d'*un acide vif & volatil,* que j'avois eû moi-même par mon *Sel jaune*, dont j'ai parlé au commencement, étoient trop forts pour me permettre de croire, qu'un *principe eſſentiel à ces Eaux*, pût entierement s'échapper. J'ai donc voulu m'aſſûrer davantage du fait, & j'ai cherché le moyen d'avoir ce diſſolvant, dont il eſt queſtion, ſéparément & ſans mêlange.

Voici comme j'ai procedé pour y parvenir : J'ai ſéparé toute *la maſſe ſaline*, qui fait une partie de la reſidence & qui ſe diſſout aiſément dans l'eau; je l'ai ſéparée, dis-je, d'avec le reſte, qui ne ſe diſſout point dans l'eau; & après l'avoir deſſéchée lentement, je l'ai diſtillée *ſeule & ſans addition*, & j'ai eû le plaiſir de voir, qu'à une chaleur très mediocre il s'en éleve des vapeurs, leſquelles ſe condenſent inſenſiblement & forment de petites goutes, qui découlent le long du vaiſſeau en *ſtries* ou *veines graſſes,* comme une liqueur ſpiritueuſe, & que

que la distillation continuée avec une plus forte chaleur sur la fin, il s'en sublime aussi du vrai souffre mineral, dont je parlerai en son lieu.

L'Esprit retiré du Recipient est d'un goût legerement aigre, mais d'une odeur de souffre allumé tellement vive & pénétrante, que l'odorat a de la peine à la soûtenir quelque temps : En un mot, c'est un *Esprit sulphureux ou vitriolique très volatil:* Et l'on peut assûrer, qu'il est dans son genre, par rapport à sa vivacité, ce que l'esprit de Sel Ammoniac est dans celui des alkalis.

Voilà donc ce que ces Eaux avoient de volatil & de spiritueux, réüni ensemble; & voilà en même temps un dissolvant très convenable au fer, & propre à imprimer aux Eaux des qualités particulieres, heureusement trouvé.

Cet acide volatil combiné avec le fer, dans le Laboratoire souterrain, fait un *Vitriol naturel,* & tel, que l'Art n'a pas pû imiter jusques à present. C'est par cette combinaison, que ces Eaux ont un goût de fer d'une legere adstriction; c'est par-là, qu'elles ont quelque chose de picquant & d'aigrelet, qui est, selon quelques-uns, comme vineux; & enfin cette odeur volatile & penetrante, que l'on y remarque. Et j'ose bien augurer, pour le dire ici en passant, que beaucoup d'autres Eaux appellées Acidules possedent le même principe.

Mais, dira-t-on, pourquoi ces Eaux perdent-elles *dans certaines circonstances,* leur goût vitriolique totalement, & sans qu'il en reste aucun vestige? pourquoi cet acide, une fois uni au fer, l'abandonne-t-il? & en l'abandonnant que devient-il, & comment se retrouve-t-il? Est-ce un jeu, qui dépend de quelques tours mysterieux? Nullement. Si l'on veut bien supposer pour un moment, qu'il y a dans ces Eaux une *matiere alkaline,* quand ce ne seroit que cette *poussiere blanche,* qui se trouve dans la residence, on verra, que tout est simple, & que c'est tout au plus un jeu naturel, mais conforme aux experiences journalieres & aux rapports, que la Nature a établis entre un grand nombre de substances : Et par-là différents phénomenes se dénoüeront naturellement, & les raisons de

leur production s'expliqueront comme d'elles-mêmes.

On ſçait, que toutes les fois, que l'on joint un alkali aux ſolutions métalliques, leurs diſſolvants acides s'uniſſent avec l'alkali ; les ſubſtances métalliques tombent; & le goût, que ces ſolutions avoient d'abord, eſt détruit ou changé. Le mêlange du Vitriol & du Sel de Tartre, après les avoir diſſouts, peut ſervir d'exemple.

On ſçait auſſi, que, quand on mêle un alkali avec un acide, ils s'agitent & boüillonnent enſemble, ce qu'on appelle *effer-veſcence*, laquelle continuë juſques à ce que des deux il ſe faſſe un troiſiéme mixte, *un ſel moyen.* L'exemple allegué a encore lieu ici, parce qu'il produit les mèmes effets, que le ſimple mêlange de l'Huile de Vitriol avec le Sel de Tartre.

L'un & l'autre arrive dans ces Eaux : L'acide, qui eſt dans leur Vitriol, trouvant en ſon chemin une terre alkaline, pour laquelle la Nature lui a donné plus de penchant que pour une ſubſtance métallique, s'unit & ſe lie avec elle à meſure qu'il peut ſe détacher du fer; & cela ſe fait à proportion du mouvement, que ces Eaux peuvent avoir par le plus ou le moins de rarefaction de l'air interieur. Ainſi cette nouvelle *liaiſon, de l'acide & de l'alkali,* ſe fait d'abord lentement & d'une maniere imperceptible dans les ſaiſons froides & dans des endroits froids; mais très viſiblement, avec agitation & efferveſcence dans des temps chauds, au Soleil, & de même ſur le feu : C'eſt-là préciſément, qu'il ſemble, que tous les deux hâtent leur union, que l'air interieur, en ſe rarefiant, en gonflant & agitant ces Eaux, favoriſe conſidérablement. Dans cette occaſion auſſi, & particulierement, *quand on éva-pore ces Eaux dans des vaiſſeaux ouverts,* quelques parties le-geres, qui peuvent ſuivre le mouvement des bulles de l'air, qui va s'échapper, ſont portées à la ſurface, où étant arrêtées & comme ſigées par la fraîcheur de l'air exterieur, elles for-ment la *pellicule* ou *crême luiſante;* laquelle crême ne ſçauroit ſe trouver *dans la diſtillation,* qui ſe fait à vaiſſeaux couverts, parce que les vapeurs chaudes, qui s'élevent continuellement des Eaux & circulent à leur ſurface, remêlent ſans ceſſe le

tout, & renvoyent chaque matiere à *ſon ſemblable.*

Dans *le vuide de la Machine Pneumatique*, à meſure que l'air interieur des Eaux ſe rarefie & ſort, il les agite, & facilite la frequente alliſion de l'alkali contre l'acide, deſorte que leur union ſe fait aſſés promptement quoi-que ſans feu; & le fer tombe peu à peu entierement.

C'eſt donc à cauſe de l'*alkali*, que l'*efferveſcence* eſt excitée dans ces Eaux; & c'eſt par lui, que leur Vitriol ſe reſout & ſe décompoſe, & que le fer eſt précipité. Alors ces Eaux ne peuvent plus avoir ni leur premiére odeur, ni le goût Vitriolique, ni les autres qualités, qui dépendent de l'union du fer & de ſon diſſolvant : Elles ſemblent auſſi avoir alors perdu totalement leur acide volatil & ſpiritueux.

Mais, ſuivant ce que j'ai dit plus haut, que le diſſolvant du fer s'unit avec une terre alkaline, cet acide ne doit pas ſe perdre; il doit au contraire former avec cette terre *un ſel moyen*, &, par conſéquent, ſe trouver dans la maſſe ſaline, qui fait une portion de la Réſidence de nos Eaux. J'appellerai ce nouveau Sel, qui ſe forme dans le temps du changement des Eaux, *le Sel ſulphureux*, parce qu'il approche de celui, que M. Stahl fait par la vapeur du Souffre allumé & le Sel de Tartre, & n'en différe que par ſa baſe, qui eſt terreuſe, comme la ſuite le fera voir.

Pour vérifier cette penſée, j'ai diſſout *une reſidence ſaline toute nouvelle* par de l'eau commune diſtillée, & après une évaporation convenable je l'ai laiſſée ſe cryſtalliſer; ce qui étant fait, j'ai eû des *cryſtaux*, dont la plus grande partie étoit figurée comme *des Parallélogrammes*, & quelques-uns, ayant deux angles oppoſés un peu dejettés, approchoient en quelque façon *de la Loſange;* les uns & les autres étoient d'un goût legerement amer, mêlé de quelque choſe d'âpre. Il y a apparence, que M. Stahl a reconnu ce Sel, puiſqu'il dit dans ſon *Specimen Beccherianum* & dans ſon *Traité des Sels*, qu'il y a dans les Acidules une eſpece de *Sel compoſé*, qui approche fort de celui de Glauber; & comme la terre le fournit à ces Eaux, il le met au nombre des Sels mineraux.

Pour moi, je ne connoiſſois point alors de Sel de cette configuration, & j'avois de la peine à croire, qu'il ne fut pas ſimple; cependant l'évenement m'a convaincu ſur ſa composition & ſon mêlange; & voici comment.

Quand on diſtille ce Sel tout ſeul par une chaleur mediocre, l'*eſprit vitriolique volatil,* qui y eſt renfermé, *paſſe pur & ſans mêlange* dans le recipient, & laiſſe en arriere une maſſe confuſe *comme une poudre blanche;* laquelle ayant encore de l'amertume, & ſe diſſolvant en grande partie dans l'eau, fait aiſément juger, qu'elle contient encore quelque choſe de ſalin. En effet, quand on diſſout cette poudre blanche de nouveau dans l'eau & qu'on filtre la ſolution, il reſte d'abord ſur le papier une terre alkaline, qui fermente avec tous les acides; & l'eau, qui a paſſé le filtre, évaporée & cryſtalliſée, preſente du vrai *Sel de Glauber;* qui eſt connoiſſable par ſa configuration ordinaire en colomnes quarrées, taillées aux extremités en facettes de diamant, par ſon goût amer ſuivi de fraîcheur, par ſa facilité à ſe diſſoudre dans un poids égal d'eau, & à fondre promptement ſur le feu, & par différentes autres proprietés, qui achevent ſon caractere.

Par le recit, que je viens de faire, on remarquera aiſément, que le *Sel ſulphureux* n'eſt qu'un effet ou ſuite de l'alteration de nos Eaux, & qu'il ne peut s'y trouver qu'après la décomposition totale de leur Vitriol. On remarquera auſſi, que l'acide volatil des Eaux, bien loin de s'échapper & de ſe perdre, ſe retrouve ici dans la maſſe ſaline de la reſidence, bien arrêté dans les pores de la terre alkaline, juſques à ce que la chaleur du feu ſurvienne & l'en dégage; & enfin on obſervera, que cet acide incorporé dans la terre, & devenu Sel conſiſtant, *ſe confond dans la cryſtalliſation avec une partie du Sel de Glauber.*

Ce dernier Sel exiſtoit très-probablement dans la Nature avant que *Glauber* eût ſongé à faire le *ſien;* cependant nous avons obligation à cet Auteur de nous en avoir communiqué la compoſition, car c'eſt par là, que nous ſçavons preſentement, que le Naturel, auſſi-bien, que celui, qu'on fait par art,

doit avoir pour un de ſes principes *la terre du Sel Marin.*

Cette connoiſſance m'a porté à ſoupçonner, qu'il pourroit bien y avoir *du Sel Marin en ſubſtance* dans nos Eaux, d'autant qu'au rapport de M. Duclos on en trouve dans d'autres Eaux Minerales tant chaudes que froides. J'avouë, que j'ai été long-temps à le pouvoir développer malgré pluſieurs indices, que j'en avois par différentes experiences, & qu'enfin aucune ne m'a plus éclairci de la verité que celle-ci : Nos Eaux Minerales précipitent l'argent diſſout par l'eau forte en un caillé blanc & terne : Et comme j'ai dit à l'Aſſemblée publique, que cette précipitation demandoit quelque circonſpection, j'ajoûterai ici, qu'elle conſiſte en ce qu'il faut mettre peu de ſolution d'argent dans l'Eau Minerale; autrement il ſe fait deux ſortes de précipités ou chaux d'argent, l'une volatile & l'autre fixe. Cinq à ſix gouttes d'une forte ſolution d'argent coupellé m'ont ſuffit ſur chaque deux livres ou pintes d'eau pour réüſſir dans mon deſſein. Ayant donc amaſſé quelques gros de ce précipité d'un grand volume d'eau, je l'ai mêlé, après l'avoir deſſéché, avec un poids égal de cinnabre, & l'ai pouſſé au feu dans une phiole, dont la moitié étoit enfoncée dans le ſable, & la partie la plus convexe découverte & à l'air : alors ce mêlange a produit une double échange : le ſouffre, qui étoit dans le cinnabre, s'eſt porté ſur l'argent & l'a arrêté au fond; reciproquement l'acide, qui avoit auparavant précipité l'argent, quittant celui-ci, s'eſt ſaiſi du Mercure, qui étoit dans le cinnabre, & eſt monté avec lui au haut du vaiſſeau en vrai ſublimé Mercuriel ou Mercure doux. Or étant certain, que pareille préparation Mercurielle ne peut ſe faire qu'avec du Sel Marin ou ſon principe ſalin, j'ai été dès lors confirmé de ſa preſence dans nos Eaux; & il ne s'agiſſoit plus que de l'avoir cryſtalliſé & en grains. Pour cet effet, voici comme je m'y ſuis pris.

Après avoir ſéparé, par le moyen de la cryſtalliſation, de la maſſe ſaline, que j'avois diſſoute & retirée du reſte de la reſidence, après en avoir ſéparé, dis-je, tout le Sel figuré en parallélogrammes, & encore une portion de Sel de Glauber,

qui lui succede en sa propre configuration, j'ai continué à évaporer ce qui me restoit de la solution saline le plus doucement qu'il est possible, & saisissant avec attention le point, qu'à peine une nouvelle crystallisation paroissoit commencer à se faire, je l'ai d'abord exposée à la fraîcheur de l'air; & quelque temps après j'en ai retiré plus de *Sel Marin,* que je ne pouvois au commencement esperer d'y trouver; lequel est au reste connoissable par sa figure cubique, par son goût salé connu à tout le monde, par sa decrepitation sur le feu, par l'effet de volatilité, qu'il imprime à l'argent en le précipitant, & par différentes autres proprietés.

Ce Sel enlevé, il reste *une Eau jaune, grasse & onctueuse au toucher,* qui devient, en continuant l'évaporation, *toute rousse,* & répand de plus en plus une odeur de *bitume,* mais ne se crystallise plus : quand on la desséche lentement sur le feu, c'est une masse indistincte, grasse pourtant, & salée, & d'un roux foncé, qui reprend bientôt de l'humidité à l'air & redevient fluide : En un mot, c'est ce qu'on a coûtume d'appeller *Eau-mere du Sel commun,* qui est un mêlange de ce Sel & d'un *bitume* ou *Huile Minerale.* Si l'on y verse de l'Huile de Vitriol, elle exhale l'esprit de Sel très sensiblement; & si l'on y mêle du Sel de Tartre dissout, la terre du Sel Marin s'en précipite.

A l'égard de la matiere grasse & onctueuse, qui est dans cette Eau-mere, si on la considere en elle-même, c'est un *bitume liquide* ou *Huile Minerale,* que je n'ai pas pû séparer de cette Eau, ni de son Sel, qu'elle renferme encore, *en sa propre consistence fluide ;* & je n'ai pû employer que deux moyens, pour parvenir à détacher l'huile de cette *Eau,* & pour prouver en même temps, que celle-ci ne contient plus, après cela, qu'un reste de Sel Marin. Le *premier* est celui, qu'on pratique dans les Salines, où l'on fabrique du Sel, que des Eaux de fontaines salées charient, & où l'Eau-mere est plus abondante, qu'on ne le souhaite; c'est d'y jetter du sang de bœuf, quelque colle de poissons, ou des blancs d'œufs, & de les faire boüillir ensemble : par ce moyen, cette huile, s'entrelaçant avec les parties mucilagineuses & fibreuses de ces matieres,

s'éleve en écume; laquelle étant emportée, le Sel, qui reste, graine aisément, & est ensuite moins sujet à s'humecter. Le *Deuxiéme* paroîtra d'abord un peu embarrassé, mais ne le sera nullement pour les connoisseurs en Chymie; & me conduira à dire un mot du *Souffre*, dont j'ai fait mention plus haut : c'est de distiller l'Eau-mere avec une quantité proportionnée d'Huile de Vitriol : Cet acide, comme le plus fort, saisit *la terre du Sel Marin*, & reste, converti avec elle en Sel de Glauber, au fond de la cornuë, pendant que l'*esprit de Sel*, détaché de sa base, passe dans le recipient; mais par dessus cela une portion de l'acide Vitriolique s'unissant avec ce qu'il y a d'*inflammable* dans l'Huile ou bitume, *dont* il préfere la societé à toute autre substance, forme du *Souffre mineral*, qui s'éleve au haut du vaisseau.

Et c'est-là précisément ce qui arrive aussi, quand on distille toute la résidence saline de nos Eaux ensemble, dans laquelle l'acide fixe du Vitriol, qui est contenu dans le Sel de Glauber, rencontrant cette Huile, qui accompagne le Sel Marin, produit avec elle, par l'aide du feu, un *vrai Souffre Mineral*.

Surquoi on remarquera néantmoins, que *ce Souffre* est alors une *production de l'art;* & qu'il ne se trouve pas formellement & en sa propre substance dans ces Eaux. Cependant il y a encore bien du monde, qui soutient, qu'elles ont une odeur de Souffre, & qu'il y a du Souffre réellement, peut-être entraîné par un Ecrit publié ci-devant, où l'on dit, que *le fer* y étoit *élaboré en Souffre*. Je n'entreprendrai pas de discuter cette expression, ni de démêler, si l'odeur ordinaire des Eaux, qui dépend du fer & de son dissolvant, n'impose pas à ces personnes : je me contenterai de rapporter quelques raisons fondées sur des experiences generalement connuës, que chacun peut examiner pour s'assûrer du fait. *Le Souffre Mineral* ne sçauroit se mêler seul & par lui-même avec l'eau, il y *surnage* & *paroît à la vûë;* & pour qu'il s'y mêle, il faut qu'il soit combiné & lié avec un corps alkalin; mais alors ils font ensemble un *hepar sulphuris*, qui répand bientôt une *odeur*

d'œuf couvi; dont perſonne n'a jamais apperçû la moindre choſe dans ces Eaux; & enfin, quelque part que le *Souffre* ſe trouve ſous la forme de l'*hepar*, ſi le moindre acide ſurvient, il en eſt *de nouveau détaché, & précipité*, la liqueur prend une couleur laiteuſe plus ou moins jaune, & l'odeur d'œuf couvi augmente conſidérablement. Rien de ſemblable n'arrive à nos Eaux : j'en ai mêlé avec les acides mineraux, j'en ai même évaporé après ce mélange; mais elle a conſervé ſa limpidité, ſans la moindre puanteur & ſans la moindre précipitation, depuis le commencement juſques à la fin. Je laiſſe après cela à juger, s'il peut y avoir du Souffre Mineral.

Le *Nitre ou Salpêtre*, qu'on a dit être dans les Nouvelles Eaux, va de pair avec le Souffre; on a crû avoir des raiſons pour l'y ſuppoſer; mais outre, que ces raiſons ne ſont point évidentes, ce Sel ne ſçauroit échapper à nos eſſais & à nos operations; & je puis aſſûrer, que, quelque tentative que j'aye faite, je n'y en ai pas trouvé le moindre veſtige.

Je reviens de cette Digreſſion, que je n'ai faite que dans la ſeule vûë de la verité, à ce que j'ai encore à dire ſur l'*Huile minerale*. Elle donne des marques de ſa preſence *premierement* dans les verres des Buveurs, qui croyent quelquefois, qu'ils n'ont pas été rincés, tant l'Eau minerale les rend gras en peu de temps; *enſuite* dans la peau ou crème, qui ſe forme par la chaleur & l'évaporation à la ſurface des Eaux, où étant entrelacée & arrêtée avec d'autres matieres elle repreſente un enduit ou vernix luiſant & de diverſes couleurs; *après cela* elle donne de ſes indices dans la diſtillation par l'empyreume ou le gras brûlé, que ſent la cucurbite; & *enfin* elle ſe trouve reſſerrée & réünie dans l'Eau-mere, de laquelle elle répand une forte odeur bitumineuſe, quand on en continuë l'évaporation juſques à ſiccité.

Après avoir fini ce que j'avois à rapporter ſur cette partie ou maſſe ſaline de la réſidence, qui ſe diſſout aiſément, je crois devoir dire un mot de mon *Sel jaune*, comme l'un des premiers motifs de mon analyſe & de ma recherche. Son *mélange* & *ſes effets* ſeront plus aiſés à penétrer après la connoiſſance

connoissance des Sels, que j'ai exposés jusques ici.

Voici, comme je conçois, qu'il s'est formé : j'avois accumulé dans un même vaisseau beaucoup de résidence des Eaux, où se trouvoit renfermé naturellement le *Sel Sulphureux* avec le *Sel de Glauber*, le *Sel commun* & l'*Huile Minerale;* & comme je les faisois circuler ensemble long-temps, ajoûtant un grand nombre de fois de nouvelle Eau, j'avois converti une partie de l'acide vitriolique fixe, contenu dans le Sel de Glauber, *en Souffre, par la voye humide,* & par conséquent en *hepar sulphuris,* le Souffre restant lié avec la terre de ce Sel; & communiquant sa couleur à tout le *mêlange.*

Appliquons maintenant la connoissance de ce Sel aux effets, qu'il a produits.

Le mêlange de l'hepar avec le Sel Sulphureux, le Sel commun, & l'Huile Minerale faisoit naître une odeur, qu'on ne pouvoit pas définir, parce qu'elle n'étoit pas simple.

Et le Sel jaune, dans son entier, jetté dans une solution d'argent, en faisoit différents précipités; l'un *volatil,* par le Sel commun ; un autre *fixe,* par le Sel de Glauber; & un troisiéme par l'hepar sulphuris, que l'on peut appeller un précipité *moyen* par rapport au Souffre, qui y est attaché.

Quand on versoit de l'Huile de Vitriol sur ce Sel jaune, il s'en élevoit des vapeurs aigres très vives, mais mêlangées. C'étoit l'Esprit de Sel, l'Esprit Vitriolique volatil, & quelque chose de l'hepar; parce que l'Huile de Vitriol les dégageoit ou développoit en saisissant leurs bases terreuses.

Mais en distillant ce Sel jaune tout seul, il ne s'en séparoit que l'Esprit vitriolique volatil, qui n'a pas besoin d'intermede pour se détacher de la terre, qui fait sa base; & en même temps il s'en élevoit du Souffre Mineral, qui étoit autant celui, qui s'étoit formé par la voye humide, que celui, que le feu achevoit de faire dans la distillation par un reste de Sel de Glauber & l'Huile Minerale.

Enfin, quand je voulus séparer les différents Sels contenus dans le seul Sel jaune par le moyen de l'esprit de vin, dont j'ai à parler ci-après, la Dissolution prit bientôt l'odeur

de l'hepar ſulphuris, parce que mon Sel en contenoit réellement.

Je paſſe maintenant à examiner la *pouſſiere blanche*, qui fait une partie de la réſidence. C'eſt une Terre fine & impalpable, qui fermente avec tous les acides; & ceux des acides, qu'on appelle mineraux, la diſſolvent. C'eſt donc une *Terre abſorbante & alkaline;* dont cependant je ne ſçaurois encore déterminer poſitivement l'eſpece, quoi-que j'aye lieu de ſoupçonner, que c'eſt celle, qui peut ſervir de baſe au Sel Marin; ſoit que la Nature ne l'ait pas encore impregnée de ſon acide, ſoit qu'elle l'en ait privée par quelque operation, qui m'eſt inconnuë, & que les Artiſtes cherchent depuis long-temps à mettre en execution ſelon leurs idées.

Cette Terre eſt l'unique cauſe de l'efferveſcence, qui arrive dans nos Eaux, & de la décompoſition de leur Vitriol; dont j'ai parlé plus au long.

Elle donne d'abord *par ſes effets* des marques de ſa preſence dans les Eaux nouvellement puiſées : Les deux premiéres Sources, chacune ſéparément, verdiſſent legerement la teinture des violettes; les deux autres beaucoup, quoi-que lentement. De même les deux premiéres Sources précipitent peu de fer d'une ſolution de Vitriol ordinaire; & les deux autres une plus grande quantité. Toutes les quatre ſources ſe mêlent froides & chaudes avec le lait ſans le cailler; elles le préſervent même pluſieurs jours contre le caillebottement; au lieu que le Vitriol ordinaire l'accelere, & le fait dans l'inſtant, quand on l'y mêle étant diſſous : Et c'eſt cet avantage, qui peut autoriſer la practique des Anglois, qui dans certaines circonſtances font prendre avec ſuccés les Eaux Minerales Ferrugineuſes avec du lait. Enfin *les réſidences* des deux Dernieres ſources bien lexivées ou lavées fermentent encore avec les acides à cauſe de cette terre, qui s'y trouve mêlée; ce que celles des deux Premiéres ne font nullement. On demandera ſans doute la raiſon de cette différence? La voici : Toute la meſure de l'alkali, que les deux Premiéres Sources avoient dans leur état naturel, a été juſtement employée à ſaouler

l'acide de leur vitriol dans le temps de leur alteration, & de l'évaporation, de maniere, qu'il ne peut plus y en avoir de reste dans leurs residences; mais comme dans les deux dernieres Sources il y a naturellement peu de Vitriol; & encore peu en comparaison de leur terre alkaline; il faut aussi peu de cet alkali pour absorber l'acide de leur Vitriol; desorte qu'il se trouve un bon reste ou surplus de cette terre dans leurs résidences. Ce que je viens de dire de la surabondance de l'alkali dans les deux derniéres Sources, se confirme par le *sédiment* même, qu'elles déposent naturellement en s'écoulant dans leurs bassins & rigoles; lequel, outre le fer, renferme déja une bonne quantité de terre alkaline, qui produit les mêmes effets, que celle, qui se trouve dans la résidence après l'évaporation; Toutes les deux sont précisément la même chose.

Cela étant, n'auroit-on pas raison de distinguer *ces deux dernieres Sources* d'avec les Premiéres, & de les appeller *Eaux ferrugineuses & alkalines*, ou simplement *Eaux minerales alkalines*, par rapport à cette substance, qui y prédomine, & qui n'est pas destituée de qualités & de vertus? Cela sera décidé dans la suite à la pluralité des voix.

Il reste à voir ce qu'est cette substance, qui parmi les matieres de la résidence paroît d'abord en *crystaux transparents & brillants.*

Elle est semblable, par sa configuration, à un autre mixte, que les Naturalistes ont rangé parmi les Pierres figurées, & auquel ils ont donné de différents noms, qu'il est inutile de rapporter ici. Et comme le nom n'importe pas à l'essence de la chose, je conserverai avec plusieurs Auteurs, & particulierement avec M. Dale Anglois, celui de *Selenite* à nos crystaux; pas tant, parce qu'il y a quelque similitude apparente entre eux, mais parce que cet Auteur a observé, qu'on la trouve principalement auprès des Eaux minerales purgatives, comme à Ebsom, & en d'autres endroits.

En effet, ce que cet Auteur assûre du lieu ordinaire de sa naissance, est confirmé à Passy: non seulement il s'en trouve dans les glaises répanduës çà & là sur le côteau de ce Villa-

ge; mais la couche ou banc de glaise, qui entoure les sources minerales, en est aussi tout rempli.

Je laisse presentement indécis, si elle passe de cette glaise dans nos Eaux, ou non, quoi-que je panche beaucoup pour l'affirmative.

A l'égard de nos crystaux, ou cette Selenite, que les Eaux fournissent *dans la distillation*, elle commence à paroître, après qu'une certaine quantité d'eau est diminuée environ de la moitié, comme de petites *fibres brillantes*, qui se soûtiennent quelque temps à la surface; mais grossissant successivement en tous sens, elles tombent au fond du vaisseau, *comme d'autres crystaux de sels*, & augmentent encore là plus ou moins en volume selon le temps, qu'on leur accorde, & enfin ces crystaux affectent toûjours *une même configuration*, qui est au premier coup d'œil rhomboidale, mais en l'examinant de près on voit, que les quatre côtés étroits, qui terminent cette figure, sont encore relevés par deux faces. J'en ai parmi ceux, que j'ai laissé crystalliser lentement, qui ont trois lignes de long sur plus d'une ligne de large.

Or la crystallisation avec la regularité constante de la configuration, & le plus ou moins de volume, que prennent ces crystaux selon différentes circonstances, ce sont des accidents familiers aux *Sels moyens* : & le Mixte en question, ayant l'un & l'autre de commun avec eux, nous fait entrevoir par-là, qu'il en est *un* aussi, je veux dire, qu'il est un *Sel moyen* lui-même.

Pour m'en rendre plus certain, il a fallu pousser la recherche & la comparaison plus loin. On sçait, que l'on peut changer quelques sels moyens, selon qu'on les travaille, en des *Composés* différents de ce qu'ils étoient d'abord; de quelques autres on peut *transporter un de leurs principes* sur un autre corps; on peut les *décomposer*, & s'assûrer par là, de quels Principes ils sont combinés. J'ai voulu voir, si nôtre Mixte soûtiendroit ces épreuves.

Pour cet effet, j'en ai rougi un temps convenable au feu, mêlé avec du poussier de charbon; & d'autresfois avec d'autres

matieres inflammables; alors il s'eſt converti en *hepar ſulphuris*, dont l'odeur ſe développoit promptement. J'ai eû le même ſuccés, en beaucoup moins de temps, quand je l'ai fondu, ſelon la méthode de M. Stahl, avec du Sel de tartre, jettant quelque corps inflammable par deſſus.

J'en ai fondu auſſi avec le Sel de tartre tout ſeul; & ce mêlange, après l'avoir diſſous dans de l'eau commune chaude, & filtré, a laiſſé beaucoup de terre ſur le papier; & l'eau, qui avoit paſſé, étant évaporée & expoſée à ſe cryſtalliſer, a produit un *tartre vitriolé* de figure octaëdre, dur, amer, & de ſes proprietés ordinaires.

Par les effets de ces operations, pluſieurs perſonnes conviennent de la qualité ſaline de nôtre Mixte; mais quelques-uns objectent encore, qu'après qu'il eſt une fois cryſtalliſé, il ne ſe diſſout plus dans l'eau, & qu'ainſi une qualité eſſentielle aux Sels lui manque. A quoi, je réponds : 1.° Que d'habiles Gens, M. Stahl entr'autres, & Kunckel avant lui, ayant connu des Sels, ſemblables en bien des choſes au nôtre, & qu'on avoit toute la peine poſſible à diſſoudre dans l'eau, n'ont pas laiſſé de les reputer pour tels; ſans doute, parce qu'ils connoiſſoient leur compoſition. 2.° Que cette indiſſolubilité, dont on l'accuſe, n'eſt qu'apparente; puiſque par le moyen d'une douce chaleur, mais continuée long-temps, & de beaucoup d'eau, j'ai réſous les plus gros cryſtaux, que j'en avois, de la même maniere, que nous concevons, qu'ils ſont diſſouts naturellement dans l'Eau Minerale même : Et quand on verſe alors ſur cette ſolution du Sel de Tartre, réſous par défaillance, il s'en précipite beaucoup de terre, que les acides mineraux ſont en état de diſſoudre de nouveau.

Après ces preuves de Legitimation je ne puis regarder ce Mixte que comme un *Sel moyen* combiné de l'*acide vitriolique fixe*, & de beaucoup de *terre;* je dis, *beaucoup*, en comparaiſon de ſon acide ou Principe ſalin; & c'eſt-là la raiſon de ce qu'il ne ſe diſſout pas promptement dans l'eau.

Voilà enfin tout ce que mes lumiéres m'ont permis de pénétrer & de reconnoître dans ces Eaux. C'en ſera peut-être

aſſés pour perſuader ceux, qui n'ont point encore pris de parti : Mais les perſonnes, qui voudront défendre leur préjugé, en diſant, que *les Sels* ſont des productions de l'art par le ſecours du feu, & ſelon leur expreſſion *des créatures du feu*, en exigeront davantage.

Pour convaincre ces derniers de la preſence réelle des Sels dans nos Eaux, j'ai cherché différents moyens; & à la fin j'en ai trouvé un, qui eſt fort ſimple, & que chacun peut imiter facilement avec une petite quantité d'Eau. C'eſt celui-ci : je verſe ſur huit onces, par exemple, d'eſprit de vin, pareille quantité d'eau minerale de la premiére Source, qui ait déja dépoſé ſon fer : ſur le champ ce mêlange blanchit comme du lait, & la *Selenite* tombe peu de temps après au fond du vaiſſeau : Alors je ſurvuide ce qui reſte clair dans un autre vaiſſeau, & y ajoûte encore quatre à cinq onces d'eſprit de vin : Et quelque temps après il s'y forme des cryſtaux longuets, les uns après les autres; c'eſt le *Sel de Glauber* & celui, qui approche de la figure du parallélogramme. Quand je m'apperçois, que les cryſtaux n'augmentent plus ni en nombre ni en volume, je ſurvuide la liqueur claire pour la derniere fois, & y ajoûte encore quatre à cinq onces d'eſprit de vin, & le *Sel Marin* ſe graine finalement très menu.

L'Eſprit de vin doit être bien rectifié & fort; autrement le Sel Marin reſte fluide au fond du vaiſſeau mêlé avec l'Huile Minerale, & très diſtinctement ſéparé d'avec le reſte de la liqueur.

Si l'on veut encore abreger cette eſpece d'analyſe, on peut laiſſer geler l'Eau Minerale dans un temps froid à un tiers ou quart près : par-là elle ſe dephlegme ou concentre comme d'autres liqueurs ſalines & ſpiritueuſes : les glaçons diſſouts à la chaleur ne ſont qu'une eau ſimple, mais l'eau concentrée au dedans eſt plus forte qu'auparavant à tous égards; avec laquelle on peut proceder de la même maniere, que j'ai déja expoſée, & on en ſéparera les différents Sels en moins de temps, avec moins d'eſprit de vin, toûjours ſans feu & fort à l'aiſe.

Après une analyſe de cette eſpece pourra-t-on encore donner le nom de creatures du feu à ces différentes ſubſtances ſalines?

De tout ce que j'ai dit & démontré juſques ici je conclus enfin, que les matieres contenuës dans ces Eaux fraiſches & non alterées ſont : un *Vitriol naturel,* du *Sel de Glauber,* du *Sel Marin,* un *Bitume liquide* ou *Huile Minerale,* de la *Terre alkaline* & de la *Selenite,* dont le mêlange bien également étendu dans une eau claire & bien filtrée au travers de la terre fait ce Composé merveilleux, que la Nature travaille elle-même & nous fournit abondamment : Et comme toutes ces matieres, à la Selenite près, ſont d'un effet connu par l'uſage, qu'on en fait tous les jours, on en peut inférer d'avance, que ces Eaux doivent être *rafraiſchiſſantes, émollientes, aperitives en général,* & en même temps *roborantes, diuretiques* & *purgatives.*

A l'égard de la Selenite, nous n'en pouvons pas ſçavoir au vrai les vertus, n'ayant pas encore été employée ſéparément. Cependant comme pluſieurs Praticiens attribuënt un effet précipitant aux terres abſorbantes, quand elles ſont à demi ſaoulées d'acide; ne peut-on pas eſperer le même effet de ce Mixte, que la Nature elle-même a preparé de cette façon? Ou, ſi on veut le conſidérer comme un corps difficile à diſſoudre & pourvû de pluſieurs angles pointus, qu'il conſerve en petit, comme ils paroiſſent en grand, ne peut-il pas, quand il eſt une fois entré dans le commerce des liqueurs, avec leſquelles il doit rouler en divers ſens, ne peut-il pas là, dis-je, heurter à coups redoublés contre les parois des vaiſſeaux, reveiller les oſcillations des fibres & membranes affoiblies, & contribuer par-là à rêtablir le reſſort des parties relâchées?

Mais ce ſont là des conjectures, ſur leſquelles je n'inſiſterai point. Ce Mixte, ayant déja été ſujet à des conteſtations, ira plûtôt lui-même en qualité de Sel ſe preſenter au Tribunal de la Medecine, & en attendre ſon jugement en dernier reſſort.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL, FAITE A THURY PRE'S DE CLERMONT EN BEAUVOISIS.

Le 25. Septembre 1726.

Par M. CASSINI.

L'ECLIPSE du Soleil du 25 Septembre 1726 devant arriver près du coucher du Soleil, je me preparai à l'obſerver par deux différentes méthodes. La premiére avec une lunette de 8 pieds placée ſur une machine parallactique & garnie d'un Micrometre à reticules, tel que je l'ai décrit dans les Memoires de l'Académie de 1724. La ſeconde par le paſſage des bords du Soleil & des cornes de l'Eclipſe par le fil horiſontal & le vertical d'un quart de cercle de deux pieds de rayon, placé dans la partie ſuperieure de la Tour où je fais mes Obſervations, de la maniere que nous l'avons pratiqué dans l'Eclipſe du Soleil obſervée à Genes le 6 Decembre 1696, & dans d'autres occaſions où le Soleil étoit près de ſon lever ou de ſon coucher.

Cette derniere méthode n'eſt point ſujette aux erreurs cauſées par les refractions, deſorte que l'on peut s'en ſervir avec plus d'avantage lorſque le Soleil eſt près de l'horiſon où les refractions ſont plus grandes & varient ſouvent irregulierement.

Le Soleil fut découvert juſqu'à quatre heures & demie, ce qui me donna le loiſir d'ajuſter mon Micrometre de maniere que les deux fils exterieurs compriſſent exactement l'image du Soleil; auquel cas les autres fils placés à diſtances égales les uns des autres, diviſoient le diametre du Soleil en douze

douze parties égales pour la mesure, des doigts éclipsés.

Le Soleil fut ensuite couvert par les nuages jusqu'à 4^h $54'$ $32''$ que nous l'observâmes par les reticules Eclipsé

de..	3	doigts	10	minutes.
à 4^h $56'$ $45''$ l'Eclipse étoit de	3	doigts	30	
à 4^h $59'$ $39''$ de..........................	4	doigts	0	

Je continuai ensuite d'observer l'Eclipse par le passage des bords du Soleil & des cornes par les fils horisontal & vertical du quart de cercle d'où j'ai tiré les quatre Phases suivantes.

A 5^h	$6'$	$3''$..............................	4	doigts	34	min.
5	9	56..............................	4	doigts	54	
5	16	43..............................	5	doigts	28	
5	22	42..............................	5	doigts	58	
5	39	38 par les reticules.....	6	doigts	10	

Suivant ces Observations comparées ensemble par la méthode que l'on employe pour calculer les Eclipses du Soleil, on trouve que son commencement a dû arriver à 4^h $35'$, & son milieu à 5^h $35'$, auquel temps le Soleil étoit éclipsé de six doigts & un quart.

Cette Eclipse a été observée à Montpellier par M. de Plantade qui nous a envoyé le détail de cette Observation, pendant laquelle l'air fut fort serein.

Il détermina le commencement par une Lunette de 14 pieds à 4^h $52'$ $7''$, & la plus grande Eclipse à 5^h $49'$ $57''$, auquel temps le Soleil parut éclipsé de 7 doigts & 10 minutes.

Il nous a aussi envoyé l'Observation de l'Eclipse de Lune du 11 Octobre 1726, que l'on n'a pas pû observer à Paris ni à Thury, à cause des nuages qui couvrirent le Ciel pendant toute sa durée.

Il détermina le commencement à Montpellier à 3^h $47'$ un peu douteux, l'ombre étant confuse & confonduë avec la penombre. Il continua d'observer les Immersions & Emersions des Taches de la Lune, & il détermina la fin à 6^h $23'$

autant qu'il put s'en aſſûrer, l'ombre étant confuſe & effacée par la grande clarté du jour. Il trouva auſſi à $5^h\ 3'\ 47''$ la plus grande Eclipſe de cinq doigts 47 minutes.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DE SOLEIL,

Du 26 Septembre 1726.

FAITE A L'OBSERVATOIRE ROYAL.

Par M. GODIN.

DEs deux Eclipſes qui devoient arriver cette année 1726. Nous n'avons pû obſerver que celle de Soleil, pendant laquelle même le Ciel n'a pas été entierement favorable. Il y avoit alors ſur le Soleil & vers ſon Bord occidental, deux Taches aſſés apparentes, circonſtance rare.

Je déterminai par les Méthodes ordinaires la poſition de ces Taches ſur le diſque apparent du Soleil, devant & après l'Eclipſe, & je plaçai au foyer d'une Lunette de 9 pieds un Reticule compoſé de pluſieurs filets de ſoye paralléles & également diſtants les uns des autres, ce qui eſt fort commode pour ces ſortes d'Obſervations.

L'Eclipſe commença ſans que j'y fiſſe attention à cauſe qu'elle devança beaucoup le Calcul de *la Connoiſſance des Temps.*

Voici les Phaſes que je pris dans la ſuite marquées en Temps vrai.

A 4^h	$43'$	$6''$	l'Ombre à la Tache Occidentale.
	44	32	l'Ombre à la Tache Orientale.
	58	42	l'Eclipſe étoit de 3 doigts $24'\ 11''$.

A 5h	0′	7″ l'Eclipſe étoit de	3	doigts	38′	20″.
	1	42	3		45	30
	4	15	4		7	0
	7	7	4		50	0
	15	59	5		33	0
	17	1	5		43	45
	19	59	5		54	30
	32	22 (Par un Papier huilé, ou Tambour mis au foyer d'une autre Lunette.)	6		15 envir.	
	34	22	6		16	0
	36	22	6		16	0
	40	52	5		54	30
	47	37	5		33	0
	55	22	4		50	0

Les nuages épais nous cachérent enſuite le Soleil, & nous ne pûmes rien obſerver davantage.

Le commencement de cette Eclipſe fut obſervé à Aire en Artois par un Pere Jeſuite à 4h 35′, mais les autres Phaſes n'ont pû y être déterminées exactement à cauſe des Nuages.

Le P. Borgondio Jeſuite Profeſſeur de Mathematiques à Rome, y obſerva le commencement de cette Eclipſe.

A 5h 31′ 16″ un peu plûtôt.

5	35	17	L'Eclipſe étoit de	1	doigts.
5	39	7	elle étoit de	2	
5	44	19	elle étoit de	3	

Les Nuages l'empêcherent auſſi de ſuivre le progrés de l'Eclipſe.



OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES DE L'AN M. DCCXXVI.

Par M. MARALDI.

ON n'a point vû durant les huit premiers mois de l'année 1726 aucune apparence ſenſible de l'Aurore Boreale. Nous la vîmes pour la premiére fois le 26 Septembre immédiatement après le crepuſcule, comme une lumiére conſtante & uniforme, foible du commencement & peu étenduë; mais dans la ſuite elle devint plus claire & plus grande. Elle parut dans ſon plus grand éclat entre dix & onze heures, après quoi elle diminua; deſorte qu'après minuit elle n'étoit preſque plus ſenſible : on vit durant ſa durée un petit nombre de jets de lumiere qui s'élevoient perpendiculairement à l'horiſon.

Nous en apperçûmes une nouvelle apparence le 14 Octobre vers les 7 heures du ſoir. Mais elle fut de peu de durée, ſoit qu'elle ſe diſſipât d'elle-même, ſoit qu'elle fut effacée par la clarté de Lune qui ſe leva ce jour-là avant la fin du crepuſcule. Nous la remarquâmes par deux Arcs lumineux, qui par une extremité ſortoient de l'horiſon du côte du Nord-Eſt, & qui ſe joignirent au Zenith par leur extremité ſuperieure; ces Arcs diſparurent en moins d'un quart d'heure.

Nous obſervâmes de nouveau, avec M. Caſſini, la lumiére Boreale qui parut avec un grand éclat le 19 Octobre au Château de Thury éloigné de 13 lieuës, & préciſément au Nord de Paris. Comme on s'attendoit de voir cette apparence, nous y fimes attention auſſitôt après le coucher du Soleil. On vit d'abord un petit nuage rond obſcur placé au Nord, qui par ſa partie inférieure ſembloit toucher l'horiſon, & ne s'élevoit au-deſſus qu'environ deux degrés. Il n'y avoit que ce ſeul nuage dans le Ciel, tout le reſte étant parfaite-

ment ſerein, comme il avoit été la plus grande partie du jour, durant lequel il regna une grande chaleur & un grand calme. Ce nuage continua de paroître fixe au même endroit, ce fut la ſeule apparence que nous vimes pendant toute la durée du crepuſcule. Quand il euſt ceſſé, on commença de voir une lumiére foible & uniforme, terminée en Arc qui s'élevoit au-deſſus du nuage, & comprenoit pour lors une portion de l'horiſon de 30 ou 40 degrés. Mais dans une demi-heure le nuage s'étendit auſſi-bien que la lumiére, deſorte qu'à 7 heures & demie elle occupoit un arc de l'horiſon de plus de 100 degrés. Elle étoit pour lors fort claire, terminée comme auparavant en arc, dont la convexité regardoit le Zenith. On vit ſortir en même temps de différents endroits du nuage des jets de lumiere qui s'élevoient perpendiculairement à l'horiſon, les uns plus, les autres moins, & diſparoiſſoient en peu de ſecondes. Ces jets de lumiere étoient diſtingués par des lignes obſcures blancheâtres, & un peu colorées de rouge, qui faiſoient une apparence de pyramides cannelées.

Pendant qu'on étoit attentif à remarquer ces apparences, on vit paroître un Arc lumineux, large de deux degrés environ, placé au-deſſus de la lumiére, & ſéparé d'elle par un intervalle obſcur à peu-près de la même largeur. Au-deſſus de cet Arc il en parut enſuite un ſecond ſemblable au premier, ſéparé de l'inférieur par un intervalle obſcur, comme l'inférieur l'étoit à l'égard de la lumiére qui étoit immédiatement au-deſſus du nuage. On vit les étoiles de la grande Ourſe plongées dans cette lumiére, & elles paroiſſoient à travers : L'Arc ſuperieur étoit beaucoup au-deſſus de ces étoiles, ainſi il y avoit trois Arcs lumineux placés les uns au-deſſus des autres dont le ſuperieur occupoit par ſes extremités une portion de l'horiſon de plus de 150^{d}, & s'élevoit à la hauteur de 38 à 40 degrés.

Tel étoit l'état de la lumiére vers les 8 heures, lorſqu'on vit un grand nombre d'Arcs d'une matiére blancheâtre, qui s'étant ſéparés preſque tout d'une piece de la lumiére Septentrionale, allérent ſe placer en différents endroits du Ciel.

Ces Arcs se trouvérent rangés dans tout l'Hemisphere à des intervalles à peu près reguliers, & s'élevant perpendiculairement à l'horison, alloient se rencontrer au Zenith, où il y avoit une espece de globe. Ils faisoient l'apparence d'autant de cercles verticaux ou de cintres d'un Dome, dont le globe étoit le sommet.

Ceux qui étoient dans l'Hemisphere Septentrional sortoient de différents endroits de la lumiére, & ceux qui étoient dans le Meridional n'alloient pas se terminer jusqu'à l'horison, mais seulement à une hauteur d'environ 20 degrés. La matiére qui formoit ces Arcs étoit blancheâtre & transparente, desorte qu'elle laissoit voir les étoiles à travers quoi-qu'un peu affoiblies, mais celles qui se rencontrerent dans les intervalles du Ciel entre ces Arcs, étoient fort claires & fort brillantes. Ces matiéres ainsi disposées dans tout nôtre Hemisphere s'allumoient tantôt à un endroit tantôt à un autre, tantôt par parties tantôt toutes ensemble, & formoient des petits éclairs, & ces éclairs causoient dans ces matieres une espece d'ondulation. La lumiére repanduë dans l'air par tous ces feux étoit si grande à 8^{h} & demie, qu'on pouvoit voir aisément l'heure & la minute qu'il étoit à une montre de poche. Les Arcs après avoir subsisté dans cet état plus d'un quart d'heure, se divisérent en plusieurs segments qui se dispersérent sans ordre dans toutes les parties du Ciel.

Un de ces Arcs qui étoit du côté du couchant, beaucoup plus large que les autres, parut d'une couleur fort rouge entremêlée de quelques parties obscures : on ne remarqua point dans cet endroit, comme dans les autres, aucune ondulation, non plus que dans l'Arc qui étoit du côté d'Orient, où il y avoit une lumiére fort vive & fort grande qui paroissoit un peu détachée du reste du phénomene.

Dans le temps de ces apparences, l'Arc superieur des trois qui formoient la lumiére Septentrionale, parut interrompu en différents endroits, & disparut ensuite; il en arriva de même à l'égard du second, desorte qu'elle parut moins claire & moins élevée, on en voyoit cependant sortir toûjours des

jets lumineux. Vers les dix heures nous interrompimes l'obſervation du phénomene, pour obſerver l'émerſion du premier Satellite de l'ombre de Jupiter avec une Lunette de 16 pieds, qui arriva à $10^h\ 30'\ 42''$.

Après cette obſervation le globe qui avoit paru au Zenith s'étoit changé en figure d'anneau, qui ſe diſſipa enſuite auſſi-bien que les autres matieres diſperſées dans le Ciel. Le reſte de la lumiere Septentrionale alla enſuite en diminuant juſqu'un peu après minuit que nous ceſſâmes de l'obſerver.

Suivant le principe qui eſt commun dans les trois plus célébres ſyſtêmes, que tout objet qui paroît dans le Ciel toûjours attaché aux mêmes parties de l'horiſon, doit appartenir à la Terre ou à ſon athmoſphere; & qu'au contraire les objets qui ſuivent le mouvement du premier mobile, doivent être cenſés dans le Ciel, la lumiére Septentrionale étoit placée dans nôtre athmoſphere, ainſi que nous l'avons déja remarqué dans d'autres Memoires, parce que durant 5 heures qu'elle a été viſible, elle n'a point ſuivi le mouvement des étoiles de la grande Ourſe à l'égard deſquelles elle étoit placée du commencement, mais elle a été attachée aux mêmes parties de l'horiſon, pendant que ces étoiles, qui étoient dans la partie inférieure de leur cercle ont changé conſidérablement de ſituation par leur mouvement, d'Occident en Orient.

Ce phénomene eſt ſemblable dans pluſieurs circonſtances à ceux que nous avons obſervés depuis dix ans, & dont les Obſervations ſont rapportés dans les Memoires de l'Académie, ou ſous ce titre, ou ſous celui d'Obſervations Meteorologiques. Dans pluſieurs de ces apparences on a vû le nuage d'où ſortoit la lumiére, les jets lumineux qui s'élevoient perpendiculairement, les trois Arcs lumineux les uns au-deſſus des autres, & quelques-uns de ces Arcs qui ſe ſont détachés de la lumiére, & ſe ſont placés en divers endroits de l'horiſon. Ce qu'il y a eû de particulier dans cette derniere apparence, eſt le plus grand nombre d'Arcs, leur direction au Zenith, le

globe qui y étoit placé, & le mouvement d'ondulation qu'on a remarqué dans ces Arcs, causé par les matiéres qui s'y enflammoient, au lieu que les autres fois, lorsque nous avons remarqué ces Arcs, ils se rendoient opaques quand ils étoient séparés de la lumiére Septentrionale.

Ce qu'il y a eû de constant est que les jours de ces apparences, l'air a toûjours été fort doux & fort tranquille, soit qu'elles soient arrivées dans le Printemps & dans l'Automne, soit qu'elles ayent paru en Hyver. Cette remarque que nous fimes dans les Memoires de l'an 1727 sur cette lumiére, s'est toûjours verifiée depuis, desorte que dans les années de sécheresse cette temperature d'air pendant le jour paroît un indice presque certain que la lumiére paroîtra le soir. Ces conjectures quelque foibles qu'elles paroissent, nous ont servi pour nous préparer à observer ces phénoménes, comme il est encore arrivé dans ces derniers.

Peut-être que cette disposition d'air concourt à la formation de ce phénomene, peut-être aussi qu'elle n'y a aucun rapport; mais elle peut servir en quelque maniere à le prévoir, & par-là garentir les peuples de l'épouvante qu'il cause, ce qui ne seroit pas un des moindres fruits que l'on pourroit tirer de ces Observations.

Nous avons reçû de différents endroits des observations de ce phénoméne. M. Meynier Hydrographe du Roy l'observa au Havre de Grace; & ses Observations sont conformes aux principales circonstances que nous avons rapportées. Il y a cette différence que les Arcs de lumiére placés dans l'hémisphere meridional lui parurent terminés à la hauteur de 10 degrés, au lieu qu'ils nous parurent à 20.

M. le Chevalier de Louville qui observa le même phénoméne à Carré proche d'Orleans, jugea l'étenduë de la lumiére de 100 degrés, au lieu qu'elle nous parut plus grande, peut-être parce que nous estions beaucoup plus au Nord. Il vit les Arcs lumineux dans l'Hemisphere Septentrional, qui comme autant de cercle verticaux, alloient tous se terminer au Zenith où il y avoit un globe, mais il n'en vit aucun

dans

dans l'hemisphere meridional, rien n'ayant passé au-delà du Zenith, au lieu que nous en vîmes plusieurs, ce qui fait connoître que ceux que nous vîmes dans l'hemisphere meridional étoient peu élevés sur la surface de la Terre.

M. Peysonel qui a observé ce phénoméne à Marseille, marque que le Ciel ayant été ce jour-là fort serein & l'air tranquille, il vit sur les 7 heures du soir vers le Nord une clarté semblable à l'Aurore. Elle s'étendoit depuis la derniére Etoile de la queüe de la grande Ourse vers le couchant jusqu'à la perpendiculaire tirée des Etoiles de Cassiopée vers l'Orient, & s'élevoit près de 30 degrés au-dessus de l'horison; il remarqua ensuite des rayons lumineux qui s'éleverent perpendiculairement à l'horison jusqu'à la polaire. Sur les $8^h \frac{1}{2}$ il se forma comme un nuage rouge jaunâtre, beaucoup plus à l'Occident que la derniere de la queüe de la grande Ourse. Sur les 9 heures il observa des ondulations d'une flamme à travers d'une espece de fumée qui étoit entre la Claire des gardes & le commencement du grand Charriot, d'autres parurent moins considérables entre l'Etoile du Nord & Cassiopée. Demi-heure après il se forma des nouveaux rayons, mais moins considérables que les premiers.

La lumiére étoit si grande qu'on auroit pu lire. Sur les onze heures tous ces feux cessérent, & il ne restoit que la clarté semblable à l'Aurore, qui se dissipa le reste de la nuit. Il y fit attention le 20 le 21 & 22, mais il ne vit aucun vestige de cette lumiere.

M. Bianchini m'a écrit que cette lumiére fut observée à Frascati près Rome par M. le Cardinal de Polignac, qui remarqua qu'elle s'élevoit jusqu'aux Etoiles qui forment le Chariot de la grande Ourse, que pendant sa durée on vit quantité de jets de lumiere, & qu'à la fin il parut un feu avec un mouvement qui le porta vers l'Occident, où il disparut s'étant plongé sous l'horison.

Par toutes ces Observations comparées ensemble, il est visible que la lumiére a paru dans les païs Septentrionaux plus grande que dans les Meridionaux, puisque nous l'avons

jugé environ de 150 degrés à Thury, & de 140 à Paris par M. Godin, de 100 à Orleans par M. le Chevalier de Louville, & de 70 de Marſeille, ainſi qu'elle reſulte par les déterminations de M. Peyſonel, ce qui eſt un argument de ſa parallaxe.

Cette parallaxe reſulte encore de la différente hauteur où elle a paru ſur l'horiſon; nous l'avons jugée de 38 à 40 degrés à Thury, M. Godin d'environ 37 à Paris, M. Peyſonel quaſi 30 degrés à Marſeille, & par l'apparence qu'elle a fait à Fraſcati, elle n'y étoit élevée que de 20 degrés.

Il réſulte encore une plus grande parallaxe dans les matiéres qui ont été ſéparées de la lumiere, & qui formoient les ondulations, ſuppoſé qu'elles ſoient les mêmes qui ont paru en différents païs. Car ſuivant l'obſervation de Marſeille elles parurent entre la Claire des gardes & le commencement du grand Chariot, elles ont donc été fort éloignées du Zenith, à Orleans elles ſe terminérent au Zenith n'en ayant point paru du côté du midi, au lieu que nous vîmes pluſieurs Arcs dans l'hemiſphére meridional qui alloient ſe terminer à 20 degrés environ au-deſſus de l'horiſon.

Parmi les Obſervations que Gregoire de Tours rapporte de la lumiére Boreale, & dont nous avons fait mention dans les Memoires de 1721, au chapitre 17, il en fait la deſcription d'une qui eſt ſemblable à celle qui a paru le 19. Octobre 1726. Car outre la Lumiére Boreale, il remarqua qu'il parut du côté du Couchant des nuages de couleur de ſang, qu'il vit ſortir des quatre regions du monde, des rayons qui couvrirent le Ciel, que ces rayons étant larges par le bas & étroits vers le haut, alloient tous ſe réünir au milieu du Ciel où il y avoit un nuage lumineux, & qu'ils formoient l'apparence d'un pavillon, dont le nuage étoit le ſommet; & enfin que ces matiéres étoient fort brillantes; toutes ces circonſtances ſe ſont rencontrées dans le phénoméne du 19 Octobre de cette année.

Obſervations ſur la quantité de Pluye.

	lignes		lignes
En Janvier	17 $\frac{1}{3}$.	En Juillet	16 0.
Fevrier	10 $\frac{2}{3}$.	Août	2 $\frac{2}{3}$.
Mars	8 0.	Septembre	18 0.
Avril	7 $\frac{1}{6}$.	Octobre	10 $\frac{2}{3}$.
May	2 $\frac{1}{6}$.	Novembre	13 0.
Juin	24 $\frac{1}{3}$.	Decembre	6 $\frac{1}{3}$.

Somme de la hauteur de pluye qui eſt tombée en 1726, 136 lignes $\frac{2}{3}$ qui font 11 pouces 4 lignes $\frac{2}{3}$, ce qui marque une année ſéche par rapport à 19 pouces qu'on avoit établi pour une année commune.

En effet, depuis 38 ans que l'on meſure la quantité de pluye qui tombe à l'Obſervatoire, on ne trouve que deux années où il y en ait eû une moindre quantité, qui ſont 1719, qui n'en donna que 9 pouces 4 lignes, & 1723, dans laquelle on n'eût que 7 pouces 8 lignes, & qui a été la plus ſéche de toutes.

La pluye tombée dans les ſix premiers mois de 1726, eſt de 5 pouces 9 lignes égale à 3 lignes près à celles des ſix derniers mois, qui a été de 5 pouces 6 lignes. La diſtribution dans chaque mois a été fort inégale; les pluyes du printemps qui ont coutume de rendre les terres fecondes ont été en petite quantité, celles d'Avril n'ayant été que de 7 lignes, & celle de Mai deux lignes ſeulement. Mais les pluyes qui ſont venuës en Juin durant la maturité des bleds & qui ont été de 24 lignes, ont reparé en partie le peu d'abondance que les défauts des pluyes des deux mois précédens & que les grandes chaleurs qui ont commencé plûtôt qu'à l'ordinaire, auroient pu cauſer.

Obſervations du Thermometre.

Le plus grand froid marqué par le Thermometre a été le

19 & le 21 Janvier, il eſt deſcendu ces deux jours à 20 degrés au lever du Soleil, qui eſt l'heure du plus grand froid qu'il faſſe pendant le jour, ce qui marque un froid moderé; cependant par des lettres écrites de Montpellier & de Marſeille, on a eû avis que le froid y a été exceſſif, quoi-qu'il n'ait pas duré long-temps, & qu'il y a fait perir quantité d'Orangers. Les chaleurs qui ont commencé plûtôt qu'à l'ordinaire dans ce climat, ont fait monter la liqueur du Thermometre à 72 degrés le 31 May à trois heures après midi, qui eſt le temps de la plus grande chaleur qu'il faſſe pendant le jour. Le premier Juin à la même heure il eſt monté à 75. Tout le reſte des mois de Juin, Juillet & Aouſt il s'eſt ſoûtenu à une grande hauteur, juſqu'à ce que le 27 & le 28 Août il arriva à 77 degrés, qui eſt la plus grande où il ſoit arrivé de l'année; elle eſt néantmoins de 5 degrés moindre que la plus grande qui a été obſervée de 82 degrés dans les plus grandes chaleurs de quelques autres années. Les chaleurs qui ont commencé dès le mois de Mai, & qui ont continué dans la ſuite, ont fait anticiper la maturité des fruits un mois ou environ plûtôt qu'à l'ordinaire.

Le P. Laval écrit de Toulon, que le 14 Juillet la chaleur y fut extrême, & que le Thermometre de M. Amontons monta juſqu'à 57 parties & 5 lignes, plus haut de 5 lignes qu'il ne l'avoit trouvé à S.t Domingue & à la Loüiſianne pendant l'Eté de 1720.

M. Montvalon Conſeiller au Parlement d'Aix étant proche d'Orange, par un Thermometre reglé avec celui de l'Obſervatoire, le 13 Juillet à 3^h après midi trouva la liqueur à 90 degrés par un temps nebuleux & un vent de Sud-eſt, il étoit donc monté ce jour-là 13 degrés plus haut que dans les grandes chaleurs de Paris, qui arriverent le 27 & le 28 Août. Le même M. Montvalon étant le 12 Aouſt proche d'Aix, obſerva le Thermometre à 79, & le 27 du même mois à 75, moindre de deux degrés que n'étoit en même temps le nôtre; ce qui fait voir que dans la Provence les plus grandes chaleurs ſont arrivées cette année le 13 & le

14 Juillet, au lieu qu'à Paris nous ne les avons eûës que ſur la fin d'Août.

Obſervations du Barometre.

L'année 1726 le Barometre n'eſt jamais deſcendu plus bas que de 27 pouces 2 lignes, ce qui eſt arrivé le 17 & le 21 Decembre par un vent de Sud-oüeſt & un temps couvert. Pendant toute la plus grande partie de l'année il s'eſt ſoutenu à une grande hauteur, & le 27 Decembre il s'éleva à 28 pouces 8 lignes par un vent de Nord foible & par un temps couvert. Nous avons remarqué dans les Memoires de 1723, que depuis le 2 Janvier juſqu'au 5 le Barometre s'étoit ſoutenu à 28 pouces 7 lignes $\frac{1}{4}$ par un grand broüillard & un air tranquille, & que c'étoit-là le plus haut terme où on l'avoit obſervé juſqu'alors; il a donc été le 28 Decembre 1726 plus haut qu'il n'avoit été depuis plus de 40 qu'on fait ces obſervations.

De la déclinaiſon de l'Aimant.

Le 5 Decembre 1726, nous avons obſervé avec une aiguille de 4 pouces la déclinaiſon de l'Aimant de $13^d\ 45'$ Nord-oüeſt. L'an 1725 elle étoit de $13^d\ 15'$, elle continuë donc d'augmenter depuis deux ans, après avoir été ſtationnaire depuis 1720 juſqu'en 1724, ayant toûjours marqué 13° pendant ces cinq années.

FIN.

ERRATA POUR L'HISTOIRE
de 1725.

PAGE 42, ligne 4, pour *terminée à la ligne indéfinie*, lisés *terminée à la perpendiculaire élevée à l'origine de cette ligne indéfinie.*

Page 43, effacés depuis ligne 9 jusqu'à ligne 18.

Pour les Memoires.

Page 8, ligne derniére, *Aristote qui vivoit devant Hippocrate*; lisés *Aristote qui vivoit après Hippocrate.*

Page 137, ligne 17, pour $n = -2n$, lisés $m = -2n$.

Comme l'Academie a fait l'honneur au Livre des Elements de la Geometrie de l'Infini *de le conter pour une* Suite de ses Memoires, *on a crû qu'on pouvoit marquer ici les fautes d'impression qu'on y a trouvées, & qui peuvent être de quelque consequence pour le sens.*

Page 35, ligne 9, pour $\infty \times \frac{\infty}{n}$, *lisés* $\infty^2 \times \frac{\infty}{n}$.

Page 67, ligne 2, pour A^2, lisés A.

Page 74, ligne 13, pour *infinis*, lisés *infini.*

Page 197, ligne 5, pour $\frac{n^2+n-1}{n^2+n}$, lisés $\frac{n^2+3n}{n^2+3n+2}$.

Page 373, ligne 17, pour $ddy = \frac{-2a^4dx}{a^4y+9y^5}$, lisés $\frac{-2a^4dx^2}{a^4y+9y^5}$.

Page 429, ligne 28, pour $\frac{\sqrt{3}}{28\times 16\sqrt{3}}$, lisés $\frac{\sqrt{3}}{28+16\sqrt{3}}$. Lisés à la fin de la même ligne, *cette aire.*

Et ligne 30, pour $\frac{1}{12\times 8\sqrt{2}}$, *lisés* $\frac{1}{12+8\sqrt{2}}$.

Pour les Memoires de cette année 1726.

Page 38, ligne 21, *à bander le ressort, a dû le bander*, lisés *à la compression du ressort a dû suffire pour qu'il se trouve à la fin bandé.*

Page 61, ligne 34, *de bander le reſſort,* liſés *que le reſſort ſe bande.*

Page 68, *ajoûtés à la fin ce qui ſuit.*

C'eſt-à-dire, que l'eſpace dont les centres des mobiles s'approchent l'un de l'autre durant tout le temps de la compreſſion, lorſqu'ils ont une certaine vîteſſe z, comme le quarré de la premiére vîteſſe, eſt au quarré de la ſeconde, ou comme xx à zz. Car parce qu'on a vû dans ces Memoires, ces eſpaces ſont

$$x - dx, + x - 2dx, + x - 3dx \ldots\ldots + x - x = \frac{xx}{2};$$

$$z - dz, + z - 2dz, + z - 3dz \ldots\ldots + z - z = \frac{zz}{2}.$$

Or $\frac{xx}{2} . \frac{zz}{2} :: xx . zz$. Donc, &c.

Page 73, ligne 18, *dont les lignes étoient plus apparentes,* liſés *dont les lignes étoient moins apparentes.*

Page 74, ligne 22, *ne ſont precedés,* liſés *ne ſont quelquefois précédés.*

Page 133, ligne derniére du Corollaire I. *Liſés*

$$x + \frac{a}{6} = \sqrt{\frac{qaa}{6p} + \frac{aa}{108}}.$$